

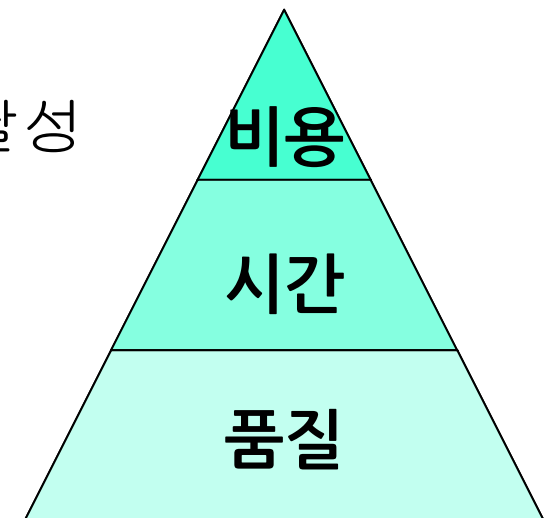
# 목 차

---

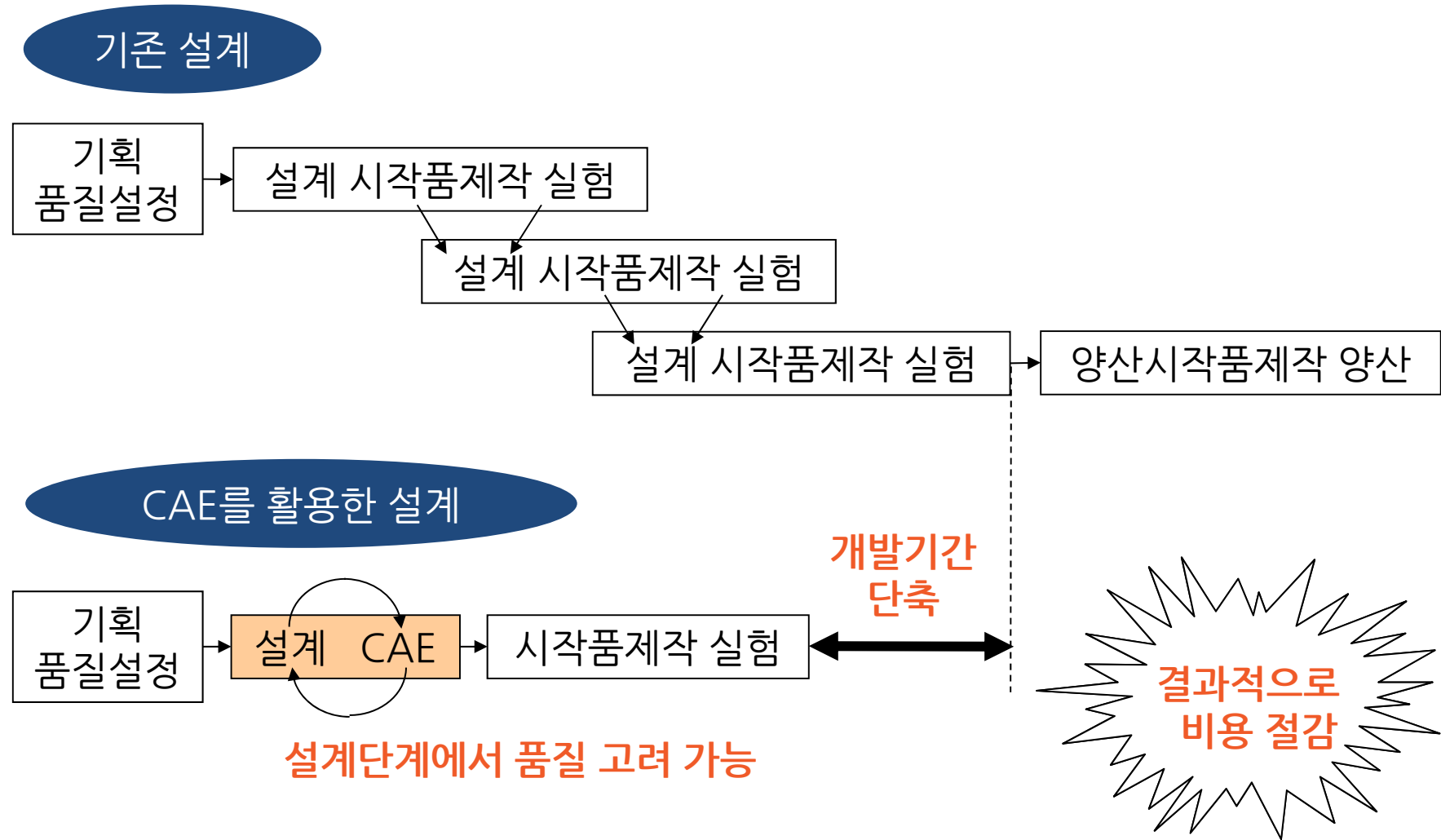
- 최적설계의 배경 및 필요성
- 해석 vs. 설계
- 적정설계 vs. 최적설계
- 최적설계문제 정식화
- 최적성조건: KKT필요조건
- 최적설계 해법
  - Microsoft Excel
  - Mathworks MATLAB
  - 사례: 압축코일스프링

# 제품 개발의 3대 요소 및 목표

- 비용 (COST)
  - 제품 생산에 투입되는 비용의 최소화
- 시간 (Lead Time)
  - 신제품 개발이나 설계변경에 걸리는 시간의 단축
- 품질 (Quality)
  - 소비자의 기대를 제품에 반영한 정도인 품질의 향상
- 목표: 최저의 비용으로 필요한 기능을 달성
- CAE 도입 및 활용: 선택이 아닌 필수 !!!
  - 예측 (prediction)
  - 검증 (verification)



# CAE의 역할: 제품 개발 목표 달성에 필수



# CAE 역할의 패러다임 변화

CAD 주도  
패러다임



## ■ 제품개발 주기 단축

- 시작품 제작 최소화
- 물리적 시험 횟수가 줄거나 CAE로 대체

## ■ 기존설계 검증 도구

- 대부분 설계는 이전 경험이나 판단에 기초
- 구조해석을 포함한 CAE는 부품 거동 예측에만 사용

CAE 주도  
패러다임



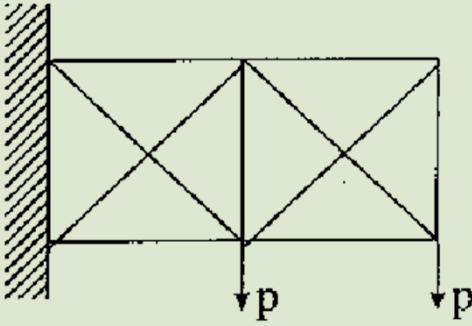
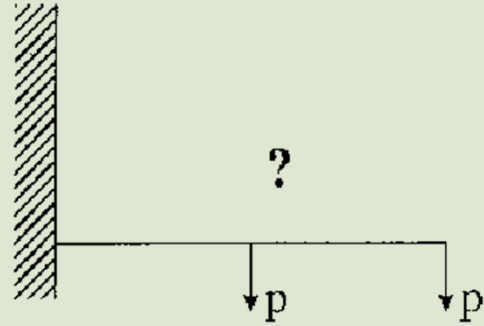
## ■ 개념설계 단계에서 시뮬레이션 수행

