# Modal 해석

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea

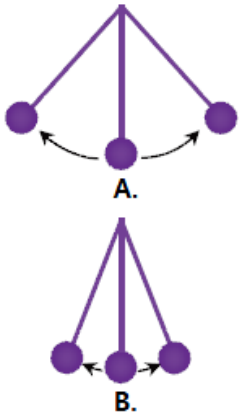
Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 모드 해석

## • 주요용어

➢ **고유 진동수(Natural Frequency)와 고유 진동주기(Natural Period)**

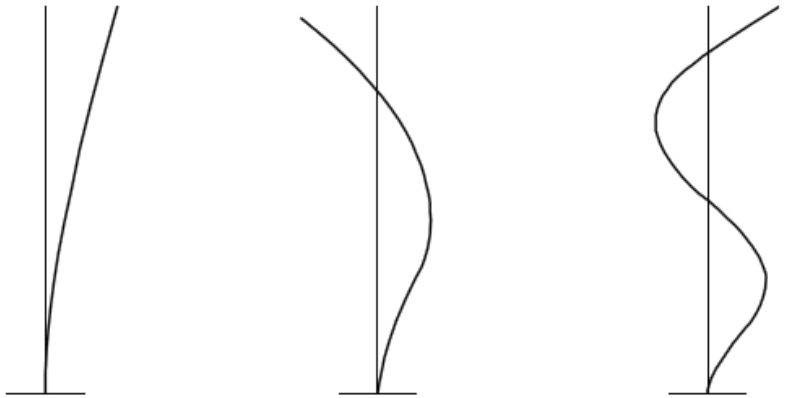
- 고유 진동수 : 구조물의 동적 특성을 표현하는 한 가지로써 단위시간에 진동하는 회수를 의미(Hz)
- 고유 진동주기 : 진동수의 역수(1/f)로서 1회 진동하는데 소요되는 시간을 의미(sec)
- 고유 모드 형상 : 외부의 힘이 제거된 상태에서 구조물이 진동하는 형상을 의미하며,
  구조물이 가장 쉽게 변형할 가능성이 높은 형상부터 저차 모드를 가짐
- 공진 : 고유진동수가 구조물에 가해지는 작동주파수의 근처에 있게 되면 구조물에 공진이 발생




<진폭이 다른 진자의 운동>

- A와 B의 경우에 서로 진폭이 다르지만 진동수와 주기는 일정합니다.
- 진동수와 주기는 길이에 따라 바뀌는 고유 특성입니다.
- 이처럼 진자의 운동에서 초당 왕복하는 횟수를 **고유 진동수**라 하고, 1회 왕복하는데 소요되는 시간을 **고유 진동주기**라고 합니다.
- 구조물의 **고유 진동수**는 구조물의 **강성에 비례**하고 **질량에 반비례**하는 특성을 갖고 있고, 해석 대상물의 구속 위치에서 멀리 떨어진 위치에 집중 질량이 있는 경우는 관성 효과로 인해 고유 진동수를 크게 감소시키는 효과가 나타납니다.

**• 외팔보의 고유 모드 형상**




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

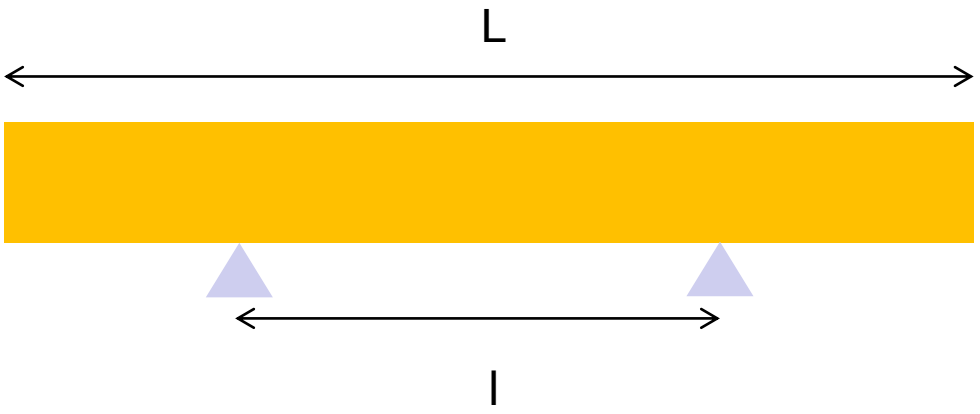
# 모드 해석의 중요성

- 구조물의 동적 특성 (동강성) 파악
  - 구조물의 고유진동수 및 모드형상 파악
  - 공진여부, 진동 혹은 외력에 의한 변형 예측

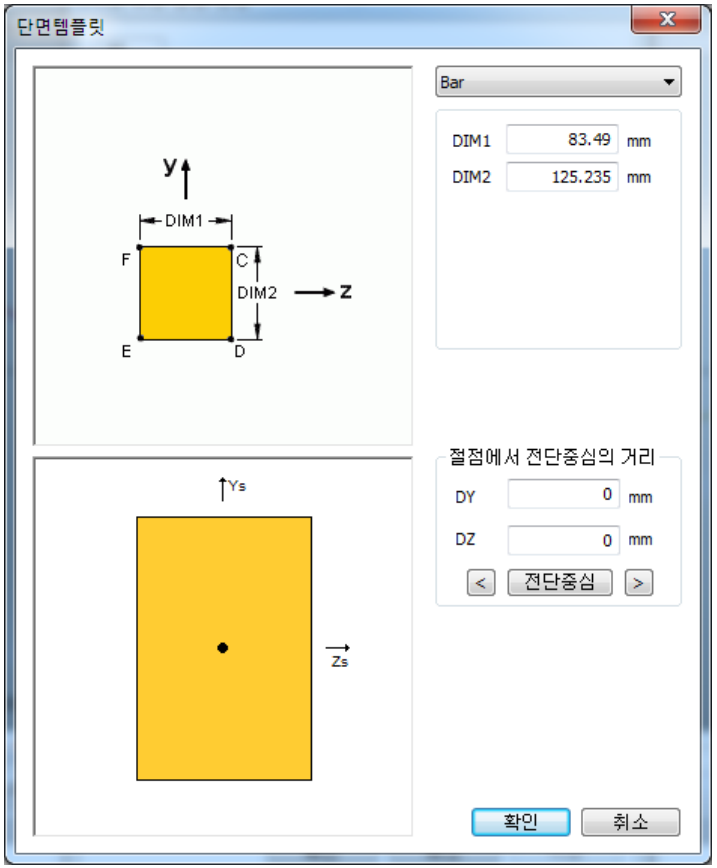
Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 예제: SIMPLY SUPPORTED BEAM

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오




빔 단면 정보




기하형상
- L = 4550 mm
- l = 2700 mm

재료 : alloy steel
- E = 210 GPa
- v = 0.28
- ρ = 1.519e-5 kg/mm$^3$

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 예제: 이론해

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오

$$K = \frac{48EI}{l^3} = 7000 \text{ N/mm}$$

$$\rightarrow I = \frac{Kl^3}{48E} = \frac{7000 \times 2700^3}{48 \times 210000} = 1.367e^7 \text{ mm}^4$$

1차 고유진동수

$$\omega_n = 22.4L^{-(3/2)}\sqrt{\frac{EI}{M}}$$

$$= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550[\text{mm}]}\right)^{1.5} \sqrt{\frac{210000[\text{N/mm}^2] \times 1.367e^7[\text{mm}^4]}{723[\text{kg}]}}$$

$$= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550[\text{mm}]}\right)^{1.5} \sqrt{\frac{210000000[\text{kg/mm} \cdot \text{s}^2] \times 1.367e^7[\text{mm}^4]}{723[\text{kg}]}}$$

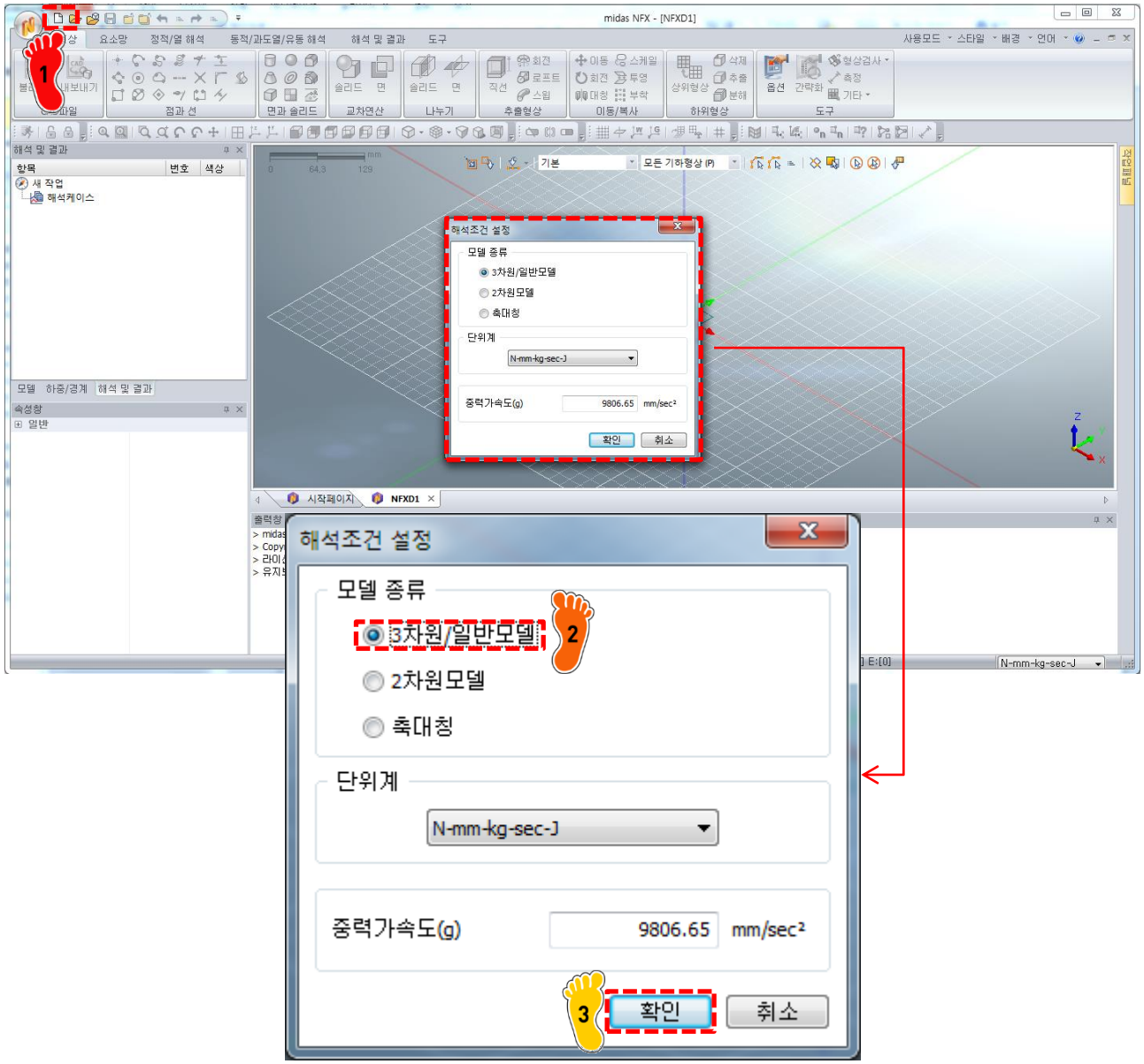
$$= 145.392 \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 23.14 \text{ Hz}$$

