# **Size Optimization**

Computational Design Laboratory Department of Automotive Engineering Hanyang University, Seoul, Korea



Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.



#### 예제 문제

- Beam design problem using MATLAB
- 5 bar truss structure example: volume minimization problem
- 3 bar truss structure example: topology + size optimization

- 해석 프로세스
  - ▶ 기하형상 생성
    ▶ 재료 물성 및 특성 입력
    ▶ 요소망 생성
    ▶ 구속조건 설정
    ▶ 하중조건 설정
    ▶ 최적설계 문제 정식화 및 최적설계 실행
    ▶ 후처리

# BEAM DESIGN PROBLEM USING MATLAB

#### 예제: BEAM DESIGN PROBLEM



 $\underset{b,d}{\text{Minimize } mass}$ 

subject to

$$\begin{cases} g_1 = \sigma(b, d) \le (\sigma_a)_{bending} \\ g_2 = \tau(b, d) \le (\tau_a)_{shear} \\ g_3 = d \le 2b \\ g_4 = b \ge 0 \\ g_5 = d \ge 0 \end{cases}$$

 $\underset{b,d}{\text{Minimize } f = bd}$ 

subject to

$$\begin{cases} g_1 = \frac{6M}{bd^2} - (\sigma_a)_{bending} \le 0\\ g_2 = \frac{3V}{2bd} - (\tau_a)_{shear} \le 0\\ g_3 = d - 2b \le 0\\ g_4 = -b \le 0\\ g_5 = -d \le 0 \end{cases}$$

MATLAB의 Optimization

버를 이용한 최적화 가능

Tool을 이용하면 다양한 솔

#### MATLAB을 이용한 최적화

MATLAB의 Optimization tool 기능을 이용 • (명령어 'optimtool' 또는 아이콘 ☑) Optimization

| Optimization Tool      Elle Help      Problem Setup and Results      Solver: fmincon - Constrained nonlinear minimization     minimax - Minimax optimization     fminimax - Minimax optimization     fminimax - Unconstrained nonlinear minimization     Objective     freminunc - Unconstrained nonlinear minimization     Objective     fseminf - Semi-infinite minimization     fosive - Nonlinear equation solving     Start point     fzero - Single-variable nonlinear equation solving     ga - Gener Gorithm     Constraints:     Linear inequalities: | Options >><br>Stopping criteria<br>Max iterations:   Use default: 1000<br>Specify:<br>Max function evaluations:  Use default: 3000<br>Specify:<br>X tolerance:  Use default: 1e-10<br>Specify:<br>nization  | 본 문제와 같이 제약조건이<br>있는 문제의 경우에는 민감<br>도 기반의 'fmincon'을 많이<br>사용하며 민감도 계산이 어<br>렵거나 전역 최적해가 필요<br>한 경우 'GA (genetic<br>algorithm)' 를 사용                             |
|--|---|--|
| Linear equalities: fminimax - Minimax optimization<br>Bounds:<br>Nonlinear constraint fun<br>Derivatives: fseminf - Semi-infinite minimization<br>Run solver and view result<br>fsolve - Nonlinear equation solving<br>Start Pause fzero - Single-variable nonlinear equat<br>Current iteration: ga - Genetic Algorithm  | minimization<br>nimization<br>ion solving   |  |
| Objective function value: 27019,80543053885<br>Ontimization terminated: average change in the fitness value less than  | 금 Function Value Check  | T × 🔀 변수 - Straine_ele   |
| options, TolFun<br>and constraint violation is less than options, TolCon,<br>Changes applied,<br>Optimization running,<br>Objective function_value: 27303.064551685675   | FiveBar_optimization.m       +         I       function [x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = FiveBar         2       2X This is an auto generated MATLAB file from Optimization         3       3         Hess       4       2X Start with the default options         5       options = optimoptions('fmincon');         6       2X Modify options setting         7       options = optimoptions(options, 'Display', 'final-detailed');         8       options = optimoptions(options, 'TolX_Data);         9       options = optimoptions(options, 'Algorithm', 'sqp');         10       options = optimoptions(options, 'Algorithm', 'sqp');         11       [x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = | r_optimization(x0,1b,ub,ToIX_Data)<br>tion Tool.<br>File→Generate Code 기능을<br>통해 스크립트로 변환 가능<br>implotfval @optimplotconstrviolation @optimplotfirstorderopt }); |