- 기능 확인, 기하형상, 재료 등 주요 결정: **최적화 기능 필수**

## ■ 상계설계 또는 시작품 제작 이전에 다양한 설계안 검토

- 문제점 조기 발견, 제품성능 최적화: **설계 주도**

# 해석 vs. 설계

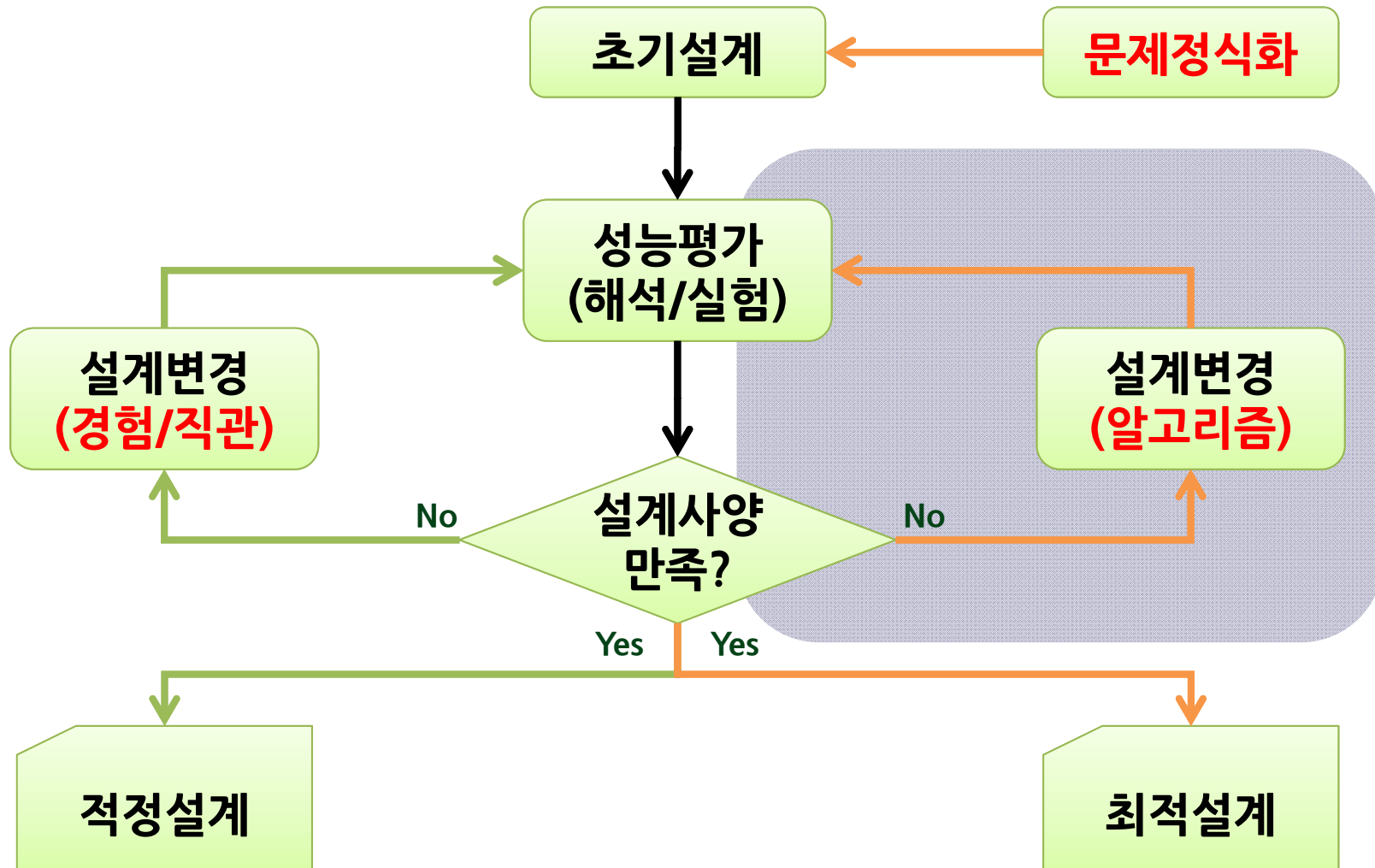
해석 (Analysis)	설계 (Design)
	
$\delta = ?$ $\sigma = ?$	$\delta \leq \delta_{allow}$ $\sigma \leq \sigma_{allow}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>•주어진 시스템의 반응을 구하는 과정</li> <li>•미지수의 개수 = 방정식의 개수</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•요구되는 조건을 만족하는 시스템을 결정하는 과정</li> <li>•미지수의 개수 &gt; 방정식의 개수</li> </ul>

# 적정설계 vs. 최적설계: 개념

---

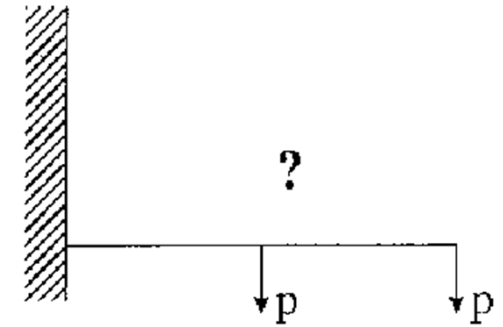
- **적정설계:** 요구되는 설계조건을 만족하는 많은 해 중의 하나를 구하는 과정
- **최적설계:** 요구되는 설계조건을 만족하는 많은 해 중에서 가장 중요한 바람직하지 않은 성능지수를 최소화하거나 가장 중요한 바람직한 성능지수를 최대화하는 해를 구하는 과정
- **바람직하지 않은 성능지수 예**
  - 생산가, 중량, 응력, 처짐, 진동, 소음, 소요공간
- **바람직한 성능지수 예**
  - 수명, 안전계수, 에너지 흡수능력, 동력전달능력

# 적정설계 vs. 최적설계: 흐름도



# 최적설계문제 정식화: 수학적 표현

- 설계요구사항들 정리: 해석과정 정립
  - 최대응력이 허용응력보다 작아야 한다.
  - 고유진동수가 한계값보다 커야 한다.
  - 유량이 한계값보다 커야 한다.
  - 중량 최소화
  - 효율 최대화
- **설계변수**: 설계를 표현하는 파라미터
- **목적함수**: 선택된 가장 중요한 성능지수
  - 정의한 설계변수들로 표현 가능해야 함
- **구속조건**: 만족되어야 하는 설계조건
  - 정의한 설계변수들로 표현 가능해야 함



부재단면적 ( $A_i$ )

중량 최소화 ( $\sum_i A_i L_i$ )

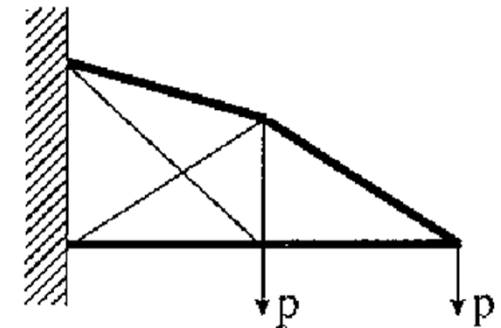
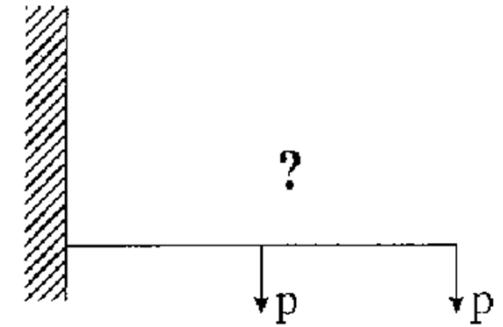
변위 ( $\delta \leq \delta_{allow}$ )

응력 ( $\sigma \leq \sigma_{allow}$ )



# 최적설계문제 정식화: 수학적 표현

- 설계요구사항들 정리: 해석과정 정립
  - 최대응력이 허용응력보다 작아야 한다.
  - 고유진동수가 한계값보다 커야 한다.
  - 유량이 한계값보다 커야 한다.
  - 중량 최소화
  - 효율 최대화
- **설계변수**: 설계를 표현하는 파라미터
- **목적함수**: 선택된 가장 중요한 성능지수
  - 정의한 설계변수들로 표현 가능해야 함
- **구속조건**: 만족되어야 하는 설계조건
  - 정의한 설계변수들로 표현 가능해야 함