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# MODAL ANALYSIS
# 빔 요소

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

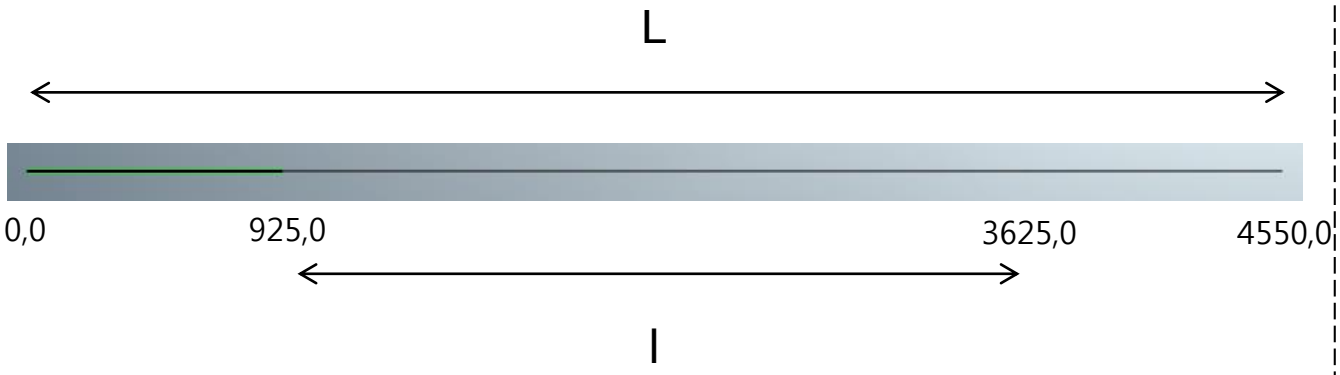
# 기하형상 생성 (1)




1. 새로 만들기 클릭
2. 3차원/일반모델 선택
3. 확인

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

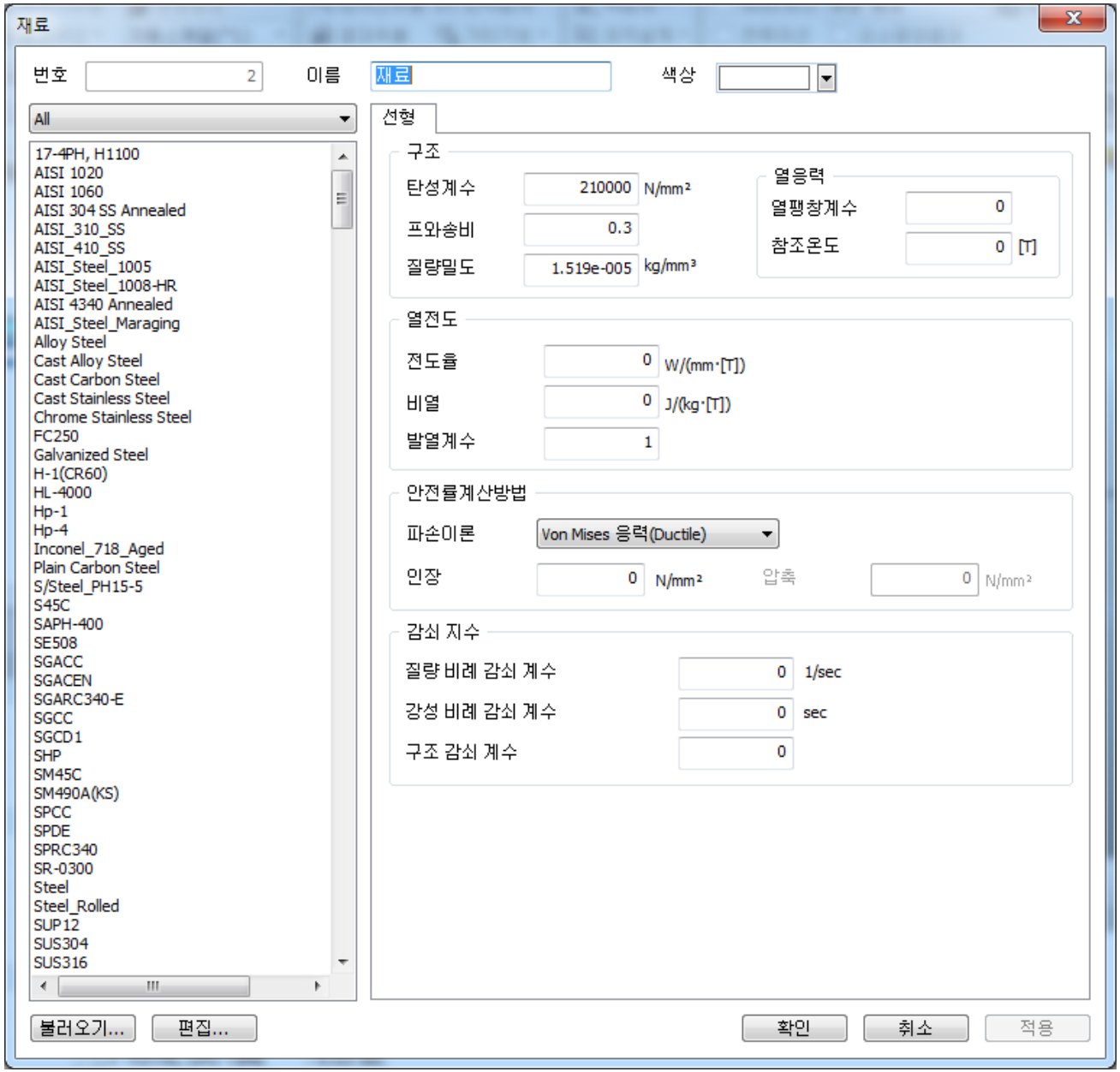
# 기하형상 생성 (2)




1 전체 길이
L: 4550 mm 및
지지점을 생성할 가운데 선
l: 2700 mm 의
3개의 선 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 재료 물성 및 특성 입력 (1)




1

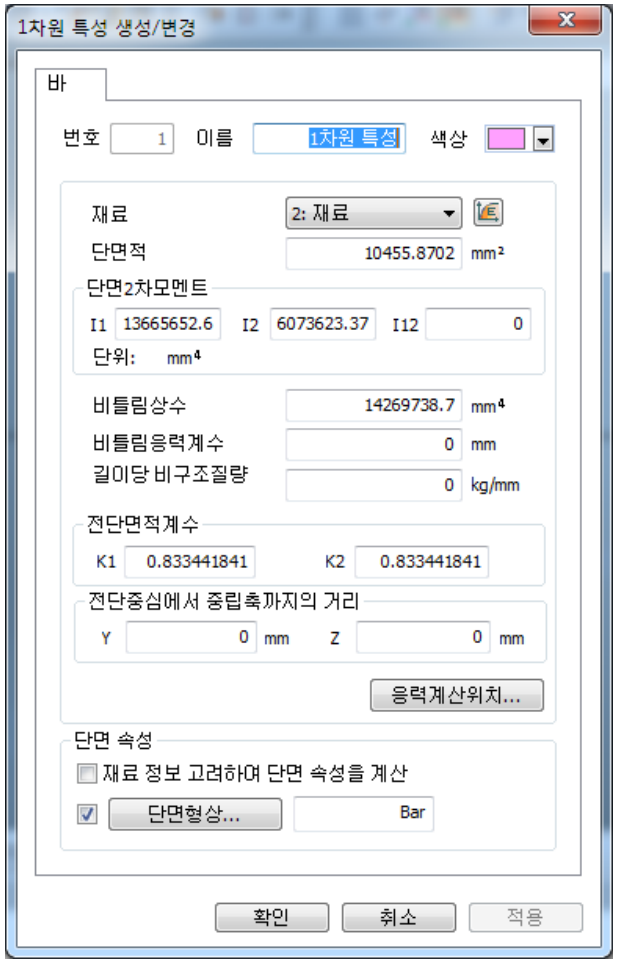
탄성계수 210 GPa
푸와송비 0.3
질량밀도 1.519e-5 kg/mm$^3$

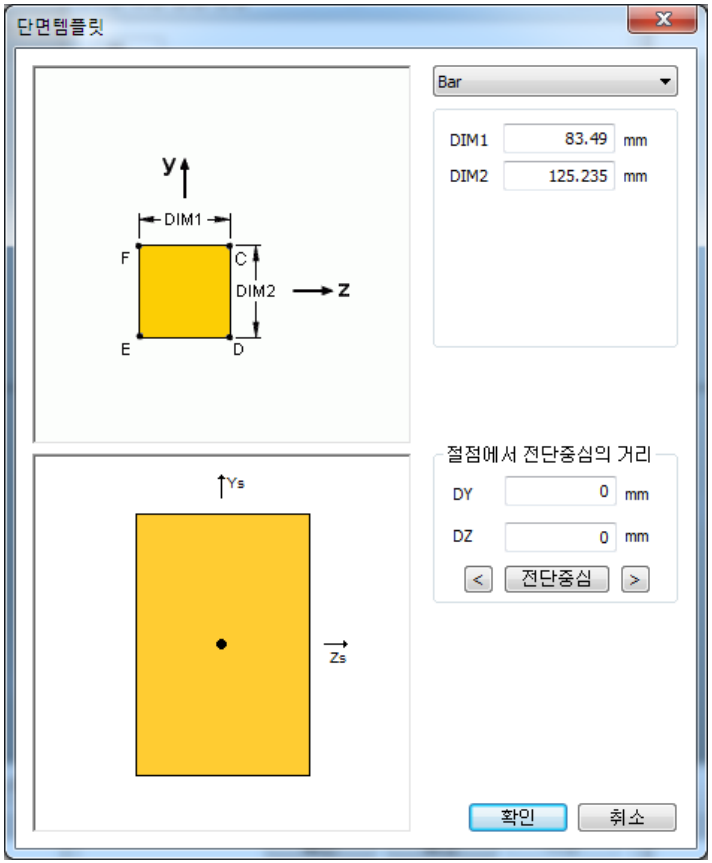
재료 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 재료 물성 및 특성 입력 (2)