# OPTIMTOOL 이용

| A Optimization Tool  |  |  |
|--|--|--|
| File Help  | fmincon - Constrained nonlinear minimization   |  |
| Problem Setup and Results 0  | p Trust region reflective 👻  | Quick Reference <<                                     |
| Solver: fmincon - Constrained nonlinear minimization 리즘,                       | Interior point<br>SQP  | fmincon Solver   |
| Algorithm: SQP ···································                             | Active set<br>Trust region reflective  | nonlinear multivariable function.                      |
| Objective function: @(x) x(1)*x(2)   | Max function evaluations:  Use default: 100*numberOfVariables                              | below corresponding to your task.                      |
| Start point: [1 1]   | 기 설계값<br>X tolerance:  | Problem Setup and Results Solver and Algorithm         |
| Constraints:   | 현구속조건 (Δ <sup>♥ specify</sup>  | ▶ Problem  |
| Linear inequalities: A: [-2 1] b: [0]  | Function tolerance:  | ▶ Constraints  |
| Linear equalities: Aeq: beq:   | O Specify:   | ▶ Run solver and view results                          |
| Bounds: Lower: [0 0] Upper:  | 순의 장/하안값<br>Constraint Blerance: Use default: 1e-6   | Options  |
| Nonlinear constraint function: @beam_cons                                      | Specify:   | Stopping criteria                                      |
| Derivatives: Approximated by s빠r선형 구속  | 자 거 Henstraint tolerance:  | Function value check                                   |
| Run solver and view results 계산을 위한   | 함수 ◎ specify:  | User-supplied derivatives     Approximated derivatives |
| Start Pause Stop   | Unboundedness threshold:   | ▶ Algorithm settings                                   |
| Current iteration: 19 Clear Results  | Specify:   | Plot functions   |
| Local minimum found that satisfies the constraints.                            | Function value check   | Output function  |
| Optimization completed because the objective function is                       | Error if user-supplied function returns Inf, NaN or complex                                | ▶ Display to command window                            |
| feasible directions, to within the default value of the optimality             | User-supplied derivatives  | Suggested Next Steps                                   |
| tolerance,<br>and constraints are satisfied to within the default value of the | Validate user-supplied derivatives   | When the Solver Fails                                  |
| constraint tolerance.  | Hessian sparsity pattern: <ul> <li>Use default: sparse(ones(numberOfVariables))</li> </ul> | When the Solver Might Have                             |
| 최적화 결과 🚽   | Specify:   | Succeeded     When the Solver Succeeds                 |
| Final point:   | Hessian multiply function:   Use default: No multiply function                             | More Information                                       |
| 1 4 2  | Specify:   | ▶ User Guide   |
| 335.41 335.41  | · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·  | Function equivalent                                    |

#### GENERATE CODE 이용

#### Optimization Tool

| File | Help                    |  |
|------|-------------------------|--|
|      | <b>)</b>                | <pre>[] function [x,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian] = untitled(xU,Aineq,bineq,lb)</pre>          |
|      | Reset Optimization Tool | XXX This is an auto generated MATLAB file from Optimization Tool.  |
|      | Clear Problem Fields    |  |
|      | Import Options          | XX Start with the default options  |
|      | Import Problem          | <pre>options = optimoptions('fmincon');</pre>  |
|      |                         | XX Modify options setting  |
|      | Preferences             | <pre>options = optimoptions(options, 'Display', 'off');</pre>  |
|      | Export to Workspace     | <pre>options = optimoptions(options, 'PlotFcn', { @optimplotx @optimplotfunccount @optimplotfval });</pre> |
| í .  |                         | options = optimoptions(options, Algorithm', 'sqp');  |
|      | Generate Code           | [x.fval.exitflag.output.lambda.grad.bessian] =   |
|      |                         | (a) = (a(a) + (1) + (2))   |
|      | Close Ctrl+W            | <pre>- fmincon(@(x)x(1)*x(2), xu, Aineq, Dineq, [], [], [D, [], @beam_cons, options);</pre>                |

→ 일부 상수의 경우 넘어오지 않으므로 수정 필요



| XX Start with the default options   |                  |     |
|---|------------------|-----|
| options = optimoptions('fmincon');  |                  |     |
| XX Modify options setting   |                  |     |
| options = optimoptions(options,'Display', 'off');                                     |                  |     |
| options = optimoptions(options,'PlotFcn', {            @optimplotx @optimplotfunccour | t @optimplotfval | }); |
| options = optimoptions(options,'Algorithm', 'sqp');                                   |                  |     |
| [x,fval,exitflag,output] 🚍  |                  |     |
| fmincon(@(x)x(1)*x(2),[1 1],[-2 1],[0],[],[],[0 0],[],@beam_cons.options)             |                  |     |

#### MATLAB 최적화 결과값의 의미

#### >> untitled

x =

| 335, 4102 335, 4102 |  |
|---------------------|--|
|                     | All algorithms:  |
|                     | <ol> <li>First order optimality conditions satisfied.</li> </ol> |
| fual =              | O Too many function evaluations or iterations.                   |
| 1441 -              | -1 Stopped by output/plot function.                              |
| 1 12500+05          | -2 No feasible point found.                                      |
| 1.12306-03          | Trust-region-reflective, interior-point, and sqp:                |
|                     | 2 Change in X too small.   |
| evitflag =          | Trust-region-reflective:   |
| exiting -           | 3 Change in objective function too small.                        |
|                     | Active-set only:   |
|                     | 4 Computed search direction too small.                           |
|                     | 5 Predicted change in objective function too small.              |
| output =            | Interior-point and sqp:  |
| οαίραι -            | -3 Problem seems unbounded.                                      |