# 설계문제 vs. 최적화문제

설계문제 (공학)	최적화문제 (수학)
중량감소 (-) / 성능향상 (+)	Minimize / Maximize $f(\mathbf{x})$
$K\delta = P$ $(K - \lambda M)\Phi = 0$	$h_k(\mathbf{x}) = 0 \quad k = 1, \dots, p$
$\sigma \leq \sigma_{allow} \rightarrow \sigma - \sigma_{allow} \leq 0$ $\delta \leq \delta_{allow} \rightarrow \delta - \delta_{allow} \leq 0$ $\lambda \geq \lambda^L \rightarrow \lambda^L - \lambda \leq 0$	$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m$
설계변수에 대한 제한조건	$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1, \dots, n$

# Problem Formulation Process

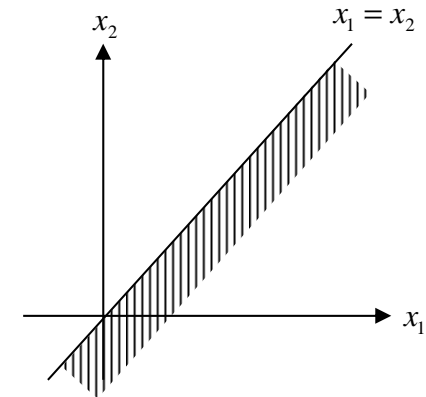
---

- Step 1: Project/Problem Statement
  - Is the project goal clear?
- Step 2: Data and Information Collection
  - Is all the information available to solve the problem?
  - Performance requirements, resource limits
  - Identification of analysis procedures and tools
- Step 3: Identification/Definition of Design Variables
  - What are these variables? How do I identify them?
- Step 4: Identification of a Criterion to Be Optimized
  - How do I know that my design is the best?
- Step 5: Identification of Constraints
  - What restrictions do I have on my design?

# Problem Formulation Steps

---

- Identification of *design variables*
  - Parameters chosen to describe the design
  - Independent of each other, minimum number
- Identification of an *objective (cost) functions*
  - Criterion to compare various designs
  - As a function of the design variables
  - Single/Multi-objective
- Identification of all *design constraints*
  - All restrictions placed on a design
  - Feasible/Infeasible
  - Explicit( $y(x) = x^2 - 2x$ )/Implicit( $y^3 - y^2x + yx - \sqrt{x} = 0$ ),  
Linear/Nonlinear, Equality/Inequality



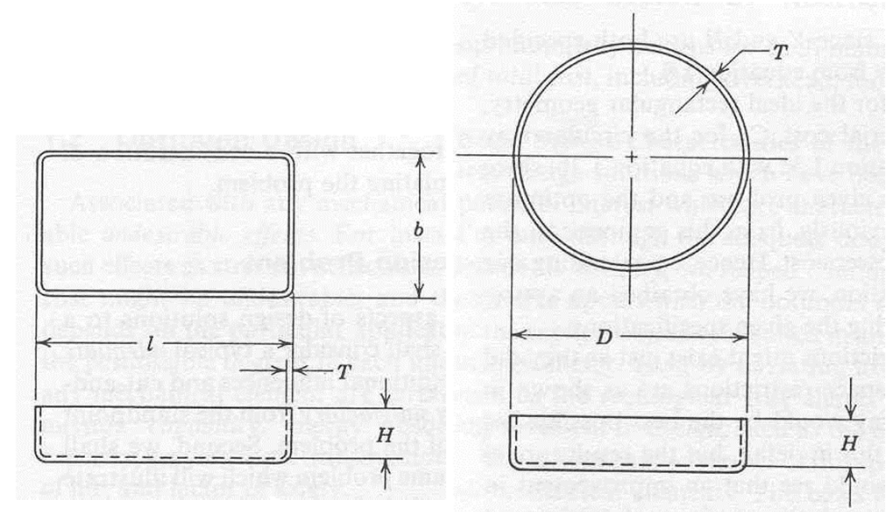
# 최적설계문제 정식화: 예제

---

- 플라스틱 접시 설계
  - 주어진 양( $V$ )의 액체를 담아야 함
  - 접시의 깊이( $H$ )와 두께( $T$ )는 정해짐
  - 대량생산함
- 설계 의사결정
  - 형상: 사각형? 원형?
  - 재료(공정포함): 아크릴? 폴리스틸렌?

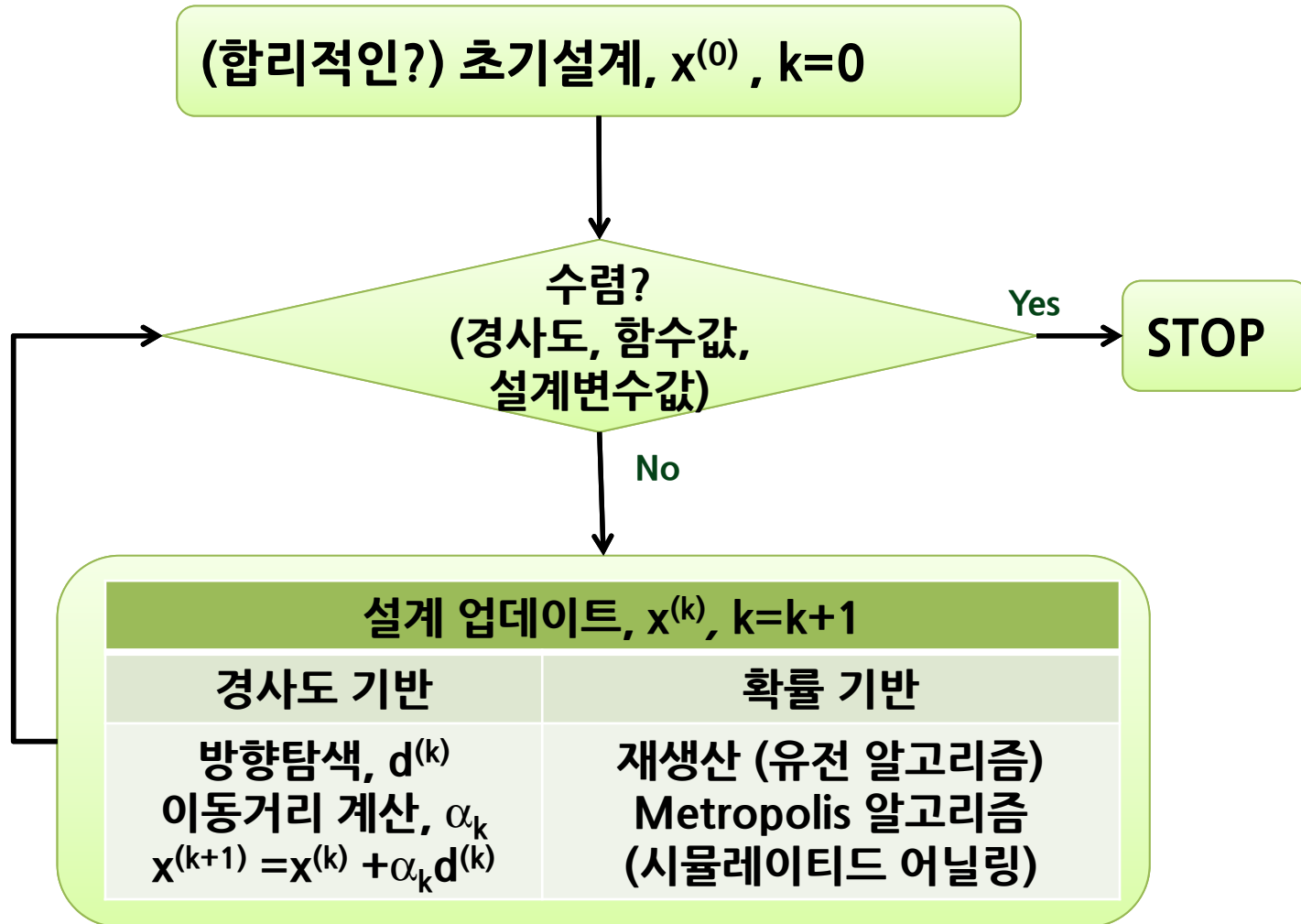
# 최적설계문제 정식화: 예제

- 플라스틱 접시 설계
  - 주어진 양( $V$ )의 액체를 담아야 함
  - 접시의 깊이( $H$ )와 두께( $T$ )는 정해짐
  - 대량생산함
- 설계 의사결정
  - 형상: 사각형? 원형?
  - 재료(공정포함): 아크릴? 폴리스틸렌?