1 예제에서 주어진 단면을 갖는 1차원 특성 생성

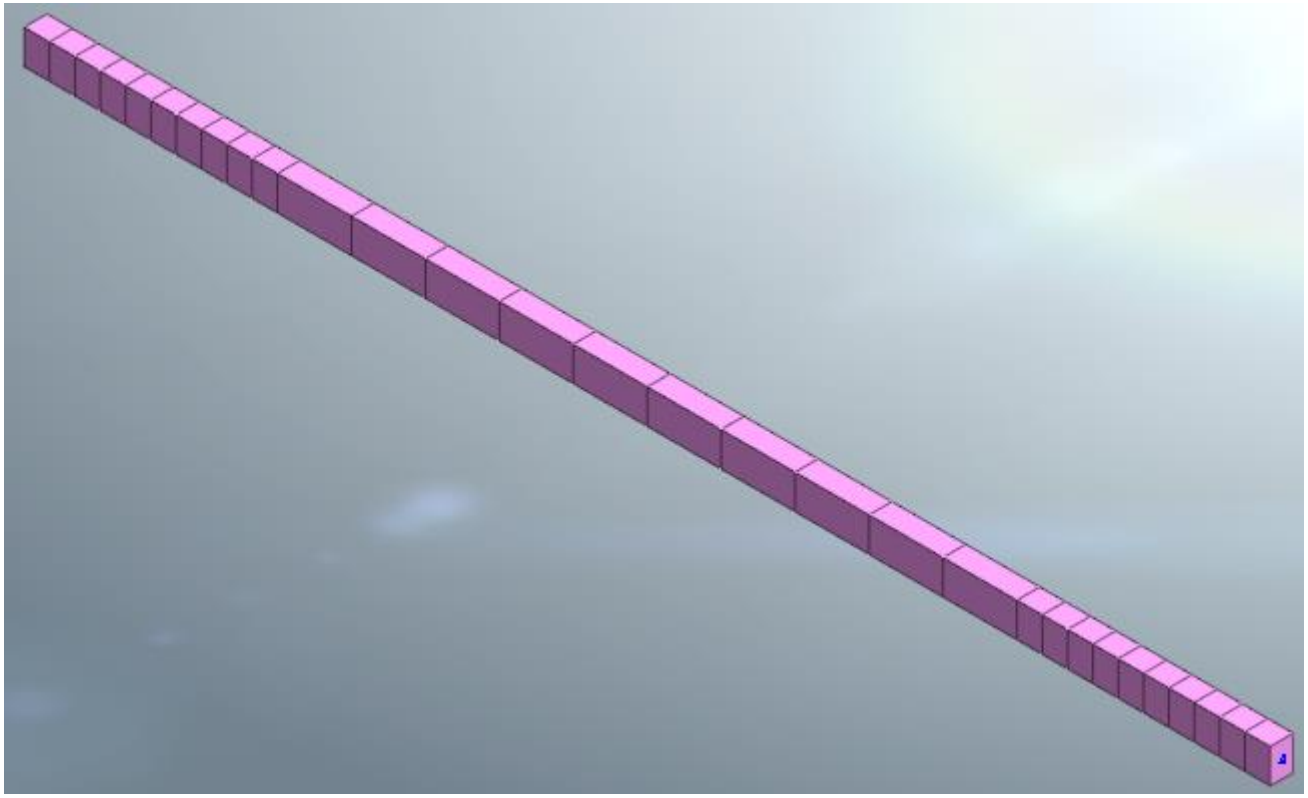



Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 요소망 생성

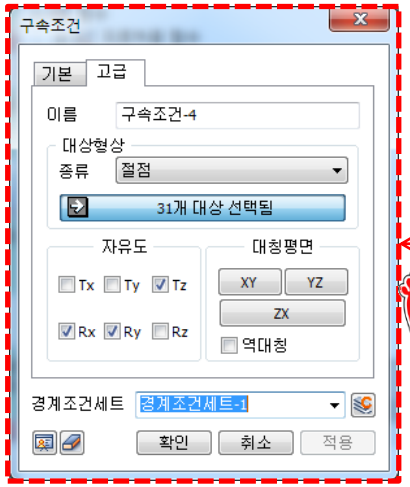
1 요소망 생성



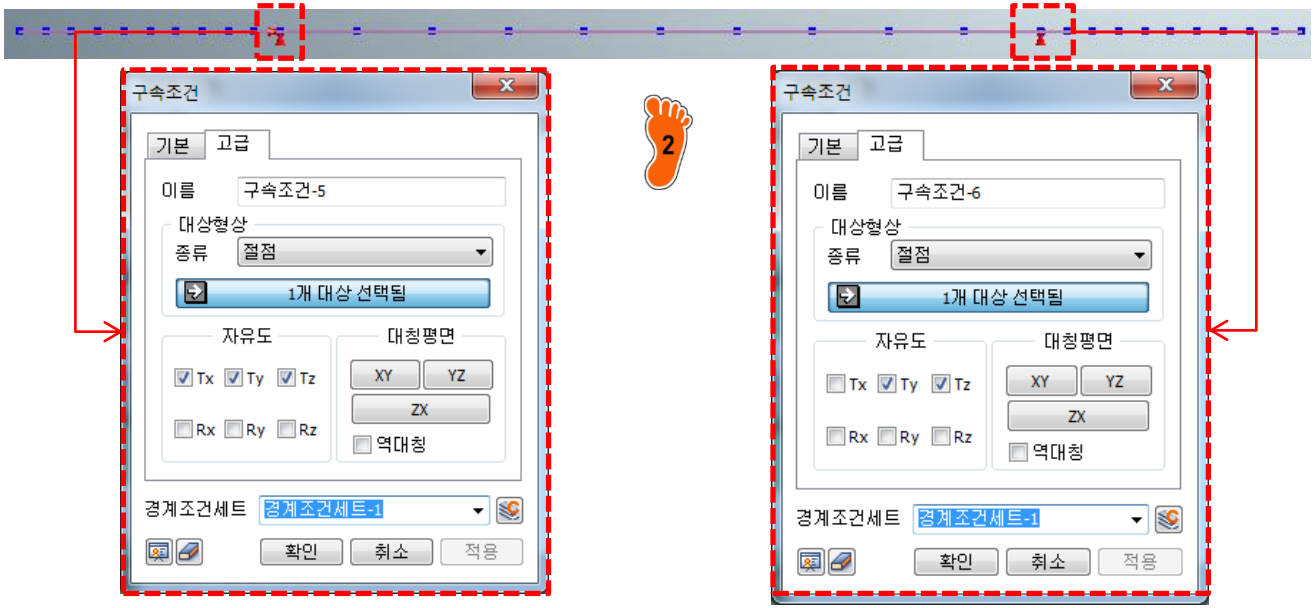
Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 구속조건 및 하중조건 설정