#### 다음 필드를 포함한 <u>struct</u>:

iterations: 19 funcCount: 60 algorithm: 'sqp' message: 'Local minimum found that satisfies the constraints....' constrviolation: 2.4825e-13 stepsize: 9.9144e-05 Issteplength: 1 firstorderopt: 3.1236e-06

#### MATLAB 코드

|              | XX Start with the default opti                    | ions                                   |  |  |  |
|--------------|---|--|--|--|--|
|              | <pre>options = optimoptions('fmincon');</pre>     |  |  |  |  |
|              | XX Modify options setting                         |  |  |  |  |
| 치거치도 시행시     | options = optimoptions(options,'Di                | splay', 'final-detailed');             |  |  |  |
| 쇠식와들 실행아는    | options = optimoptions(options, Al                | gorithm', 'sqp'); %                    |  |  |  |
| 메인 스크립트      | xO = [500 500]; % Start point                     |  |  |  |  |
|              | [x.fval.exitflag.output] =                        |  |  |  |  |
|              | $f_{mincon}(\theta(x), x(1) + x(2), x(1) - 2, 1)$ | 0].[].[].[0.0].[] @heam.cons.options)  |  |  |  |
|              |   |  |  |  |  |
|              | ■ function [c con]=beem cons(y)]                  |  |  |  |  |
|              | M = 407: % Mmm                                    |  |  |  |  |
|              | $V = 1 E_0 A_0^2 + V h$                           |  |  |  |  |
|              | Y - 1984, % N                                     |  |  |  |  |
|              | sig_a = 10, %N/mm 2                               | x: design variables                    |  |  |  |
|              | tau_a = 2; %N/mm~2                                | c: inequality constraint               |  |  |  |
|              |   |  |  |  |  |
|              | b = x(1);   | ceq: equality constraint               |  |  |  |
|              | d = x(2);   |  |  |  |  |
|              |   |  |  |  |  |
|              | c(1) = 6+M/b/d^2-sig_a; %91                       |  |  |  |  |
|              | c(2) = 3*V/2/b/d-tau_a; %92                       |  |  |  |  |
| 피리미터 미 페하ㅈ거이 | ceq=[];   |  |  |  |  |
| 파다미너 곳 세인소신의 |   |  |  |  |  |
| 계산이 포함된      | XX Plot   |  |  |  |  |
| 함수 스크립트      | [bb,dd]=meshgrid(0:700,0:1000);                   |  |  |  |  |
| - · –        | c1 = 6+M./bb./(dd.^2)-sig_a;                      |  |  |  |  |
|              | c2 = 3*V/2./bb./dd-tau_a;                         |  |  |  |  |
|              | c3 = dd−2∗bb;                                     |  |  |  |  |
|              | <pre>contour(bb,dd,c1,[0 0],'b');text</pre>       | (100,500, 'g1', 'color', 'b');drawnow; |  |  |  |
|              | hold on   |  |  |  |  |
|              | <pre>contour(bb,dd,c2,[0 0],'m');text</pre>       | (150,850,ig2',icolori,imi);drawnow;    |  |  |  |
|              | hold on   |  |  |  |  |
|              | contour(bb.dd.c3.[0 0].'v'):text                  | (400,800, 'g3', 'color', 'v');drawnow; |  |  |  |
|              | hold on   |  |  |  |  |
|              | plot(x(1) x(2) ini ind(xi) ini)                   | drawpow:                               |  |  |  |
|              | <pre>Lplot(x(1),x(2), 'o', 'color', 'r');</pre>   | drawnow;                               |  |  |  |

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.



x0 = [400 200], f = 112500





x0 = [200 500], f = 112500 x\*=[245.595 458.07]1] 





# 5 BAR TRUSS STRUCTURE (VOLUME MINIMIZATION PROBLEM) 로드 요소

# 근사모델을 이용한 최적설계

- 해석된 데이터를 바탕으로 근사의 수학 모델을 만들어 최적화를 수행
- 설계자가 정한 시간 내에 적절한 설계안 도출 가능 → 실제 산업현장에서 많이 사용



• NFX의 경우 근사모델 기반 최적화만 지원하고 있음





근사모델 생성





최적화 수행

#### 예제: 5 BAR STRUCTURE



Material : aluminum 탄성계수 : 6.895E4 N/mm<sup>2</sup> 프와송비 : 0.3 질량밀도 : 2.77E-6 kg/mm<sup>3</sup>

a = 254 mm

$$F_{1x} = 22.241 \text{ kN}$$
 ,  $F_{1y} = -13.344 \text{ kN}$   
 $F_{2y} = 4.448 \text{ kN}$ 

문제정식화

설계변수 : 각 부재의 단면적 설계목적 : 부피 최소화 설계제약조건 부재 최대응력 413.684 MPa 이하 절점 최대변위(x,y방향) 1.524 mm 이하 6.4516 mm<sup>2</sup> ≤ 부재 단면적 ≤ 64.516 mm<sup>2</sup>