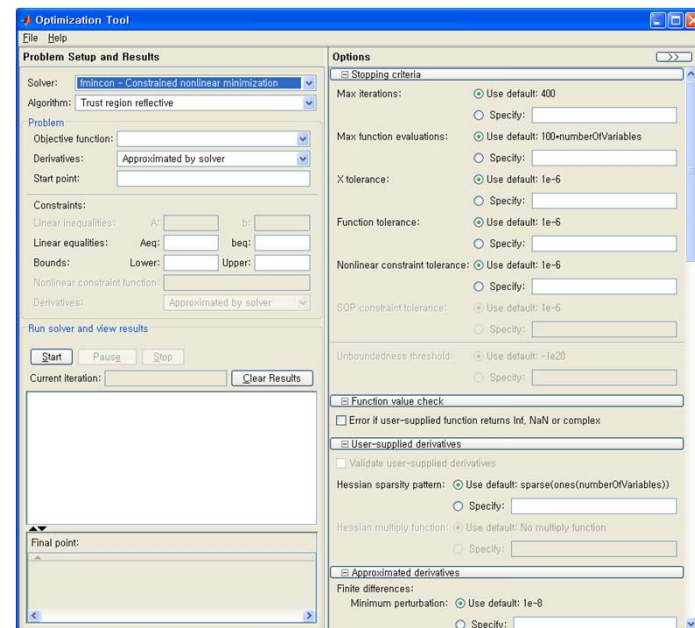
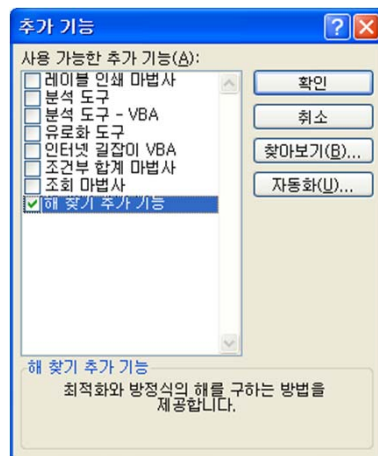
단면형상	설계변수	목적함수	제약조건	최적해
사각형	$l, b$	$C=c(bl+2bH+2lH)T$	$V=bHl$ ( $T \ll b, l$ )	$b=l=(V/H)^{0.5}$
원형	$D$	$C=c(\pi D^2/4+\pi DH)T$	$V=(\pi D^2/4)H$ ( $T \ll D$ )	$D=(4V/\pi H)^{0.5}$

# 최적설계문제 해법: 일반적 알고리즘



# 최적설계문제 해법: 소프트웨어 활용

- MS Excel
  - GRG2, 설치: 옵션>추가기능>해찾기 추가기능
- MATLAB
  - Optimization Toolbox: fmincon (SQP)
  - Global Optimization Toolbox: GA, SA
- 최적설계 전문 소프트웨어
  - 다양한 최적화 알고리즘





# 제약최적설계 문제

---

- 등호제약조건과 부등호제약조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수벡터를 찾는 것

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= f(x_1, \dots, x_n) \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0; \quad j = 1, \dots, p \\ g_i(\mathbf{x}) &\leq 0; \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

- 제약함수들이 최적해를 구하는데 결정적인 역할
  - 해가 존재하지 않을 수도 있음: 과제약 (overconstrained)
- 라그랑지승수 (Lagrange multiplier)
  - 각각의 제약조건에 대응하는 승수 (scalar multiplier)
  - 목적함수나 제약함수의 형태에 따라 좌우

# 등호 제약조건이 양함수가 아닌 경우

$$\frac{df(x_1, x_2)}{dx_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} + \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} \frac{d\phi}{dx_1} = 0 \quad @ \text{ optimum}$$

$$\frac{dh(x_1^*, x_2^*)}{dx_1} = \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} + \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} \frac{d\phi}{dx_1} = 0 \rightarrow \frac{d\phi}{dx_1} = -\frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial h(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2}$$

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} \left[ \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial h(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} \right] = 0$$

$$v = -\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2}{\partial h(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} + v \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} + v \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0 \end{array} \right.$$

$$h(x_1, x_2) = 0$$

# 라그랑지 승수의 기하학적 의미

$$L(x_1, x_2, v) = f(x_1, x_2) + v h(x_1, x_2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial L(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \nabla L(x_1^*, x_2^*) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + v \nabla h(\mathbf{x}^*) = 0$$

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = -v \nabla h(\mathbf{x}^*)$$

- 후보 최적점에서 목적함수 및 제약함수들의 경사도 벡터들은 동일 작용선상에 있고 서로 비례함
- 라그랑지 승수는 비례상수 (제약을 가하기 위해 필요한 힘으로 해석 가능)
- 등호 제약조건에 대한 라그랑지 승수의 부호는 제약이 없음

# 라그랑지승수정리

- 등호제약조건으로  $h_j(x)=0; j=1,\dots,p$  가 있는  $f(x)$  의 최소화 문제를 고려해 보자.  $x^*$  를 이 문제의 국부적 최소인 정칙점이라고 하면 다음을 만족하는 라그랑지승수  $v_j^*, j=1,\dots,p$  가 존재한다.

$$\frac{df(x^*)}{dx_i} + \sum_{j=1}^p v_j^* \frac{dh_j(x^*)}{dx_i} = 0 \rightarrow \frac{df(x^*)}{dx_i} = - \sum_{j=1}^p v_j^* \frac{dh_j(x^*)}{dx_i}; \quad i=1,\dots,n$$

$$h_j(x^*) = 0; \quad j=1,\dots,p$$

- 후보최적점에서 목적함수의 경사도벡터는 제약함수의 경사도벡터들의 선형결합

$$L(x, v) = f(x) + \sum_{j=1}^p v_j h_j(x) = f(x) + v^T h(x)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \nabla L(x^*, v^*) = 0 & \text{or} & \frac{\partial L(x^*, v^*)}{\partial x_i} = 0; \quad i=1,\dots,n \\ \frac{\partial L(x^*, v^*)}{\partial v_j} = h_j(x^*) = 0; & j=1,\dots,p \end{cases}$$

## 필요조건: 부등호제약조건

- 완화변수(slack variable)를 더하여 등호제약조건으로 변환

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \rightarrow g_i(\mathbf{x}) + s_i^2 = 0 \quad i=1, \dots, m$$

slack variable:  $s_i^2$  (why? avoid additional constraints  $s_i \geq 0$ )

$$\begin{cases} s_i^2 = 0: \text{equality} \rightarrow \text{active (tight) constraint} \\ s_i^2 > 0: \text{inequality} \rightarrow \text{inactive constraint} \end{cases}$$

- “ $\leq$  type” 제약조건에 대한 라그랑지승수에 대한 추가적인 필요조건
  - $u_j^*$  는  $j$  번째 부등호제약조건에 대한 라그랑지승수:  $u_j^* \geq 0$  ( $j=1, \dots, m$ )

	minimize	maximize
$g_i(\mathbf{x}) \leq 0$	$u_i^* \geq 0$	$u_i^* \leq 0$
$g_i(\mathbf{x}) \geq 0$	$u_i^* \leq 0$	$u_i^* \geq 0$

# Kuhn-Tucker necessary conditions (1)

- $\mathbf{x}^*$  가 제약집합내의 정칙점이고, 다음의 제약조건 하에서 함수  $f(\mathbf{x})$ 의 국부적 최소점이라 하자.

$$h_i(\mathbf{x})=0; \quad i=1,\dots,p \quad \text{and} \quad g_j(\mathbf{x})\leq 0; \quad j=1,\dots,m$$

- 이 문제의 라그랑지함수를 다음과 같이 정의한다.