1 전체 절점을
Tz, Rx, Ry 자유도 구속

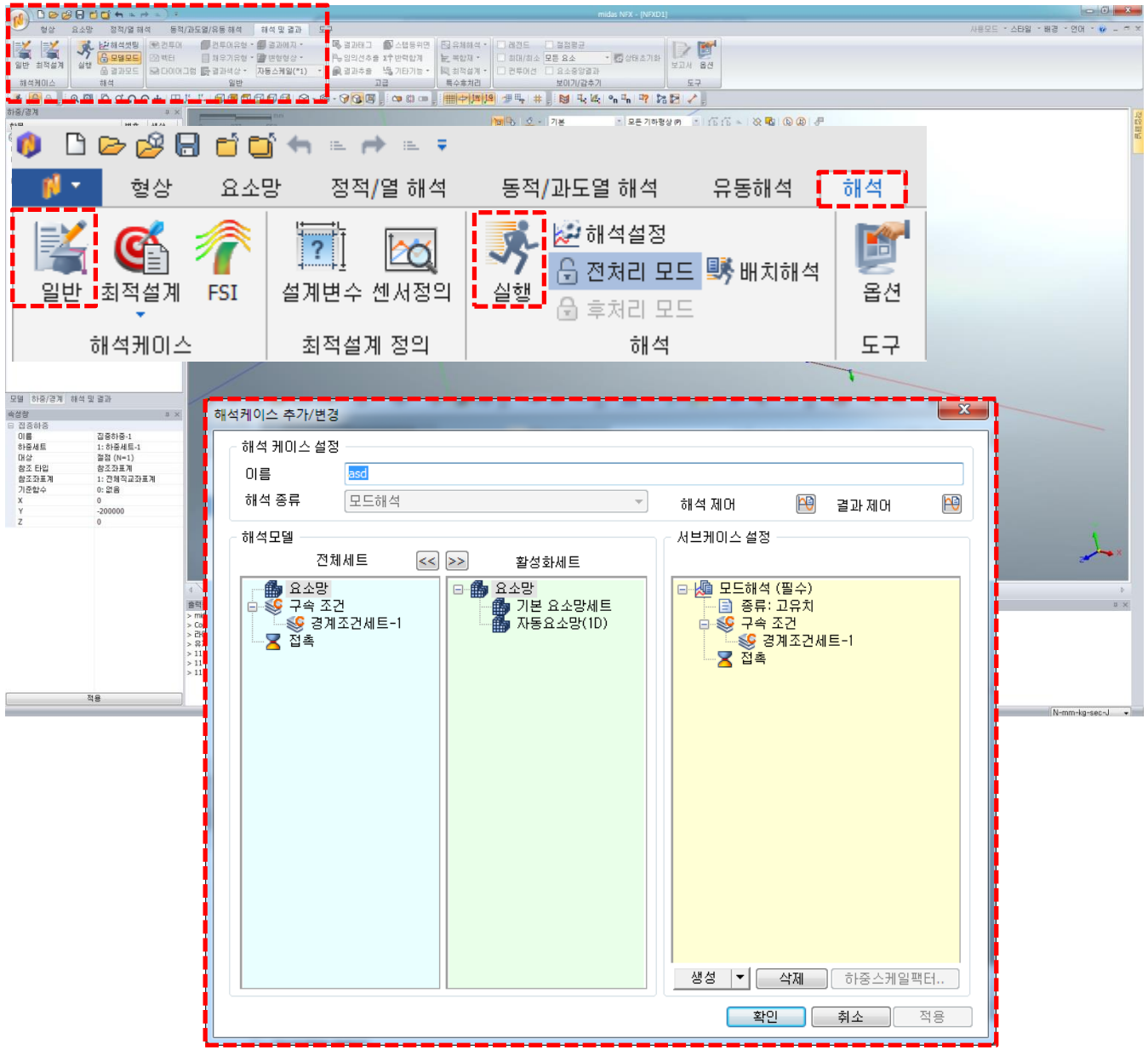



2 단순 지지조건 입력




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

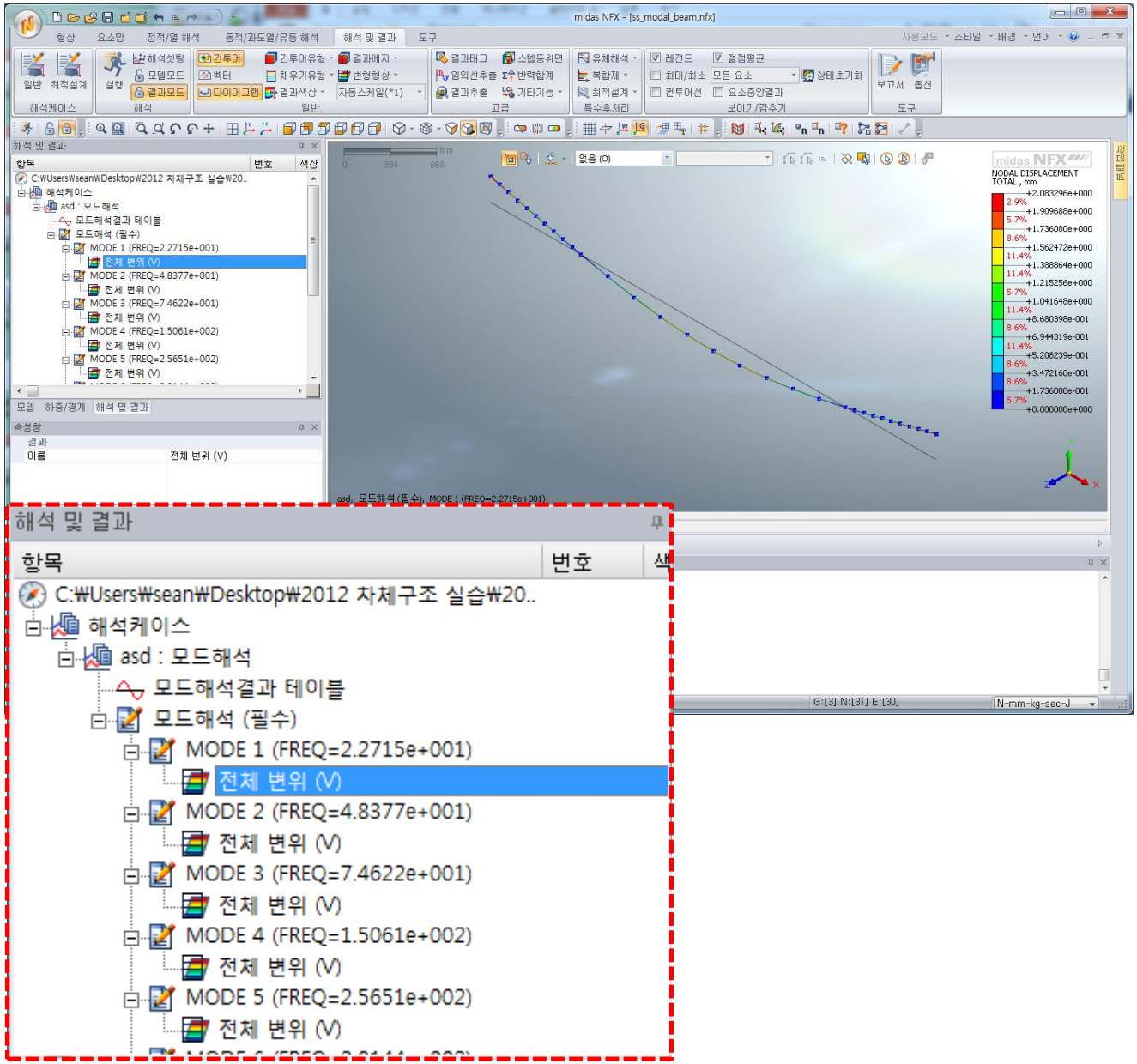
# 해석 케이스 정의 및 해석 실행




1 모드해석으로 해석 수행

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 후처리




1차 모드의 주파수는

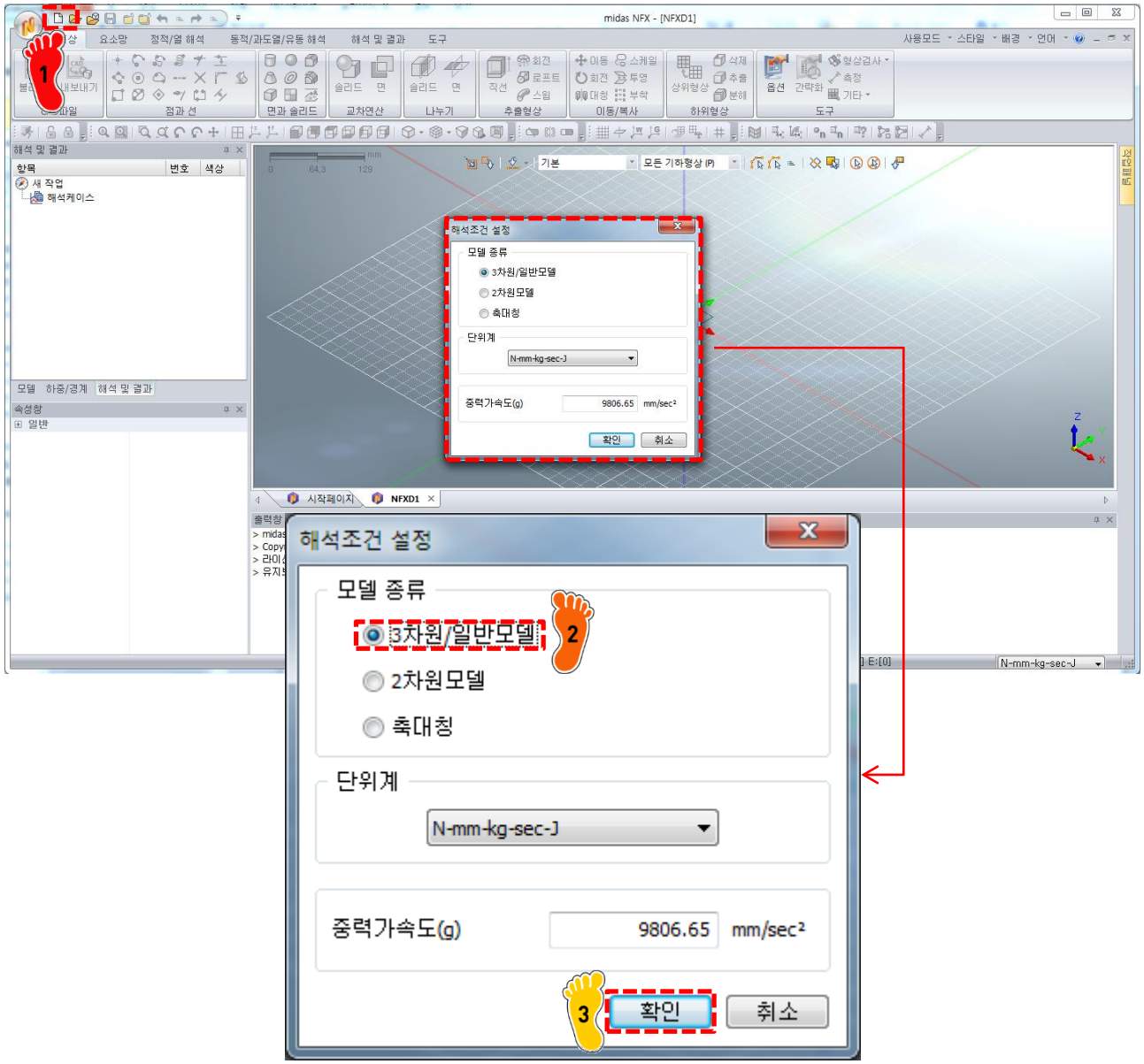
22.715 Hz 로 해석적인 해와 오차 1.84% 확인

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# MODAL ANALYSIS
# 솔리드 요소

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 기하형상 생성 (1)