#### Referenced optimum values\*

| 부재<br>번호     | 1     | 2    | 3     | 4     | 5    |
|--------------|-------|------|-------|-------|------|
| 단면적<br>[mm²] | 32.26 | 6.45 | 30.39 | 10.77 | 6.45 |

\* A. Pospisilova and M. Leps, ACTA PLYTECHNICA, 2012

# 기하형상 생성 (1)



# 기하형상 생성 (2)



# 재료 물성 및 특성 입력



#### 5개의 로드요소 특성 생성 (초기 단면적 : 20 mm<sup>2</sup>)



| 성 추7                        | ŀ/수정                                       |                                  |                                    | ×                                     |
|-----------------------------|--|----------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| 번호<br>1<br>2<br>3<br>4<br>5 | 이름<br>Bar1<br>Bar2<br>Bar3<br>Bar4<br>Bar5 | 종류<br>1D<br>1D<br>1D<br>1D<br>1D | 하위종류<br>로드<br>로드<br>로드<br>로드<br>로드 | <u>생정</u> ▼<br>수정<br>복사<br>삭제<br>불러오기 |
|                             |  |                                  |                                    | 달기                                    |

#### 요소망 생성



### 구속조건 및 하중조건 설정



### 설계변수 설정



Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.





해석 케이스

'선형 정적해석' 선택

### 해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (1)



# 해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (2)



#### 해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (3)



# 치수 최적화 설정: 응력 제약조건



# 치수 최적화 결과 확인: 응력 제약조건



# 후처리: 응력 제약조건



# 치수 최적화 설정: 변위 제약조건



28

# 치수 최적화 결과 확인: 변위 제약조건



최적화 결과를 설계 모델에

변위조건은 모두 만족하나

응력조건을 위반한 결과가

나타남

반영하여 해석 수행 가능

# 후처리: 변위 제약조건



# 치수 최적화 설정: 응력 & 변위



31

# 치수 최적화 결과 확인: 응력 & 변위



# 후처리: 응력 & 변위



Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 치수 최적화 결과

|                          |        | 최적화 문제 |        |        |         |  |
|--------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|--|
|                          |        | 참고 문헌  | 응력 제약  | 변위 제약  | 응력 & 변위 |  |
| 부피[mm³]                  |        | 2.6e4  | 3.4e4  | 2.7e4  | 3.3e4   |  |
| 최대 응                     | 력[MPa] | 414.09 | 360.59 | 573.57 | 365.68  |  |
|                          | 절점 1,x | 1.52   | 1.33   | 1.45   | 1.35    |  |
| 변위                       | 절점 1,y | -1.52  | -1.01  | -1.28  | -0.97   |  |
| [mm]                     | 절점 2,x | 0.001  | 0.04   | -0.22  | 0.002   |  |
|                          | 절점 2,y | -0.004 | -0.16  | 0.83   | -0.01   |  |
|                          | A1     | 32.26  | 37     | 33     | 37      |  |
|                          | A2     | 6.45   | 8.5    | 6.6    | 6.7     |  |
| 변수<br>[mm <sup>2</sup> ] | A3     | 30.39  | 39     | 35     | 40      |  |
|                          | A4     | 10.77  | 20     | 7.1    | 17      |  |
|                          | A5     | 6.45   | 8.3    | 6.5    | 12      |  |