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}, \mathbf{s}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p v_i h_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m u_i [g_i(\mathbf{x}) + s_i^2] = f(\mathbf{x}) + \mathbf{v}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^T [\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{s}^2]$$

- 그러면 다음 조건을 만족하는 라그랑지승수  $\mathbf{v}^*$  와  $\mathbf{u}^*$  가 존재한다.

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_j} \equiv \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^p v_i^* \frac{\partial h_i}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m u_i^* \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0; & j = 1, \dots, n \\ h_i(\mathbf{x}^*) = 0; & i = 1, \dots, p \\ g_i(\mathbf{x}^*) + s_i^2 = 0; & i = 1, \dots, m \\ u_i^* s_i = 0; & i = 1, \dots, m \quad (\text{switching conditions}) \\ u_i^* \geq 0; & i = 1, \dots, m \end{cases}$$

# Kuhn-Tucker necessary conditions (2)

---

- 1차 필요조건
  - 어떤 주어진 점에 대한 최적성을 점검 / 후보최적점을 결정
- 기하학적 의미
  - 목적함수의 음의 경사도벡터방향이 제약함수의 경사도벡터들의 선형결합이며, 라그랑지승수가 선형결합의 상수로서 사용

$$-\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^p v_i^* \frac{\partial h_i}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m u_i^* \frac{\partial g_i}{\partial x_j}; \quad j=1, \dots, n$$

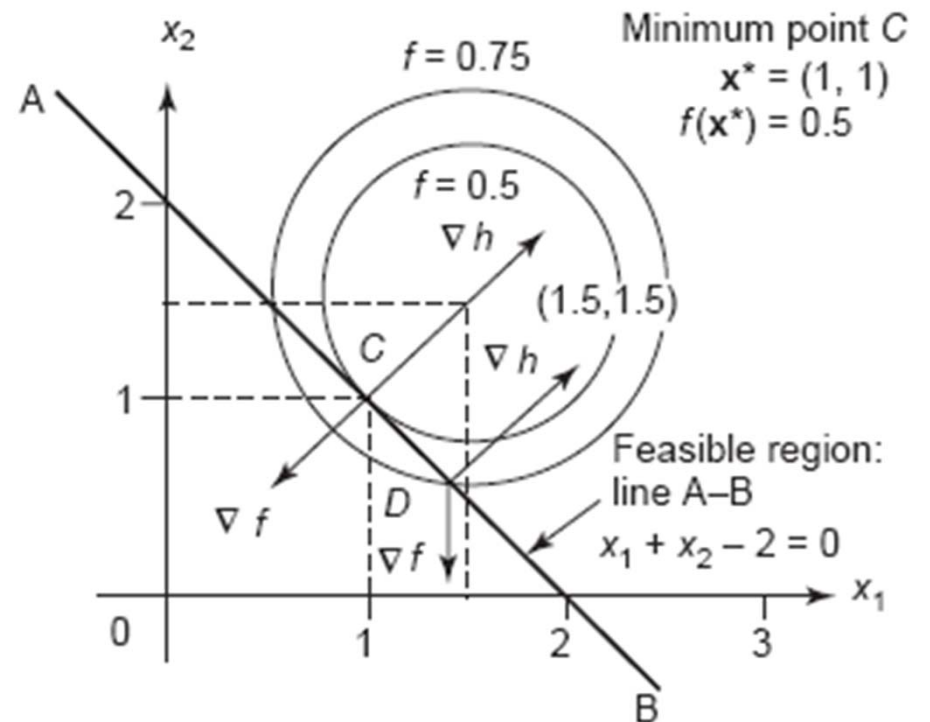
- 미지수의 개수:  $x, u, s, v$  ( $n+2m+p$ ) = # of eqns
- 전환조건 (switching condition) 또는 보충완화조건 (complementary slackness condition)

$$\begin{cases} g_i(\mathbf{x}^*) < 0 \text{ (inactive, } s_i^2 > 0) \rightarrow u_i^* = 0 \\ g_i(\mathbf{x}^*) = 0 \text{ (active, } s_i^2 = 0) \rightarrow u_i^* \geq 0 \end{cases}$$

# Example

$$\text{Minimize } f(x_1, x_2) = (x_1 - 1.5)^2 + (x_2 - 1.5)^2$$

$$\text{subject to } g(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$





# Beam Design Problem

- Cantilever beam loaded with force  $F=2400$  N. Minimize weight such that stresses do not exceed yield. Further the height  $h$  should not be larger than twice the width  $b$ .

- Objective

- Weight:  $\text{Min } m(b,h)$

- Design variables

- Width:  $b^L \leq b \leq b^U, \quad 20 \leq b \leq 40$

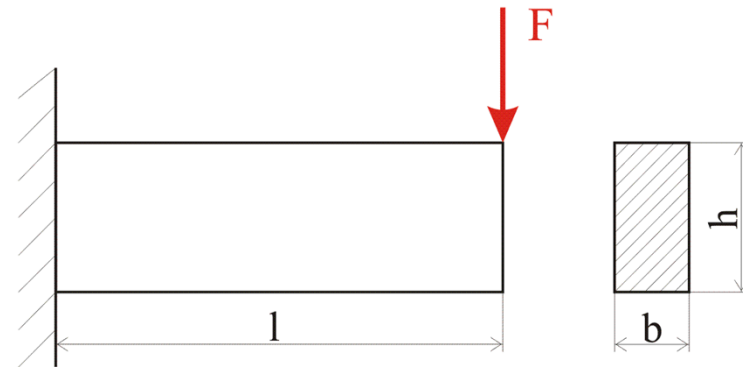
- Height:  $h^L \leq h \leq h^U, \quad 30 \leq h \leq 90$

- Design constraints:

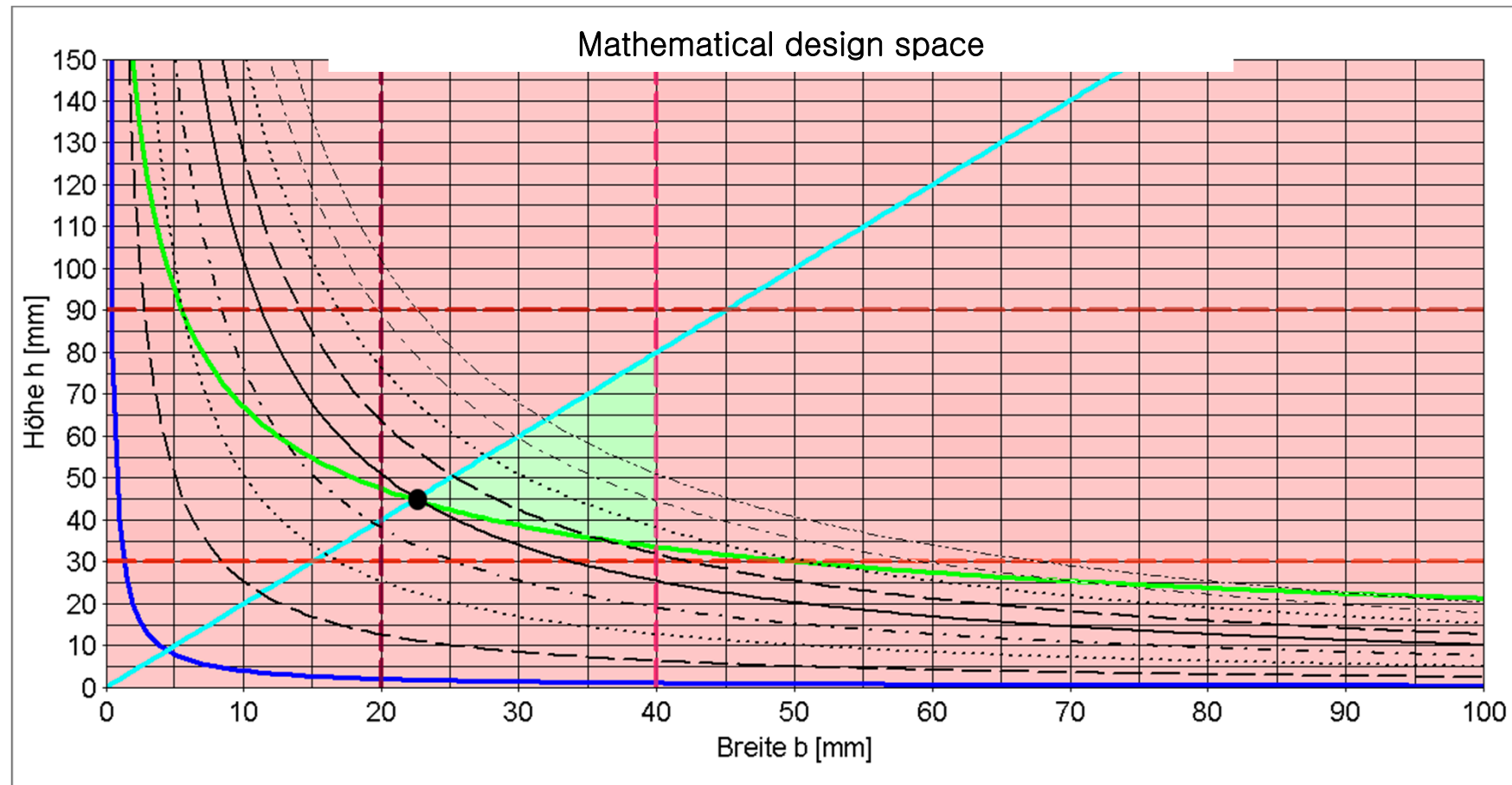
$$\sigma(b,h) \leq \sigma_{\max}, \text{ with } \sigma_{\max} = 160 \text{ MPa}$$

$$\tau(b,h) \leq \tau_{\max}, \text{ with } \tau_{\max} = 60 \text{ MPa}$$

$$h \leq 2 \cdot b$$

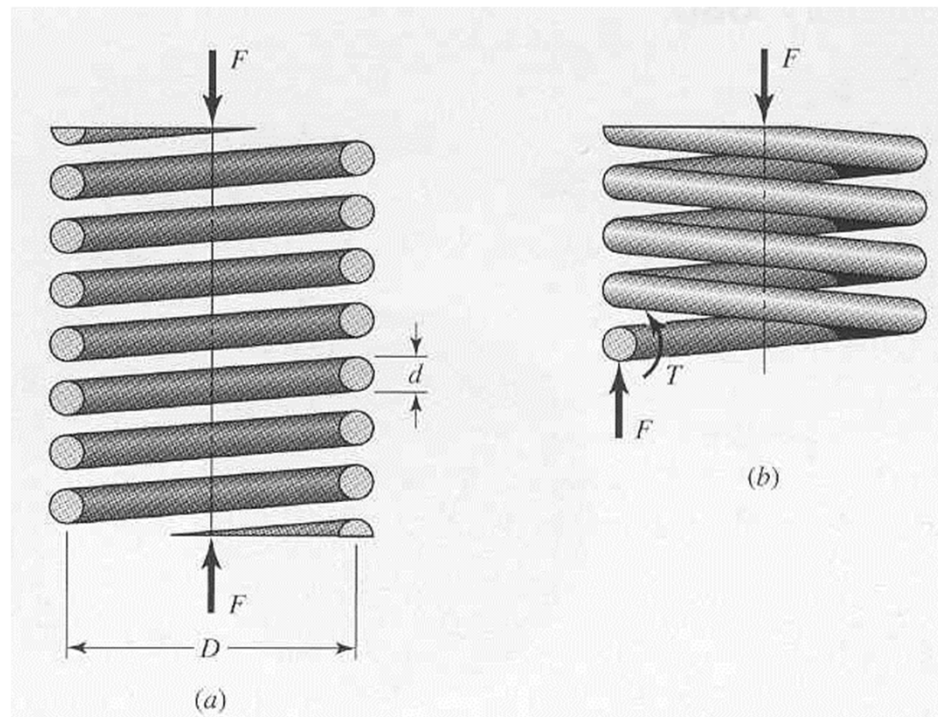


# Graphical Solution



# Design of Coil Spring

- Problem statement
  - To design a minimum mass spring to carry a given axial load without material failure and while satisfying two performance requirement: the spring must deflect by at least  $\Delta$  (in), and the frequency of surge waves must not be less than  $f_0$  (Hz)



# Data and Information Collection (1)

---

- Deflection along the axis of the spring:  $\delta$  (in)
- Mean coil diameter:  $D$  (in)
- Wire diameter:  $d$  (in)
- Number of active coils:  $N$
- Gravitational constant:  $g = 386$  (in/s<sup>2</sup>)
- Frequency of surge waves:  $f$  (Hz)

# Data and Information Collection (2)

---

- Material property
  - Weight density:  $\gamma = 0.285$  (lb/in<sup>3</sup>)
  - Shear modulus:  $G = 1.15E7$  (lb/in<sup>2</sup>)
  - Mass density:  $\rho = 7.38342E-4$  (lb-s<sup>2</sup>/in<sup>4</sup>)
  - Allowable shear stress:  $\tau_a = 80000$  (lb/in<sup>2</sup>)
- Other data
  - Number of inactive coils:  $Q = 2$
  - Applied load:  $P = 10$  (lbs)
  - Minimum spring deflection:  $\Delta = 0.5$  (in)
  - Lower limit on surge wave frequency:  $= 100$  (Hz)
  - Limit on outer diameter of the coil:  $D_0 = 1.5$  (in)

# Design equations for the spring (1)

---

- Load-deflection

$$U = \underbrace{\frac{T^2 L}{2GJ}}_{\text{torsion}} + \underbrace{\frac{F^2 L}{2GA}}_{\text{shear}} = \frac{F^2 (D/2)^2 \pi D (N+Q)}{2G(\pi d^4/32)} + \frac{F^2 \pi D (N+Q)}{2G(\pi d^2/4)} = \frac{4F^2 D^3 (N+Q)}{d^4 G} + \frac{2F^2 D (N+Q)}{d^2 G}$$

by Castigliano's theorem  $\rightarrow \delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3(N+Q)}{d^4 G} + \frac{4FD(N+Q)}{d^2 G} = \frac{8FD^3(N+Q)}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right)$

$$\approx \frac{8FD^3(N+Q)}{d^4 G}$$

# Design equations for the spring (2)

---

- Shear stress

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} = \frac{F(D/2)(d/2)}{(\pi d^4/32)} + \frac{F}{\pi d^2/4} = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \\ &= \frac{8FD + 4Fd}{\pi d^3} = \left(1 + \frac{d}{2D}\right) \frac{8FD}{\pi d^3} = K_s \frac{8FD}{\pi d^3}\end{aligned}$$

$$\begin{cases} K_s = 1 + 0.5 \frac{d}{D} = 1 + \frac{0.5}{C} \\ K_w = \frac{4D-d}{4(D-d)} + \frac{0.615d}{D} = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \end{cases}$$

$$C = \frac{D}{d}: \text{spring index}$$

# Design equations for the spring (3)

---

- Frequency of surge waves

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{W}{kgl^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \text{B.C. } u(0,t)=0 \text{ and } u(l,t)=0$$

$$W = AL\gamma = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)(\pi DN)\gamma = \frac{\pi^2 d^2 DN\gamma}{4}$$

$$\omega_m = m\pi \sqrt{\frac{kg}{W}}, \quad \text{fundamental frequency } (m=1)$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}} = \frac{2}{\pi N} \frac{d}{D^2} \sqrt{\frac{Gg}{32\gamma}} = \frac{d}{2\pi ND^2} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}$$