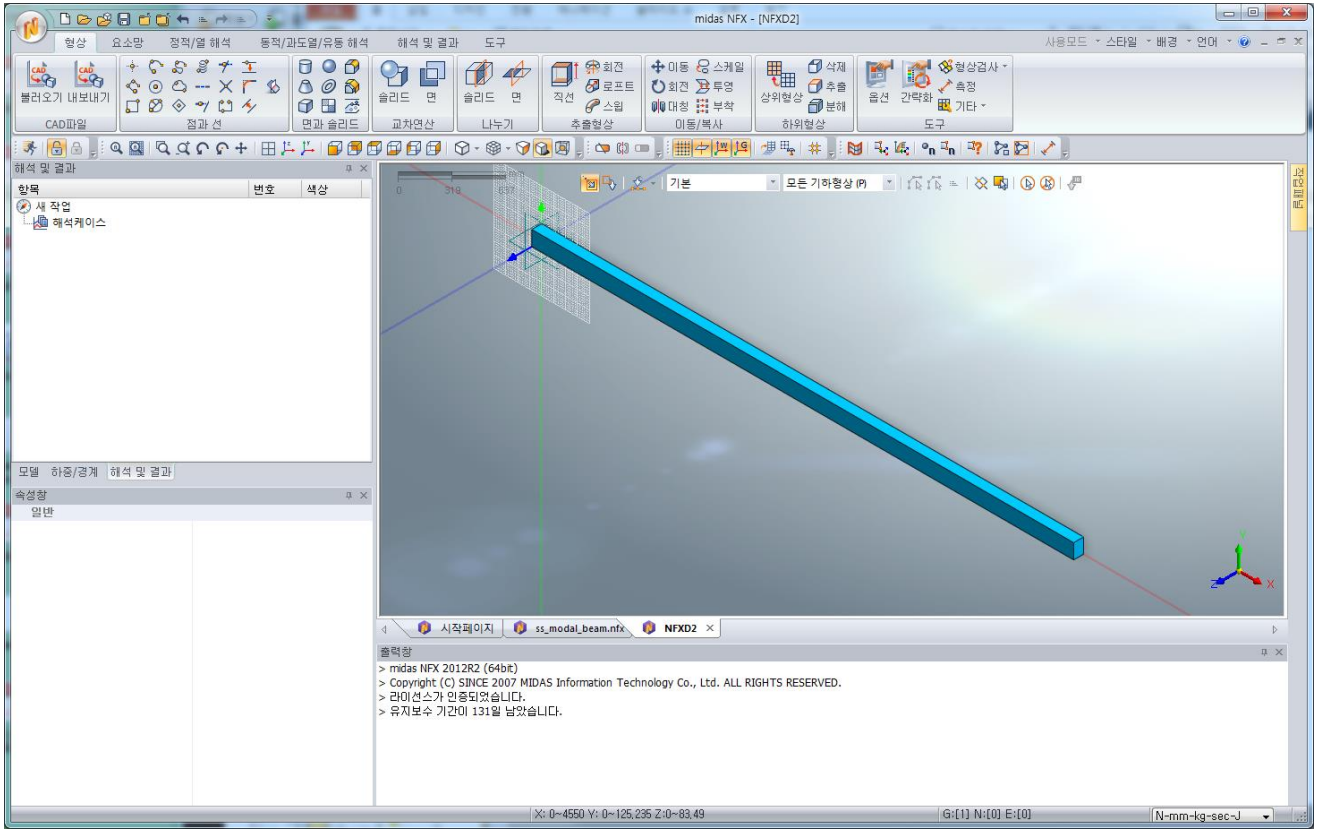



1. 새로 만들기 클릭
2. 3차원/일반모델 선택
3. 확인

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

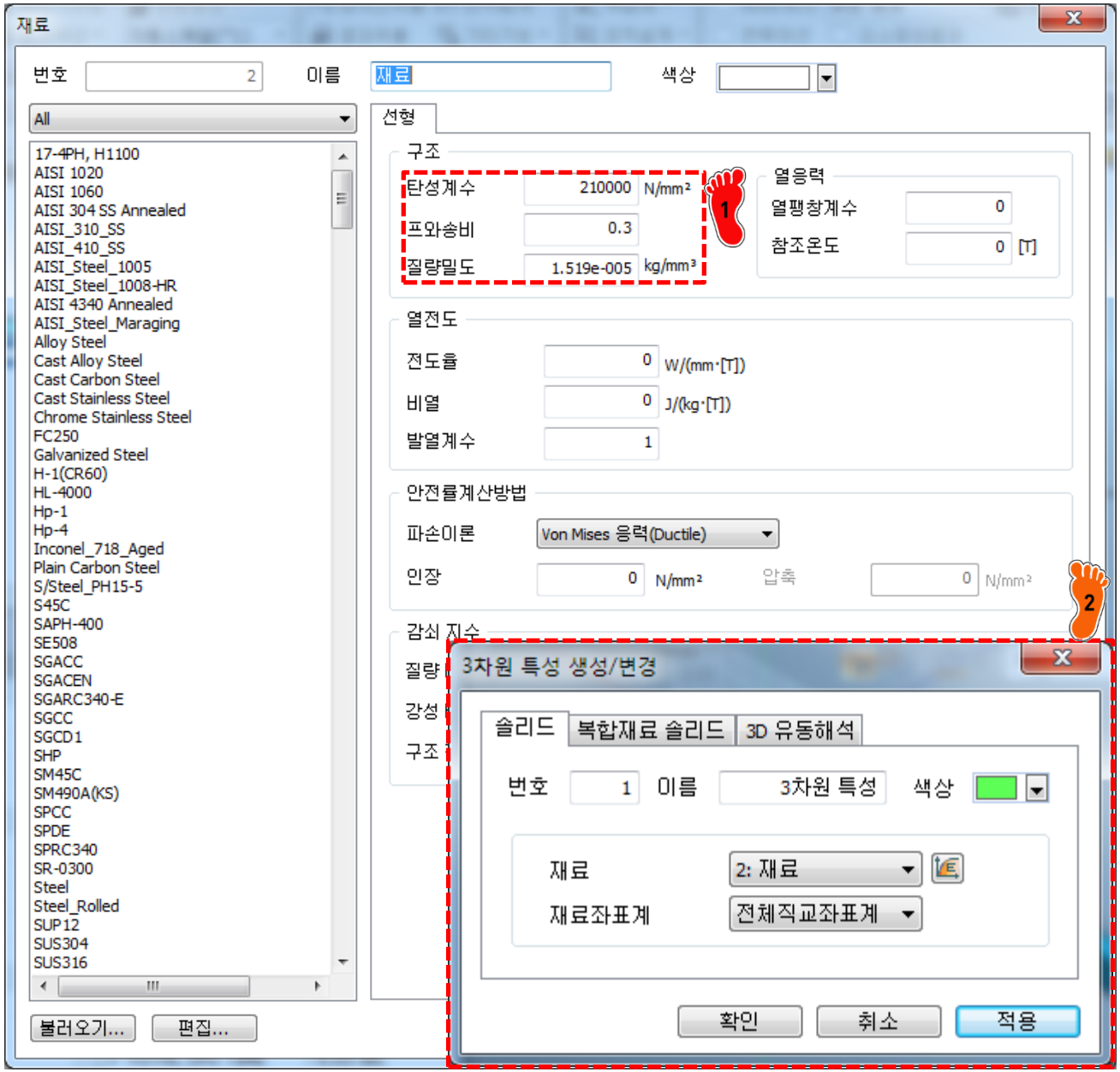
# 기하형상 생성 (2)