NFX를 이용한 치수 최적화 의 경우 참고 문헌의 결과 대비 제약조건에 여유가 있 는 상태로 결과가 도출된 것 을 알 수 있음

# MATLAB을 이용한 최적화: fmincon

• 최적화 세팅

| A Optimization Tool   |  |   |
|---|--|---|
| File Help   | fmincon - Constrained nonlinear minimization   |   |
| Problem Setup and Results 최적화 알고리즘  | Opt Trust region reflective  | ck Reference <<   |
| Solver: fmincon - Constrained nonlinear minimization Algorithm: SQP Broblem   | SQP<br>Ma Active set<br>Trust region reflective  | fmincon Solver<br>Find a minimum of a cons<br>multivariable function.   |
| Objective function:   | →       Ax function evaluations:   | Click to expand the sectior<br>corresponding to your task<br>Problem Setup and F  |
| Start point: rand(5,1)*64.516*0.9+6.4516  | · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·  | <ul> <li>Solver and Algorithm</li> <li>Problem</li> </ul>   |
| Linear inequalities: A:   | Function tolerance:  | Constraints   |
| Linear equalities:     Aeq.     Deq.     Deq.       Bounds:     Lower:     6.4516*ones(5,1)     Upper:     64.516*ones(5,1)   | 면수의 경계값 ◎ Specify: 1e-10<br>Constraint tolerance: ◎ Use default: 1e-6  | Options <ul> <li>Stopping criteria</li> </ul>   |
| Nonlinear constraint function:     DeriveBar       Derivatives:     Approximated by solver  | 부속조건계산 ◎ specify: 0.01<br>음과위:한:슈: ◎ Use default: 1e-6   | <ul> <li>Function value check</li> <li>User-supplied derivative</li> </ul>  |
| Run solver and view results       Start     Pause       Stop  | (구조해석포함) Specify:  | <ul> <li>Approximated derivative</li> <li>Algorithm settings</li> </ul>   |
| Current iteration: 32 Clear Result options, MaxFunEvals = 500 (the default value),  | Ilts Specify:  | <ul> <li>Plot functions</li> <li>Output function</li> </ul>   |
| Optimization running,<br>Objective function value: 0.0715409861874495<br>Converged to an infeasible point,  | Error if user-supplied function returns Inf, NaN or complex      User-supplied derivatives                           | <ul> <li>Display to command wi</li> <li>Suggested Next Step</li> <li>Overview of Next Steps</li> <li>When the Selver Fello</li> </ul> |
| fmincon stopped because the size of the current step is less than<br>the default value of the step size tolerance but constraints are not<br>satisfied to within the default value of the constraint tolerance,<br>よれようし ろう | Validate user-supplied derivatives     Hessian sparsity pattern:      W Use default: sparse(ones(numberOfVariables)) | <ul> <li>When the Solver Paris</li> <li>When the Solver Might H</li> <li>When the Solver Succes</li> </ul>                            |
| 지역와 걸고<br>Final point:  | Specify:     Hessian multiply function:     Specify:     Specify:  | More Information  User Guide  Function equivalent   |
| 1         2         3         4         5           32.251         6.452         30.484         10.745         6.4  | 52 ¢ Approximated derivatives  |   |

# MATLAB을 이용한 최적화: fmincon

|                          |                    |        | 최적       | 화 문제   |          | MATLAB의 fmincon 솔버의                                |
|--------------------------|--------------------|--------|----------|--------|----------|--|
|                          |                    | 참고 문헌  | 응력 제약    | 변위 제약  | 응력 & 변위  | · 경우 민감도를 이용한 알고<br>· 리즘을 사용하며 크게 4가               |
| 부피                       | [mm <sup>3</sup> ] | 2.6e4  | 2.6e4    | 2.5e4  | 2.6e4    | 지 방법을 사용   |
| 최대 응                     | 력[MPa]             | 414.09 | 413.68   | 632.33 | 414.70   | 본 문제에 적용 가능한 방법                                    |
|                          | 절점 1,x             | 1.52   | 1.52     | 1.52   | 1.52     | 은 'Interior point', 'SQP',<br>Active set' 3가지이며, 본 |
| 변위                       | 절점 1,y             | -1.52  | -1.52    | -1.52  | -1.52    | · 문제의 경우 결과에 큰 차이<br>· 가 없으므로 기본으로 되어              |
| [mm]                     | 절점 2,x             | 0.001  | 3.92e-7  | -0.21  | -8.30e-6 | 있는 'Interior point'를 이용                            |
|                          | 절점 2,y             | -0.004 | -1.50e-6 | 0.81   | 3.19e-5  | 인 걸피 이용함   |
|                          | A1                 | 32.26  | 32.26    | 31.37  | 32.26    | ¦ 잠고 문헌의 결과와 유사한<br>¦ 결과를 나타냄                      |
|                          | A2                 | 6.45   | 6.45     | 6.45   | 6.45     | <br> <br>  응력 제약 문제의 경우 GA                         |
| 변수<br>[mm <sup>2</sup> ] | A3                 | 30.39  | 30.41    | 31.67  | 30.41    | 결과와 마찬가지로 변위 제                                     |
|                          | A4                 | 10.77  | 10.75    | 6.45   | 10.75    | 약소간을 고려하지 않음에<br>도 변위 제약조건을 만족하                    |
|                          | A5                 | 6.45   | 6.45     | 6.45   | 6.45     | 는 것을 알 수 있음<br>                                    |