# Problem Formulation

---

- Identification of design variables

- Wire diameter:  $d$
- Mean coil diameter:  $D$
- Number of active coils:  $N$

- Identification of an objective function

- Mass

$$m = \rho AL = \rho \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \pi D (N + Q) = \frac{\pi^2 \rho d^2 D (N + Q)}{4}$$

- Identification of constraints

- Deflection:  $\delta \geq \Delta$
- Shear stress:  $\tau \leq \tau_a$
- Frequency of surge waves:  $f \geq f_0$
- Diameter:  $D + d \leq D_0$
- Side constraints:  $d_{\min} \leq d \leq d_{\max}, D_{\min} \leq D \leq D_{\max}, N_{\min} \leq N \leq N_{\max}$

# 최적설계문제 정식화 예: 압축코일스프링(1)

주문시 시방서 기재 사항(보기)		압축코일 스프링의 경우		
		재료	PW3	
		재료의 지름(mm)	4	
		코일의 평균지름(mm)	26	
		코일의 안지름(mm)	22 ± 0.4	
		유효 감김수	9.5	
		총 감김수	11.5	
		감김 방향	오른쪽	
		자유 높이(mm)	80	
		부착시	하중(kgf){N}	15.6 ± 10% (153 ± 10%)
			높이(mm)	70
		최대 하중시	하중(kgf){N}	39 (382)
			높이(mm)	55
		스프링 상수(kgf/mm){N/mm}		1.56 (15.3)
		표면처리		솔피닝
기타요구사항		-		

- 설계변수: 선두께( $d$ ), 코일 평균지름( $D$ ), 유효 감김수( $N$ )
- 목적함수: 질량 최소화 (경량화)
- 구속조건: 압축량( $\delta$ ), 전단응력( $\tau$ ), 고유주파수( $f$ ), 기하학적 제약

# 최적설계문제 정식화 예: 압축코일스프링(2)

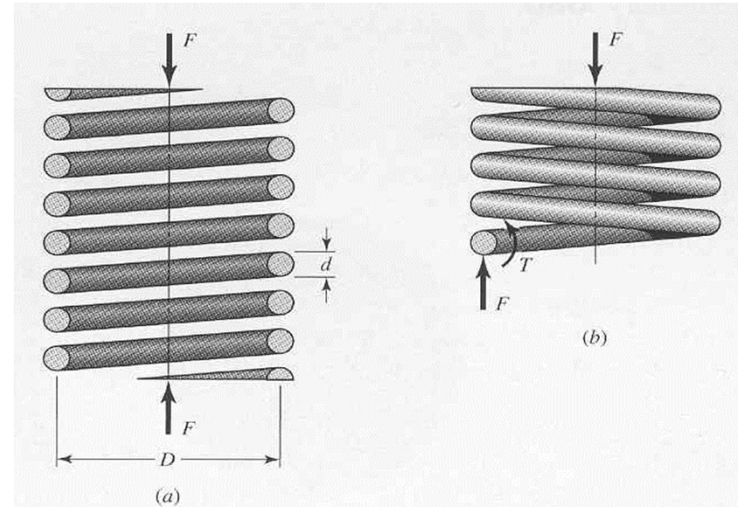
Minimize  $\frac{\pi^2 \rho d^2 D (N + Q)}{4}$     목적함수: 질량  
 설계변수  $d, D, N$

subject to  $\frac{8FD^3 (N + Q)}{d^4 G} \geq \Delta$     압축량

$\left[ \frac{4D - d}{4(D - d)} + \frac{0.615d}{D} \right] \frac{8FD}{\pi d^3} \leq \tau_a$     전단응력

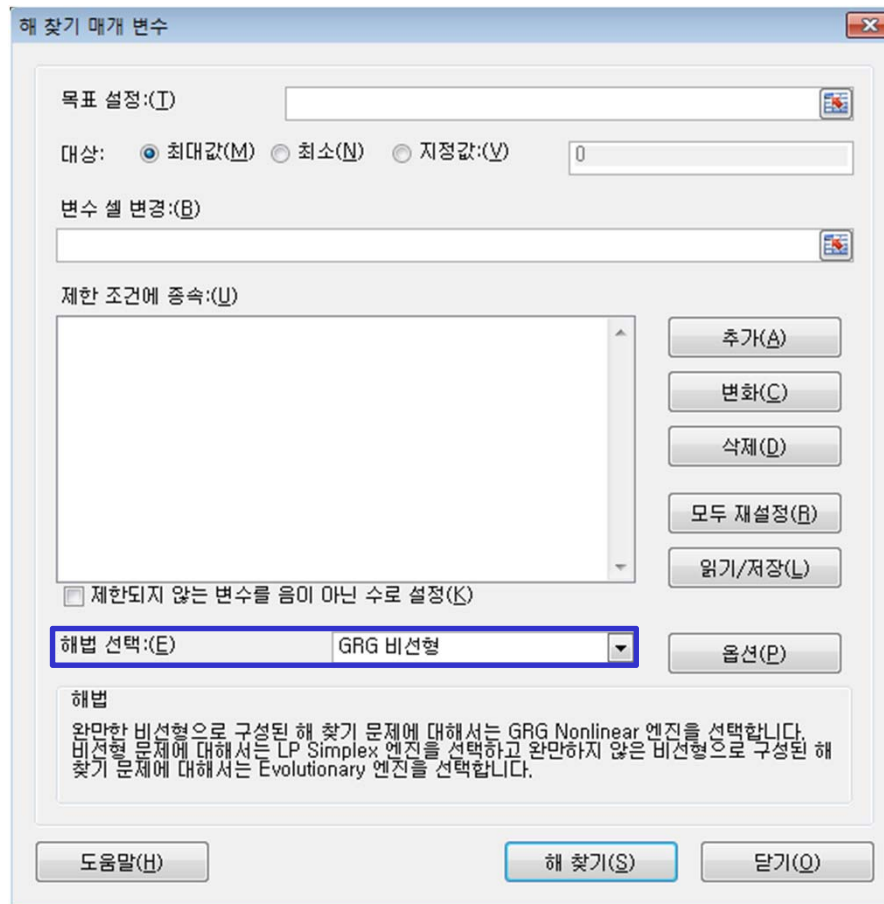
$\frac{d}{2\pi ND^2} \sqrt{\frac{G}{2\rho}} \geq f_0$     고유주파수

기하학적 제약
 
$$\left\{ \begin{array}{l} D + d \leq D_0 \\ d_{\min} \leq d \leq d_{\max} \\ D_{\min} \leq D \leq D_{\max} \\ N_{\min} \leq N \leq N_{\max} \end{array} \right.$$



# 최적설계문제 해법: Excel

- Excel(2010)의 해 찾기 기능 (위치: 데이터>해 찾기)