1 주어진 단면을 갖는 솔리드 형상 생성




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 재료 물성 및 특성 입력



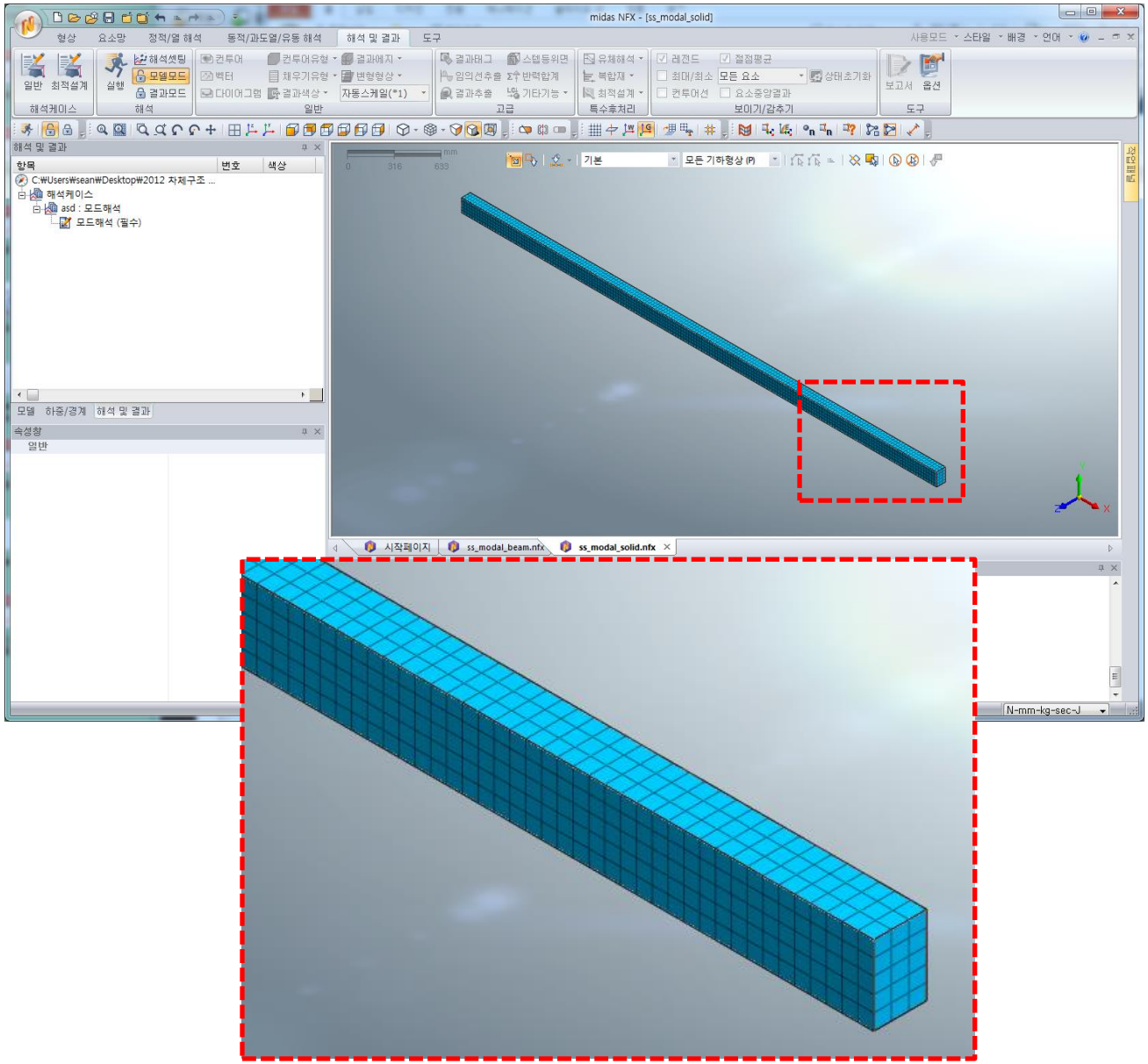

1 탄성계수 210 GPa
푸와송비 0.3
질량밀도 1.519e-5 kg/mm$^3$

재료 생성

2 3차원 특성 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

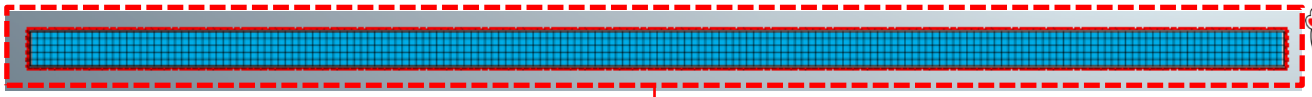
# 요소망 생성



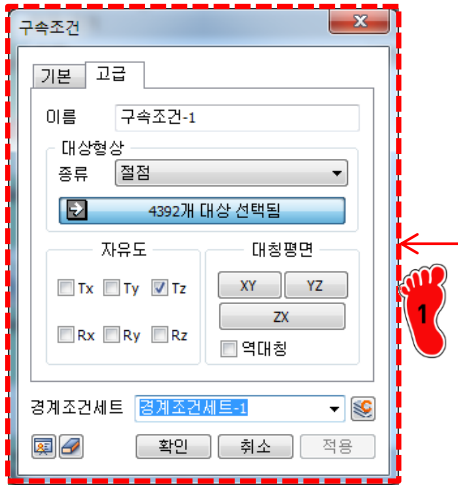

1 크기 25를 갖는 사상 요소망 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

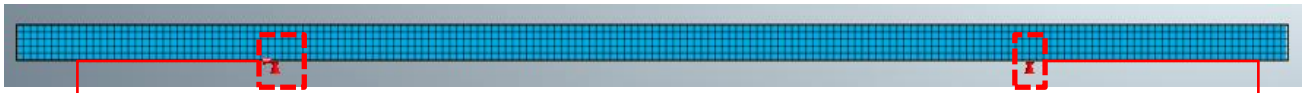
# 구속조건 및 하중조건 설정

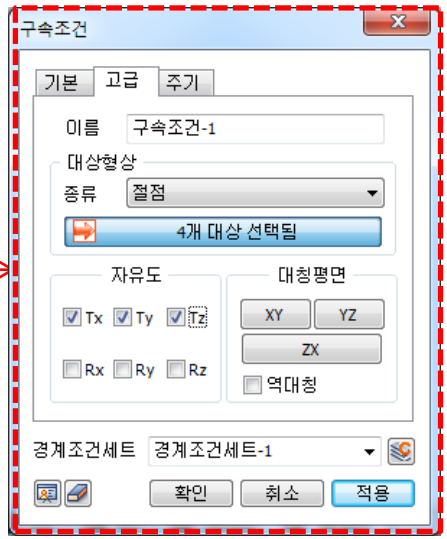


1 전체 절점을
Tz 자유도 구속

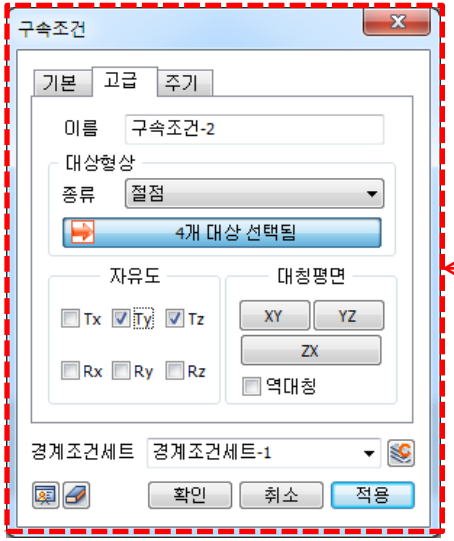



2 단순 지지조건 입력



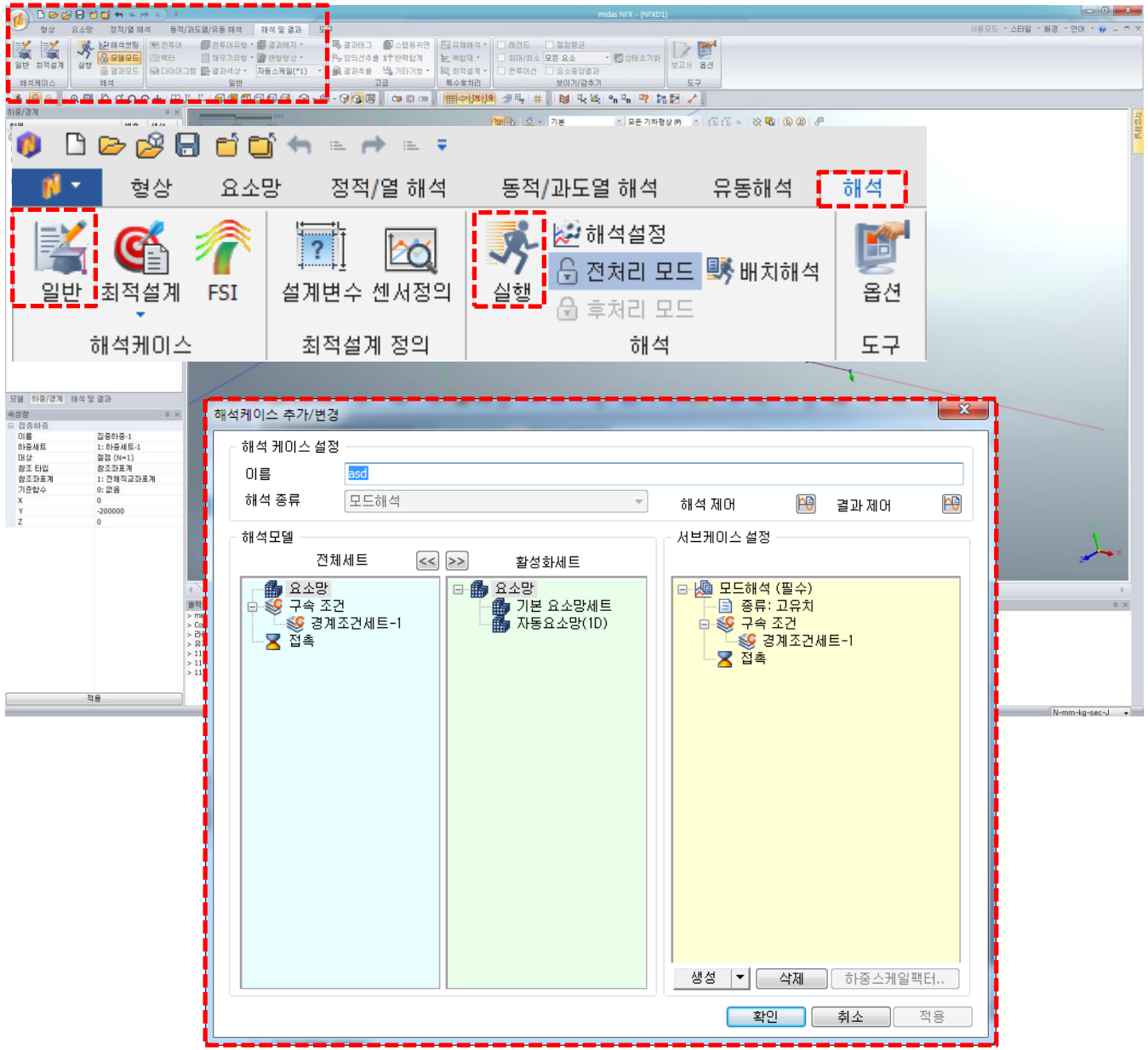



2




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

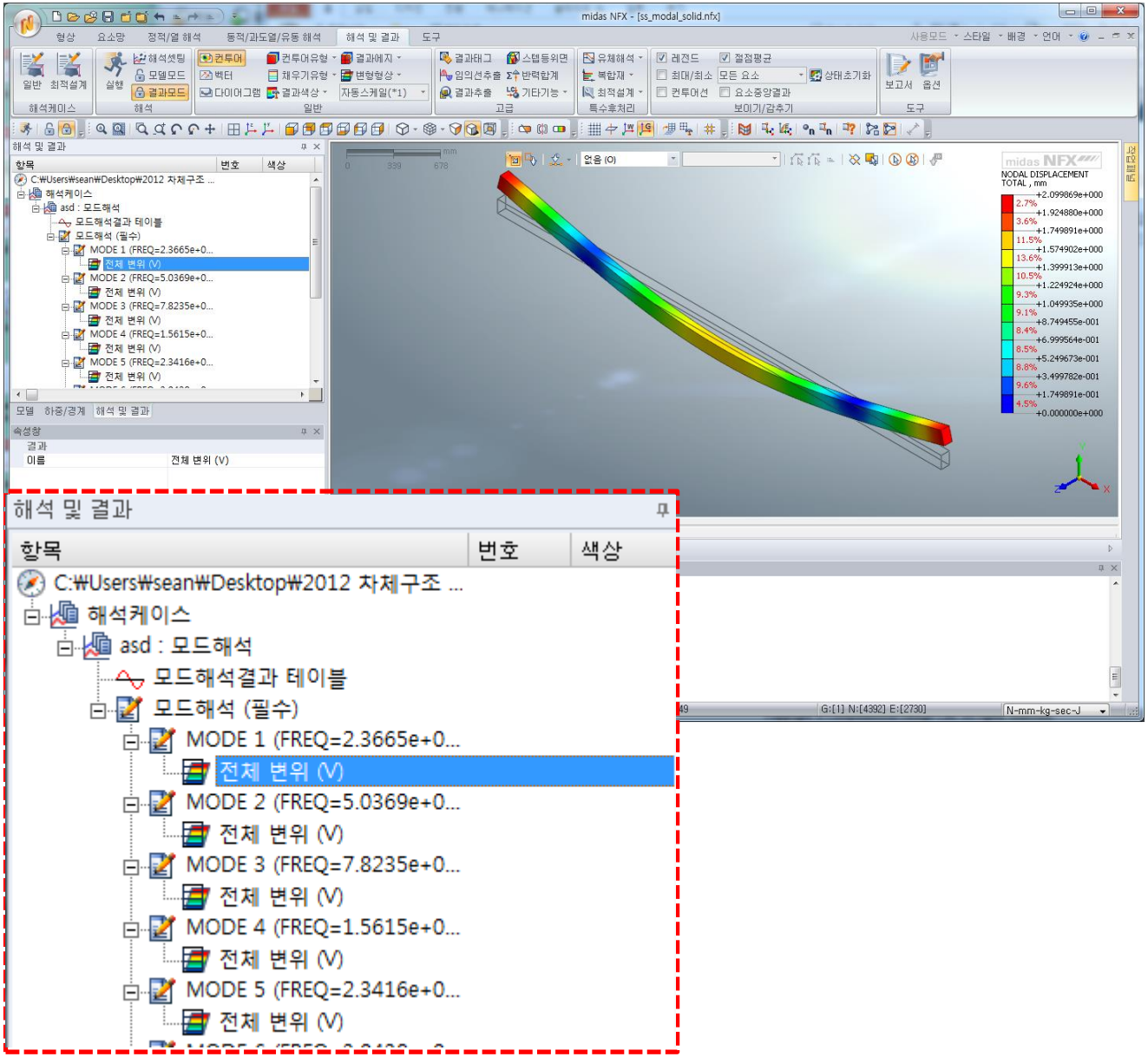
# 해석 케이스 정의 및 해석 실행




1 모드해석으로 해석 수행

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 후처리




1차 모드의 주파수는

23.665 Hz 로 해석적인 해와 오차 2.27% 확인

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 결과 정리 (1)

| 모드 차수 | 1차 | 2차 | 3차 |
|---|---|---|---|
| 해석적인 해 [Hz] | 23.14 | | |
| 모드 형상 (빔 요소) | | | |
| 주파수 [Hz] | 22.715 | 48.377 | 74.622 |
| 모드 형상 (솔리드 요소) | | | |
| 주파수 [Hz] | 23.665 | 50.369 | 78.235 |

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 결과 정리 (2)

his analysis indicates that a bending stiffness requirement of approximately *7000 N/mr*
e the desired *22–25 Hz* vehicle frequency, Figure 4.12.

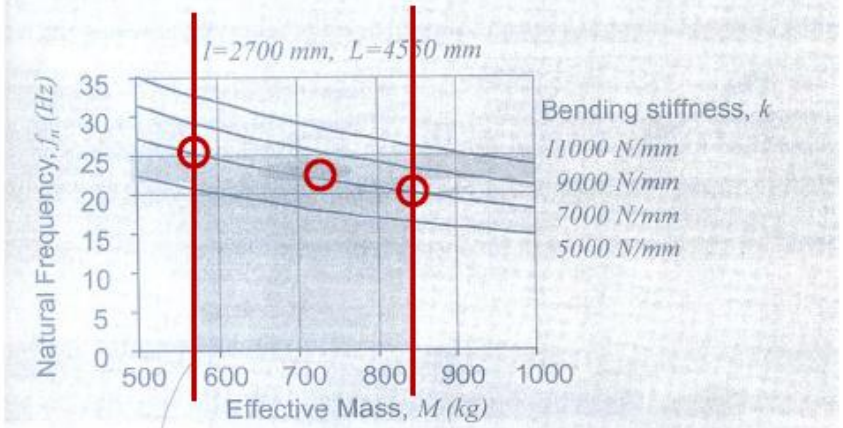
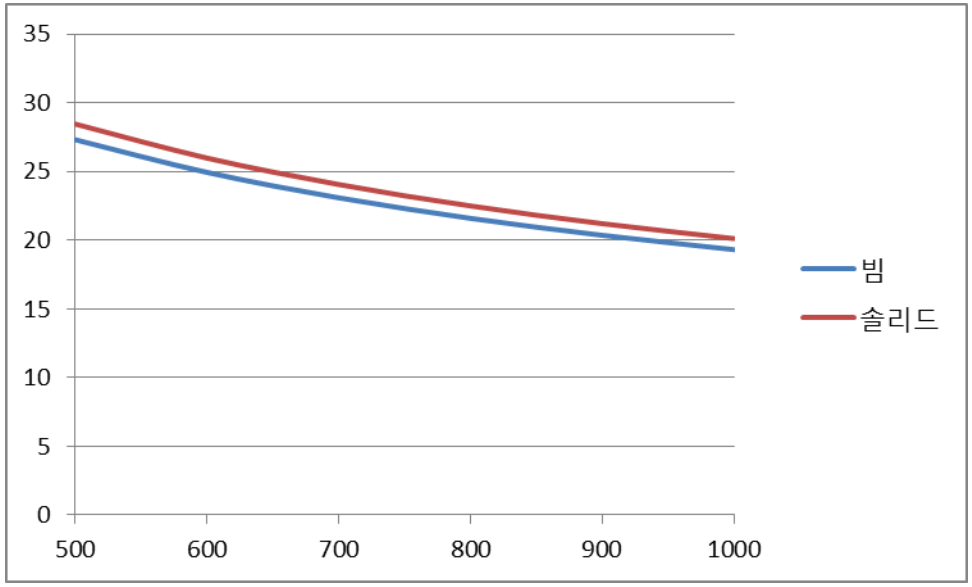
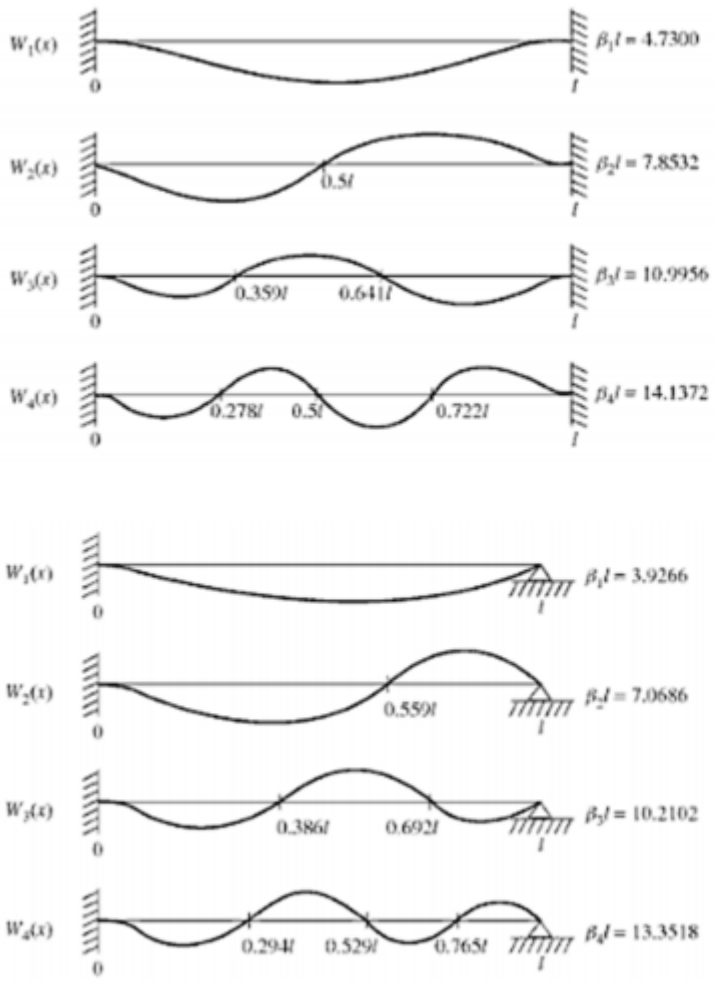