#### MATLAB을 이용한 최적화: GA

• 최적화 세팅

| A Optimization Tool  | 0080 F 220868-0 00 +0                                     |                             |
|--|---|-----------------------------|
| File Help  |   |                             |
| Problem Setup and Results 최적화 알고리즘   | Options   | Quick Reference <<          |
| Solver: aa - Genetic Algorithm   | Specify:  | · · · · · · ·               |
| Problem  | e 전·현·아우 Ose default: -Inf                                | Genetic Algorith            |
| Fitness function: @(x) (x(1)+x(4)+x(5)+x(2)*(sqrt(2))+x(3)*(sqrt(2)))*254  | Specify:  | Click to expand the section |
| Number of variables: 5   | Stall generations: <ul> <li>Use default: 50</li> </ul>    | corresponding to your task  |
| Constraints: 설계  | 변수 개수 ◎ specify:  | Problem Setup and F         |
| Linear inequalities: A: [] b: []   | Stall time limit:   O Use default: Inf                    | ► Constraints               |
| Linear equalities: Aeq: [] beq: []   | 수의 경계값 specify:   | Run solver and view res     |
| Bounds: Lower: 6.4516*ones(5,1) Upper: 64.516*ones(5,1)  | Stall test:  average change                               | Options                     |
| Nonlinear constraint function: @FiveBar  | Function tolerance: <ul> <li>Use default: 1e-6</li> </ul> | Specify options for the Ger |
| Integer variable indices: 구속조건계신   | Specify:  | Population                  |
| Run solver and view results 음 위한 함수  | Constraint tolerance:                                     | Fitness scaling             |
| C ···  | Specify:  | Selection                   |
| Start Pause Stop   |   | ▶ Reproduction              |
| Current iteration: 4   | Plot interval: 1  | Mutation                    |
|  |   | Crossover                   |
|  |   | Migration                   |
|  |   | Constraint parameters       |
| Changes applied,<br>Optimization running,  | Score diversity Scores Selection                          | Hyprid function             |
| Objective function value: 27303,064551685675<br>Optimization terminated: average change in the fitness value less than options. TolFun | Stopping Max constraint                                   | Plot Eurotions              |
| and constraint violation is less than options, TolCon,   | Custom function:  | Output function             |
| 1 저희 거리  | Output function   | Display to command wi       |
| 최직와 결과 🖡   | Custom function:  | E                           |
| Final point:   | □ Display to command window                               | More Information            |
| 1 2 3 4 5  | Level of display: off                                     | ▶ User Guide                |
| 35.354 6.455 31.588 11.884 6.453   | User function evaluation                                  | Function equivalent         |
| K  | Evaluate fitness and constraint functions: in serial      | ▼<br>4 Ⅲ                    |

# MATLAB을 이용한 최적화: GA

|                          |        |        | 최적      | GA의 경우 최적화 계산과정 |          |                                      |  |  |
|--------------------------|--------|--------|---------|-----------------|----------|--------------------------------------|--|--|
|                          |        | 참고 문헌  | 응력 제약   | 변위 제약           | 응력 & 변위  | · 에서 랜덤 요인이 포함되기<br>· 때문에 100번을 수행하여 |  |  |
| 부피[mm³]                  |        | 2.6e4  | 2.6e4   | 2.7e4           | 2.6e4    | 제일 좋은 결과를 도출함                        |  |  |
| 최대 응력[MPa]               |        | 414.09 | 414.02  | 593.93          | 414.10   | 참고 문헌의 결과와 유사한                       |  |  |
| 변위<br>[mm]               | 절점 1,x | 1.52   | 1.52    | 1.39            | 1.52     | 결과를 나타냄<br>                          |  |  |
|                          | 절점 1,y | -1.52  | -1.52   | -1.39           | -1.52    | ¦ 응력 제약 문제의 경우 변위<br>  제약조건을 고려하지 않을 |  |  |
|                          | 절점 2,x | 0.001  | 9.0e-7  | -0.21           | 1.71e-5  | 에도 변위 제약조건을 만족                       |  |  |
|                          | 절점 2,y | -0.004 | -3.4e-6 | 0.8             | -6.53e-5 | ¦ 아는 것을 될 수 있음<br> <br>              |  |  |
| 변수<br>[mm <sup>2</sup> ] | A1     | 32.26  | 32.23   | 34.45           | 32.23    |                                      |  |  |
|                          | A2     | 6.45   | 6.45    | 6.45            | 6.45     |                                      |  |  |
|                          | A3     | 30.39  | 30.39   | 34.78           | 30.38    |                                      |  |  |
|                          | A4     | 10.77  | 10.74   | 6.87            | 10.74    |                                      |  |  |
|                          | A5     | 6.45   | 6.45    | 6.45            | 6.45     |                                      |  |  |

# **3 BAR TRUSS STRUCTURE** (TOPOLOGY + SIZE OPTIMIZATION)

#### 예제: 5 BAR STRUCTURE



Material : aluminum 탄성계수 : 6.895E4 N/mm<sup>2</sup> 프와송비 : 0.3 질량밀도 : 2.77E-6 kg/mm<sup>3</sup>

a = 254 mm

$$F_{1x} = 22.241 \text{ kN}$$
,  $F_{1y} = -13.344 \text{ kN}$   
 $F_{2y} = 4.448 \text{ kN}$ 

문제정식화

설계변수 : 각 부재의 단면적 설계목적 : 부피 최소화 설계제약조건 부재 최대응력 413.684 MPa 이하 절점 최대변위(x,y방향) 1.524 mm 이하 6.4516 mm<sup>2</sup> ≤ 부재 단면적 ≤ 64.516 mm<sup>2</sup>

#### Referenced optimum values\*

| 부재<br>번호     | 1     | 2    | 3     | 4     | 5    |
|--------------|-------|------|-------|-------|------|
| 단면적<br>[mm²] | 32.26 | 6.45 | 30.39 | 10.77 | 6.45 |