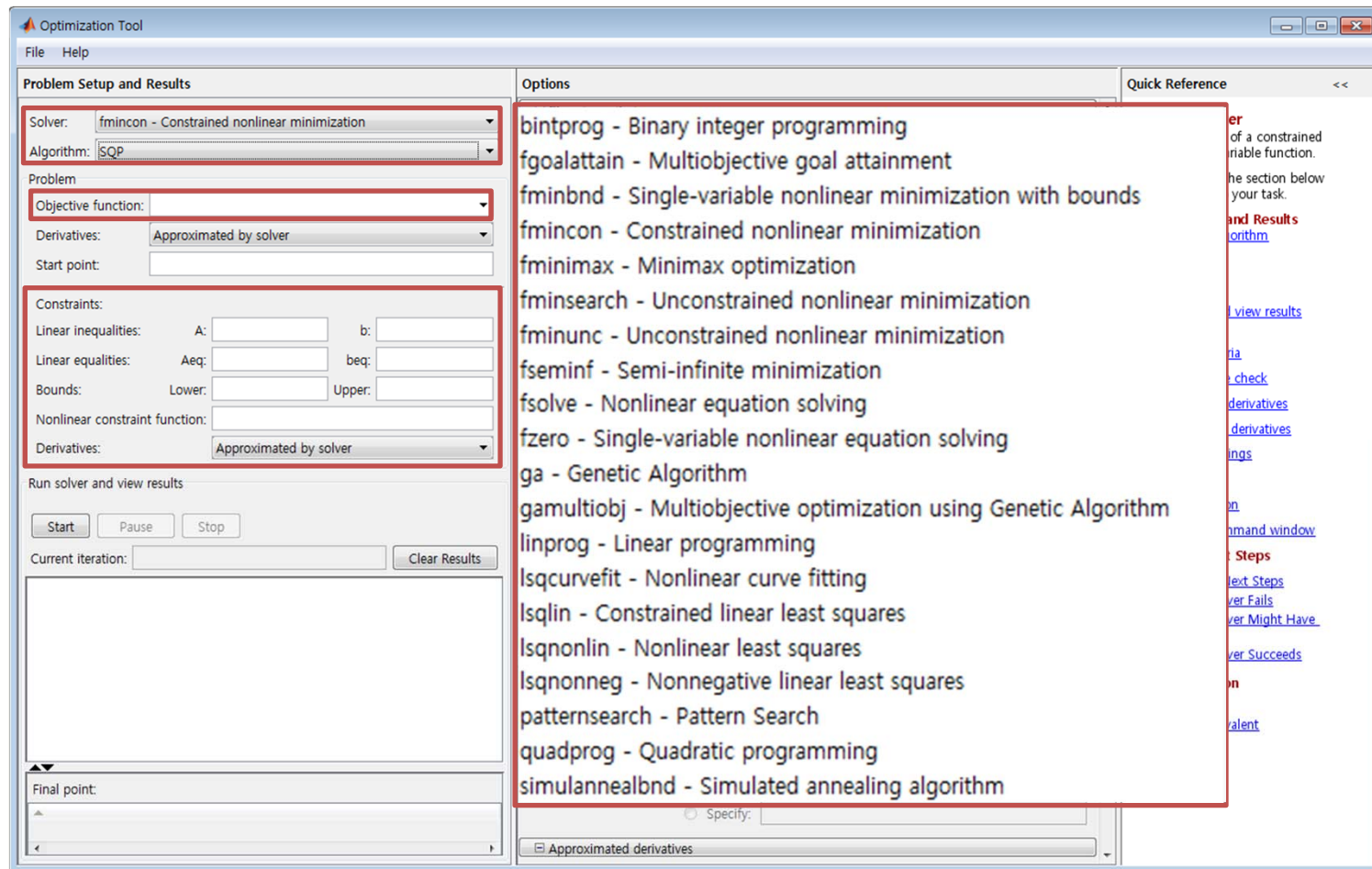
<b>GRG 비선형</b>	Generalized Reduced Gradient (GRG2) code
<b>단순 LP</b>	Simplex and Dual simplex method
<b>Evolutionary</b>	Genetic algorithm and Local search methods

# 최적설계문제 해법: MATLAB

- Optimization / Global Optimataton Toolbox (MATLAB 2012a)

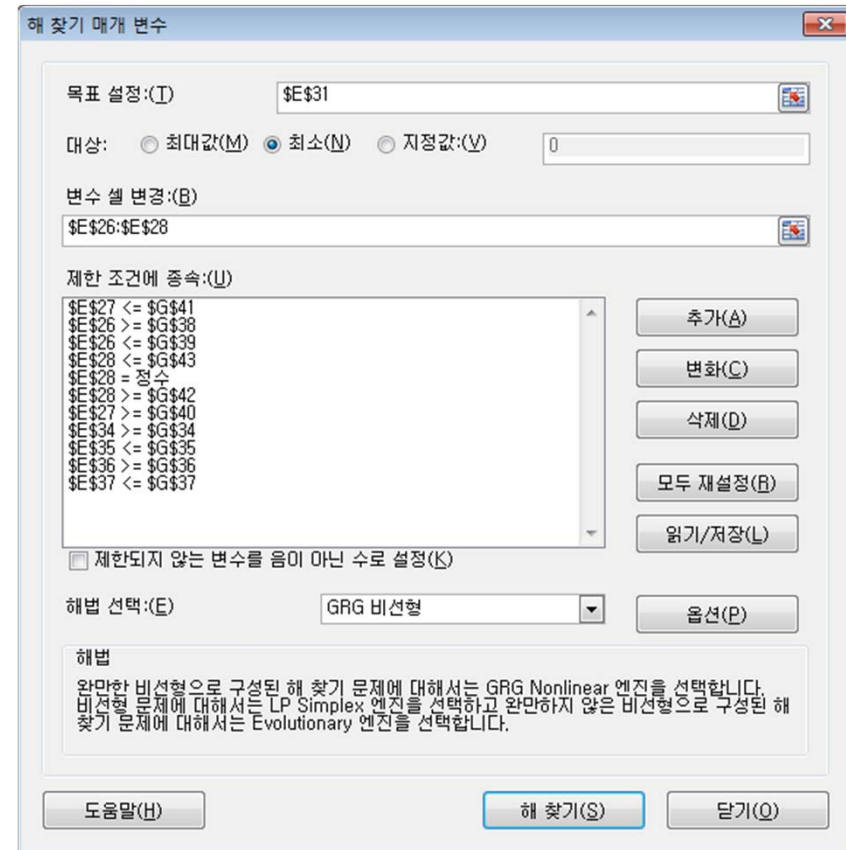
솔버/  
알고리즘  
목적함수

구속조건



# 최적설계문제 해법 예: 압축코일스프링

	A	B	C	D	E	F	G
25	design variables:		initial		optimal		
26	wire diameter	d	0,10	in	0,05		
27	mean coil diameter	D	0,70	in	0,36		
28	number of active coils	N	7		11		
29							
30	objective function:						
31	mass	m	1,15E-04	lb	2,31E-05		
32							
33	constraints:					type	limit
34	deflection along the axis of the spring	$\delta$	0,17	in	0,50	$\geq$	0,5
35	shear stress	$\tau$	21620	lb/in <sup>2</sup>	80000	$\leq$	80000
36	frequency of surge waves	f	409,5	Hz	505,8	$\geq$	100
37	limit on outer diameter of the coil	$D_o$	0,80	in	0,41	$\leq$	1,5
38	wire diameter	d	0,10	in	0,05	$\geq$	0,05
39	wire diameter	d	0,10	in	0,05	$\leq$	0,2
40	mean coil diameter	D	0,70	in	0,36	$\geq$	0,25
41	mean coil diameter	D	0,70	in	0,36	$\leq$	1,3
42	number of active coils	N	7	integer	11	$\geq$	2
43	number of active coils	N	7	integer	11	$\leq$	15



# 정리: 최적설계

■ 개발주기 단축 및 개발비용 절감: CAD 주도 설계 → CAE 주도 설계

■ CAE 주도 설계 : 최적설계 가 필수 (설계 의사결정)

■ 최적설계

- 경험/직관에 의존하지 않고 해석적 최적값 도출
- 설계프로세스를 체계적으로 정의/관리 (반복된 설계에 유리)