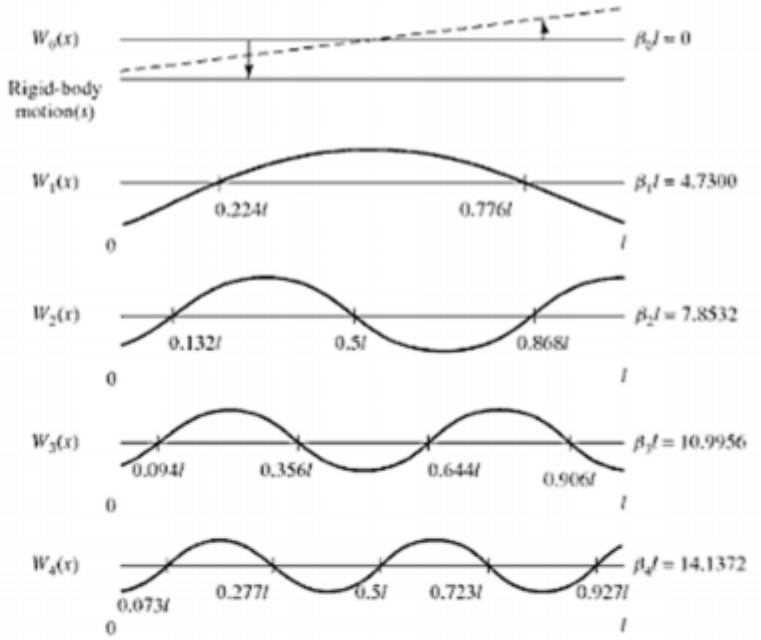

**Figure 4.12** First order estimation of bending stiffness.




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 예제 2: 경계 조건에 따른 모드 형상

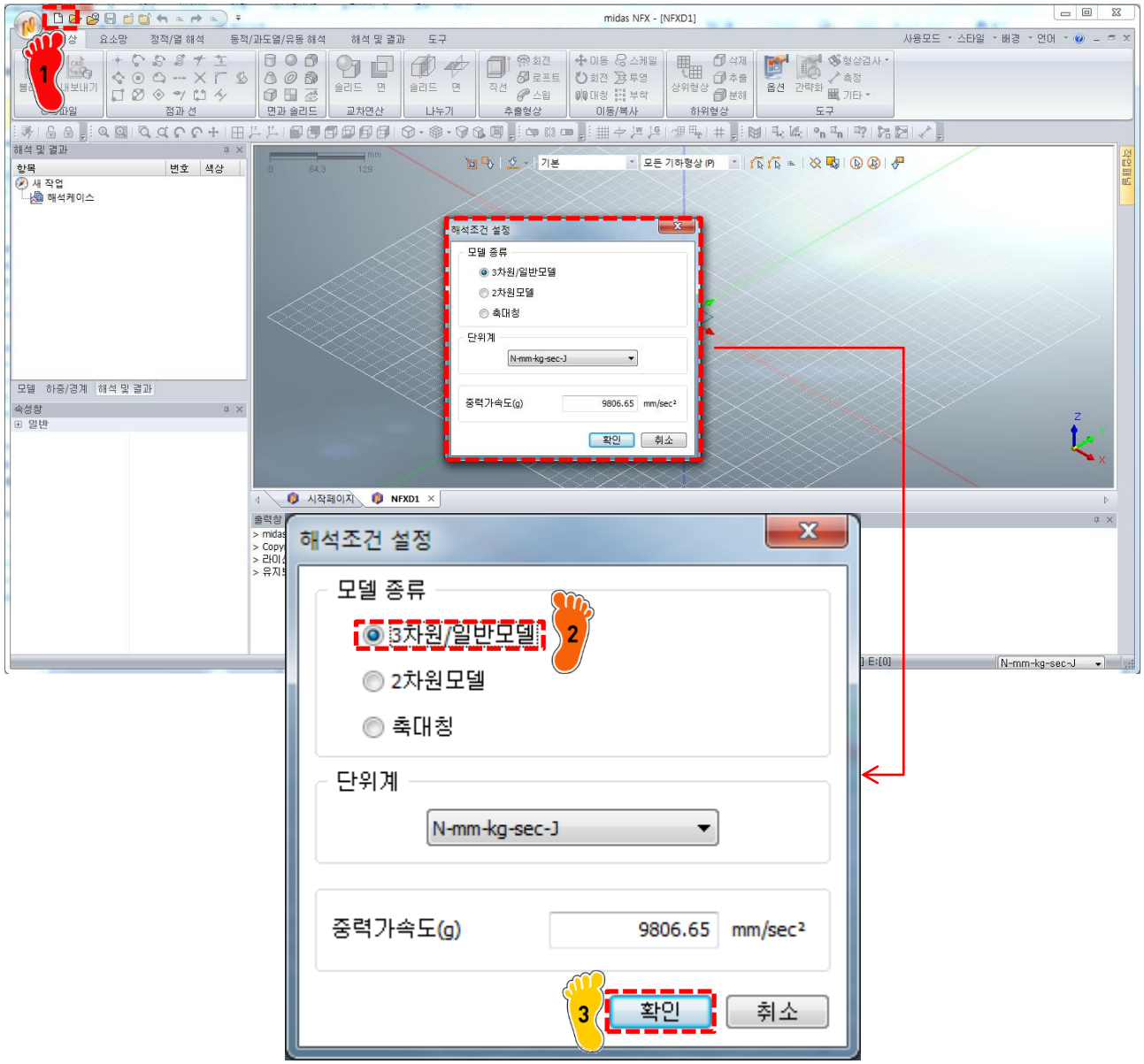



| Beam Configuration | $(\beta_1 l)^2$ Fundamental | $(\beta_2 l)^2$ Second Mode | $(\beta_3 l)^2$ Third Mode |
|---|---|---|---|
| Simply supported | 9.87 | 39.5 | 88.9 |
| Cantilever | 3.52 | 22.0 | 61.7 |
| Free-free | 22.4 | 61.7 | 121.0 |
| Clamped-clamped | 22.4 | 61.7 | 121.0 |
| Clamped-hinged | 15.4 | 50.0 | 104.0 |
| Hinged-free | 0 | 15.4 | 50.0 |

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 기하형상 생성 (1)