\* A. Pospisilova and M. Leps, ACTA PLYTECHNICA, 2012

# 기하형상 생성 (1)



### 기하형상 생성 (2)



#### 254\*254 평면 생성 (설계영역)

재료 aluminum 두께 5.5 mm, 요소 크기 10 mm인 판 요소 생성

### 구속조건 및 하중조건 설정







#### 해석 케이스 정의



Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 위상 최적화 결과 확인





🗢 🗘 🚥 . X 등위면 기준 0.01 0.3 1 🔲 결과 변경시 값 고정 ④ 면 이외 영역 보이기 ◎ 기준값 미상 🔘 기준값 이하 ◎ 면 만 보이기 추가 삭제 모두삭제 닫기

재료밀도 0.3 이상인 결과 확인 시 1, 3, 4번 부재만 표현되는 것을 확인

#### 치수 최적화 설정

|                          |                                       |   | midas NFX - (NFXD12)                            |  | - 6  |
|--------------------------|---------------------------------------|---|---|--|--|
| 현상 유수망 정정/열 해성           | 동적/과도열 해석 유동해석 해석 결기                  | 부성 도구   |   |  | 사용모드 * 스탠일 * 배경 * 언머 * 💓 🗕 🖻 🗙   |
|                          | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |   | 드 및 전전문규 📷                                      |  |  |
| 전 빅터 티 채우기유형 - 클 바람형상    | · A. 인인서초총 T. 응럽 사람화 👔                | ▲해등위면 중·근사모델현상 등 북학재 · ○ 히테.  | /히소 모든 요소 · · · · · · · · · · · · · · · · · ·   |  |  |
| CHOIG그램 등 결과색상 · 자동스케일(* | 1) · @ 경과수송 14 입의방향 부재력합계 영           | 기타기능 / 10 최적모델생성 / 2 보고서 [1] 컨투   | 에선 III 요소증양결과 옵션                                |  |  |
| 일반                       | 23                                    | 최적설계章치리 특수章치리   | 보이기/감추기 도구                                      |  |  |
| * 60 QQQCC+              |                                       | · 🖓 🔞 🔜 🗅 🚥 📄 🏥 🕁 🍱 🗐 🛼 🛊   | + N K K * S V                                   |  |  |
| 해석 및 결과                  | a ×                                   |   |   |  | PI   |
| 한목                       | 변호 색상                                 | 0 42.1 84.2   | 🛅 🗣   🕵 -   없음 (0) 👘 👘                          |  | midas NFX  |
|                          | 24                                    |   |   |  | 1076/L 31339-400<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035<br>1035 |
| 채우기                      | 면그리기                                  |   |   |  |  |
| 역상<br>키트대신               | 킨누네                                   |   |   |  | , Alexandre and Alexandre a  |
| - 보이기                    | False                                 | 1   |   |  | 1  |
| 선색할                      |                                       |   |   |  | ×  |
| 선두께                      | 1                                     | [DATA] Size Optimization, RSMOPT: CANDIDATE 3, 선혈 정적히   | H석(圖수), [UNIT] N, mm                            |  |  |
|                          |                                       | ▶ ■ 🔛 🏡 4+ ♣ 레벨 3 (보통)  |   |  | 0  |
|                          |                                       | ( 시작페이지 ( 10_Bar_Truss ) 10_Bar_Truss   | ass_Optimized 🚯 NFXD4 🚯 S_Bar_Truss 🚯 S_bar_top | oology 🚯 _Optimized5_bar_topology1 🚯 NFXD11 🔯 _O | ptimizedNFXD11 () NFXD12 × () Optim >  |
|                          |                                       | 콜랙창   |   |  | a x  |
|                          |                                       | M - EFUE OFTHUZATION<br>> -RUIN OFTHUZATION<br>- RUIN DINE REFORME SUPPLICE MODEL: COMPLETED<br>> FUENTIE TRUMM FORM: COMPLETED<br>> OFTHUZATION COMPLETED<br>> OFTHUZATION COMPLETED<br>> SYSTEM INFO)<br>NIMMER OF THURSENS : 1 |   |  |  |
|                          | NO                                    | > WALL CLOCK TIME : 16.563 sec  |   |  |  |
|                          | 48                                    | >   |   | 0.100 10.00 5.100                                | •  |
| Heady                    |                                       |   | X: 0~265,319 Y: -5,7599~262,359 Z:0~0           | G:[3] N:[4] E:[3]                                | N v mm v J v sec v   |

위상최적화에서 도출된 1, 3, 4번 부재만을 모델링하여 치수최적설계 수행

재료 물성치, 단면적 모델링, 경계조건 설정 등은 앞선 실 습 예제와 동일하게 설정

치수최적설계 모델링 후, 최 적설계 수행

#### 치수 최적화 결과 확인

| 설계 모델생성                                       |                |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
|---|----------------|------------|---|-----|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| 적설  | 널계 결과 요약       |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
| [적]   | 화케이스 so        |            | • |     |          |              |          |          |          |          |         |
| Т   | 설계변수 이름        | <u>素</u> フ | 값 | 최소값 | 최대값      | 설계안 1        | 설계안 2    | 설계안      | 3 사용지    | · 설계안    | *       |
|   | 설계변수-1         | 2          | 0 | 6.5 | 65       | 39           | 40       | 40       | 3        | 39       | _       |
|   | 설계변수-3         | 2          | 0 | 6.5 | 65       | 43           | 34       | 35       | 4        | 43       |         |
|   | 설계변수-4         | 2          | 0 | 6.5 | 65       | 7.3          | 16       | 16       | 16 7     |          |         |
|   |                |            |   |     | 출        | 력 ( 예상값 / 해석 | 값)       |          |          |          |         |
|   | 목적함수 변화율 (%)   | 0          |   |     |          | 58           | 53       | 54       | 58       | 58       |         |
| _   | 제약조건 최대위배율 (%) | 71         |   |     |          | 0            | 0        | 0        | 0        | 47       |         |
| 4   | 목적함수-1         | 1.7e+004   |   |     |          | 2.7e+004     | 2.6e+004 | 2.7e+004 | 2.7e+004 | 2.7e+004 | E       |
| 4   | 제약조건-1         | 7.1e+002   |   |     | 4.1e+002 | 4.1e+002     | 3.9e+002 | 4e+002   | 4.1e+002 | 6.1e+002 |         |
| 4   | 세약소건-2         | 2.5        |   |     | 1.5      | 1.2          | 1.2      | 1.2      | 1.2      | 1.2      |         |
| 4   | 세약소건-3         | 2.1        |   |     | 1.5      | 0.92         | 1.5      | 1.4      | 0.92     | 0.9      |         |
| 4   | 세약소건-4         | 0          |   |     | 1.5      | 0            | 0        | 0        | 0        | 0        |         |
| *   | 세약소건-5         | 1.1        |   |     | 1.5      | 0.52         | 0.18     | 0.16     | 0.52     | 1.3      |         |
| *   |                |            |   |     |          |              |          |          |          |          | Ŧ       |
|   |                |            |   |     |          | III          |          |          |          |          | 4       |
|   |                |            |   |     |          |              |          | 사용자 설계안  | 확인 예상    | 값 확인     | 해석값 확인  |
| 델산  | 병성             |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
|   |                |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
| 대상 사용자 설계안 🔹 모델파일 경로 NFXD4_#bar_Optimized.nfx |                |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
|   |                |            |   |     |          |              |          |          |          |          |         |
|   |                |            |   |     |          |              |          |          |          | 2        | 약인 [ 쥐소 |

근사모델의 정확도 및 치수 최적화 결과 확인

'사용자 설계안'의 경우 근 사모델 내에서는 제약조건 을 만족하나 실제 해석 값이 만족하지 못하는 것을 확인 할 수 있음

# 치수 최적화 결과

|             |        |        | 최적     | 응력 제약조건 문제의 경우 |         |  |  |  |
|-------------|--------|--------|--------|----------------|---------|--|--|--|
|             |        | 참고 문헌  | 응력 제약  | 변위 제약          | 응력 & 변위 | · 근사모넬 상에서는 응력이<br>· 만족하였으나 실제 해석 결      |  |  |
| 부피[mm³]     |        | 2.6e4  | 2.3e4  | 2.1e4          | 2.7e4   | 과에서는 응력과 변위 모두                           |  |  |
| 최대 응력[MPa]  |        | 414.09 | 437.71 | 689.19         | 367.07  |  |  |  |
| 변위<br>[mm]  | 절점 1,x | 1.52   | 1.24   | 1.52           | 1.24    | ¦ 변위 세약소건 문세의 경우<br>¦ 변위는 만족하나 응력은 만     |  |  |
|             | 절점 1,y | -1.52  | -1.98  | -1.47          | -1.47   | 속하지 못함                                   |  |  |
|             | 절점 2,x | 0.001  | 0      | 0              | 0       | 응력, 변위를 모두 고려한                           |  |  |
|             | 절점 2,y | -0.004 | -0.45  | 1.07           | -0.44   | 이 하며, 앞서 5-bar 문제에 비                     |  |  |
| 변수<br>[mm²] | A1     | 32.26  | 40     | 32             | 40      | ¦ 해 부피노 감소한 것을 알<br>¦ 수 있음 (3.3e4→2.7e4) |  |  |
|             | A2     | 6.45   | -      | -              | -       |  |  |  |
|             | A3     | 30.39  | 29     | 31             | 34      |  |  |  |
|             | A4     | 10.77  | 11     | 6.5            | 16      | <br> <br> <br>                           |  |  |
|             | A5     | 6.45   | -      | -              | -       |  |  |  |

### 숙제: EIGENVALUE 최적화

• Weight (volume) minimization of a three bar truss



Objectives :

Minimize the weight of the truss

1<sup>st</sup> eigen frequency must be between 1,500 Hz – 1,550 Hz (모드해석 케이스 필요)



#### Modeling

Material : aluminum

a = 254 mm

Initial value of each area

Area 1 :  $645.16 \text{ mm}^2$ Area 2 : 1290.32 mm<sup>2</sup>

Upper and lower bound of section area

 $64.516 \le$  Area 1 or  $2 \le 6451.6$