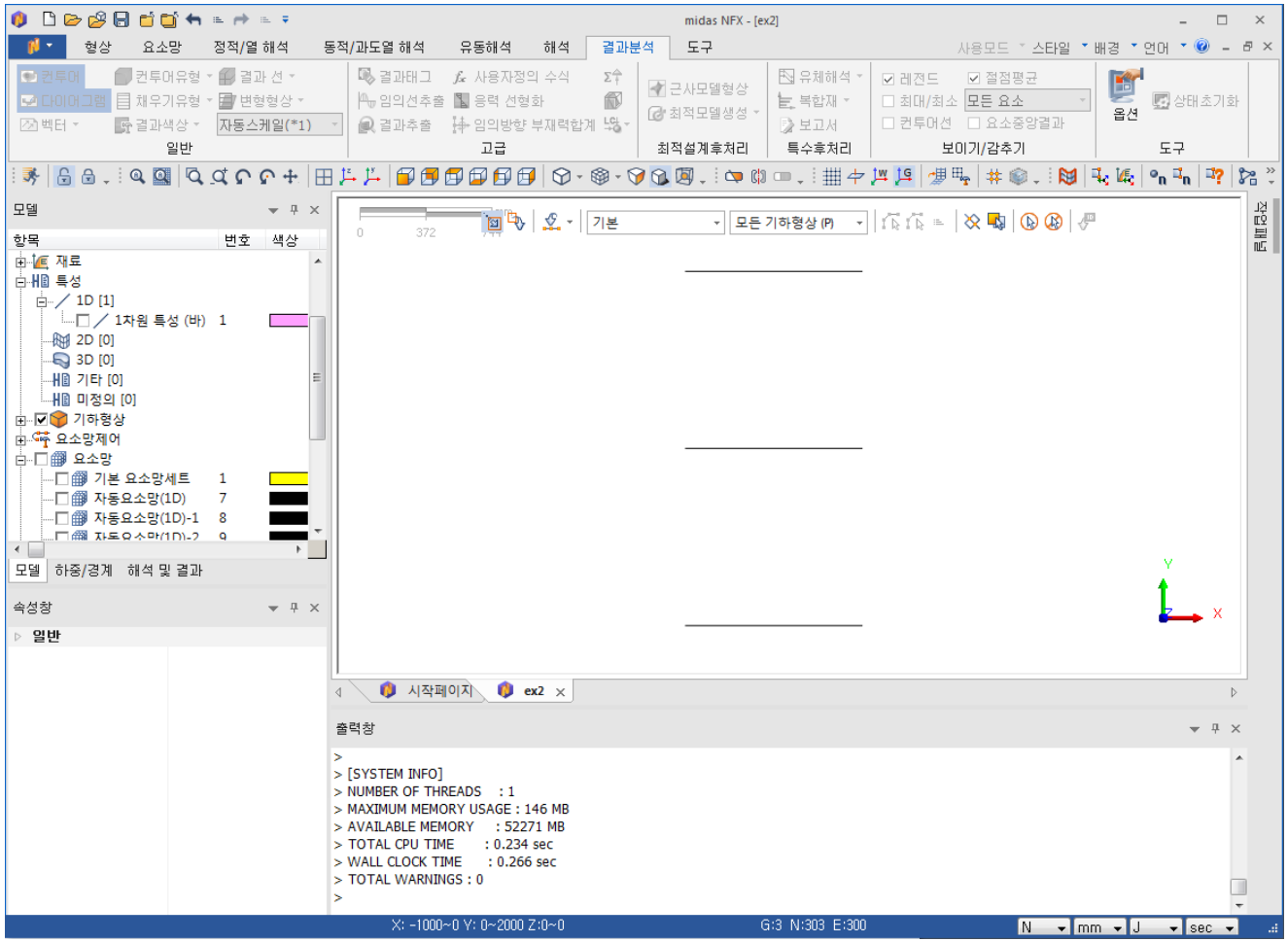

1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

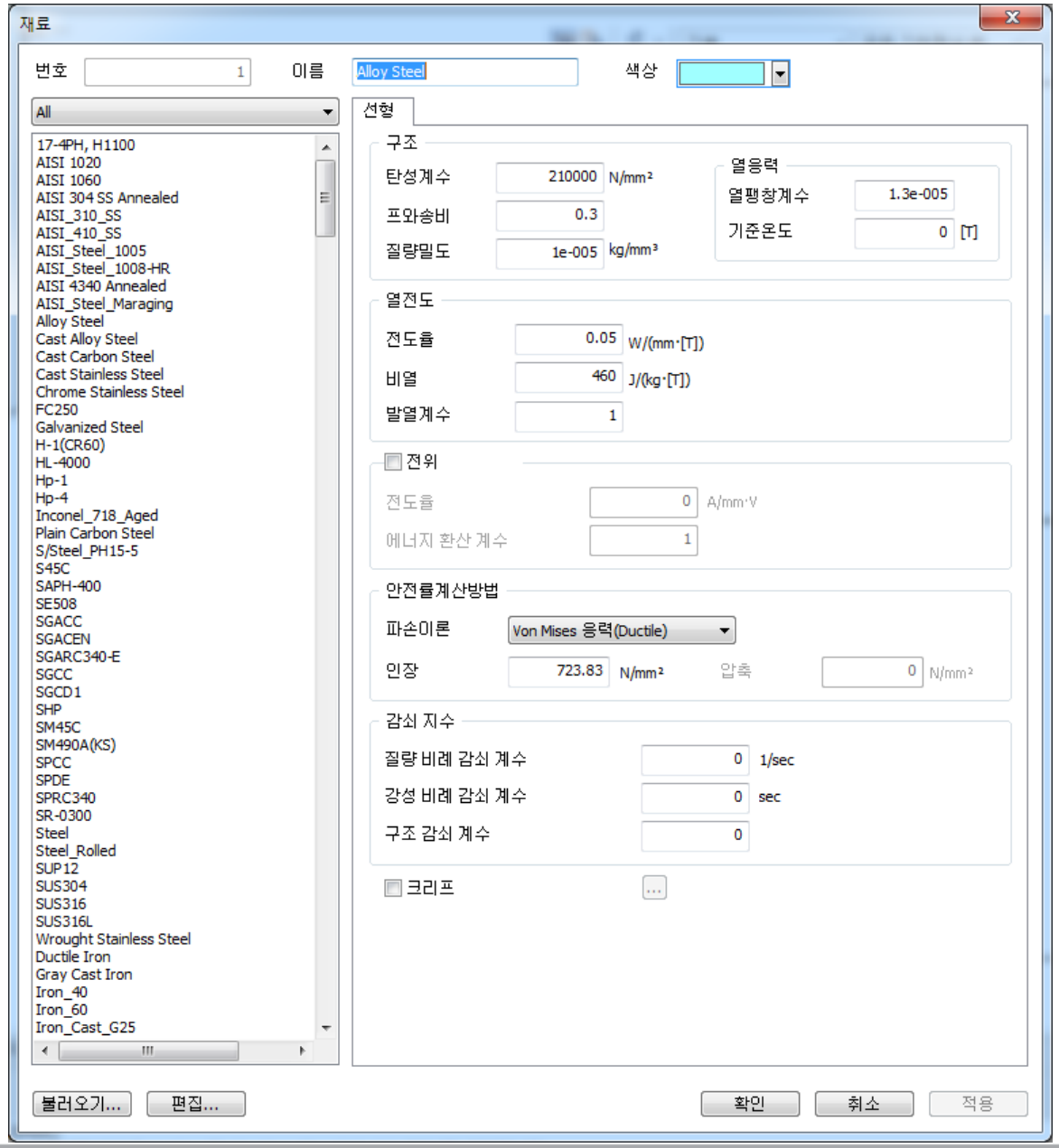
# 기하형상 생성 (2)




1 전체 길이
L: 1000 mm 선 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 재료 물성 및 특성 입력 (1)



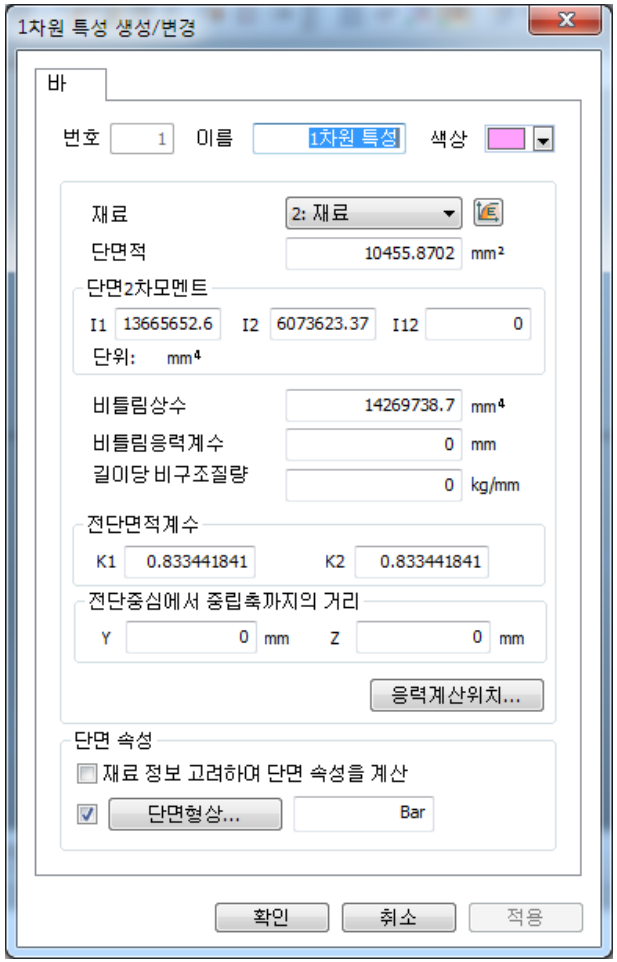

1 탄성계수 210 GPa
푸와송비 0.3
질량밀도 1e-5 kg/mm$^3$

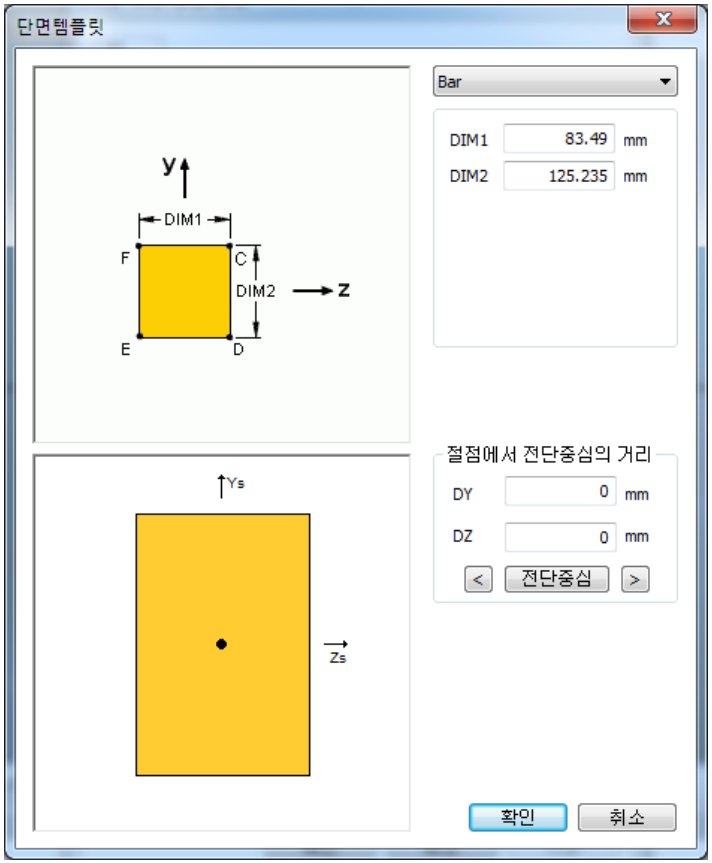
재료 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 재료 물성 및 특성 입력 (2)

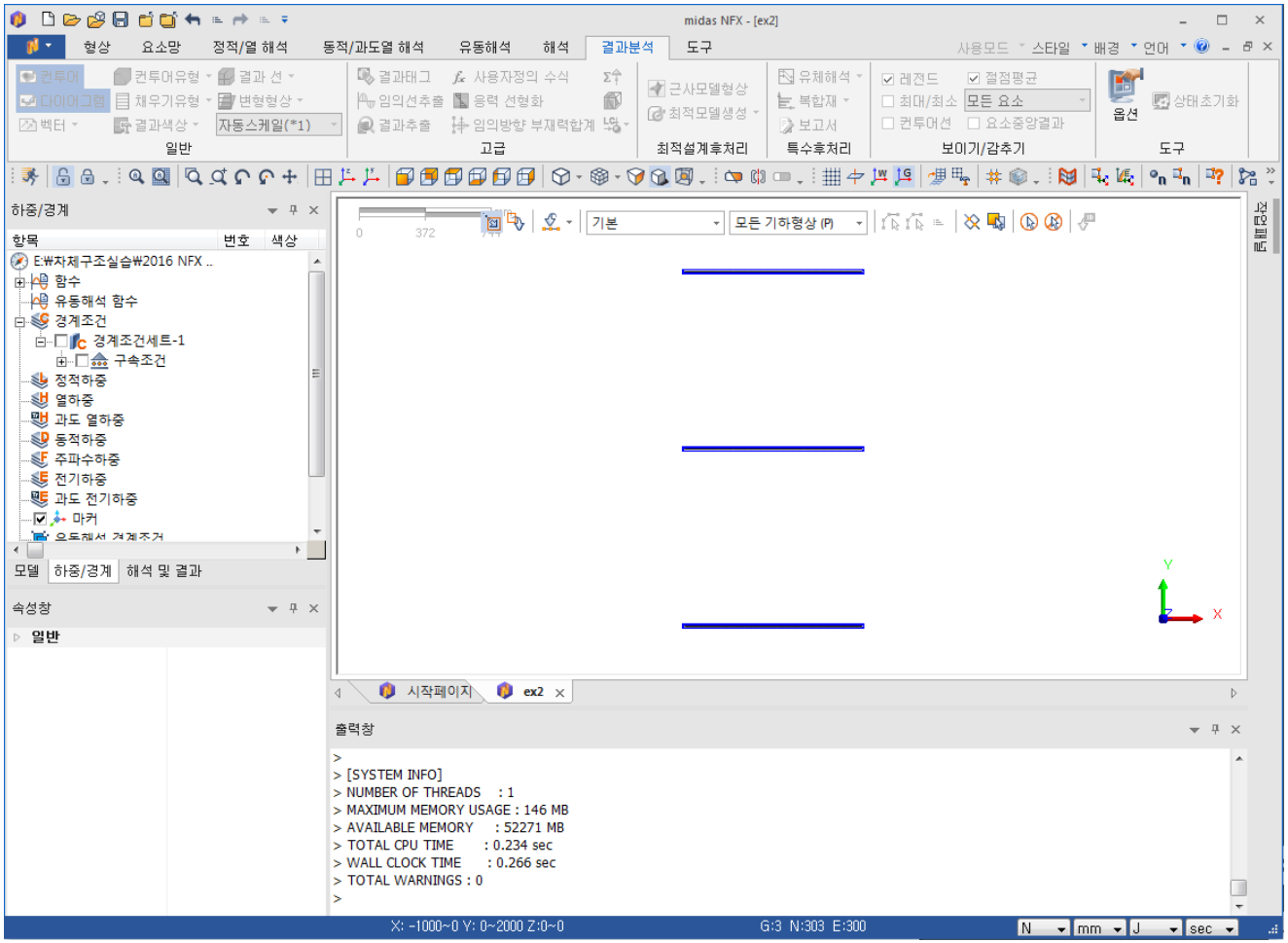
1 예제에서 주어진 단면을 갖는 1차원 특성 생성




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

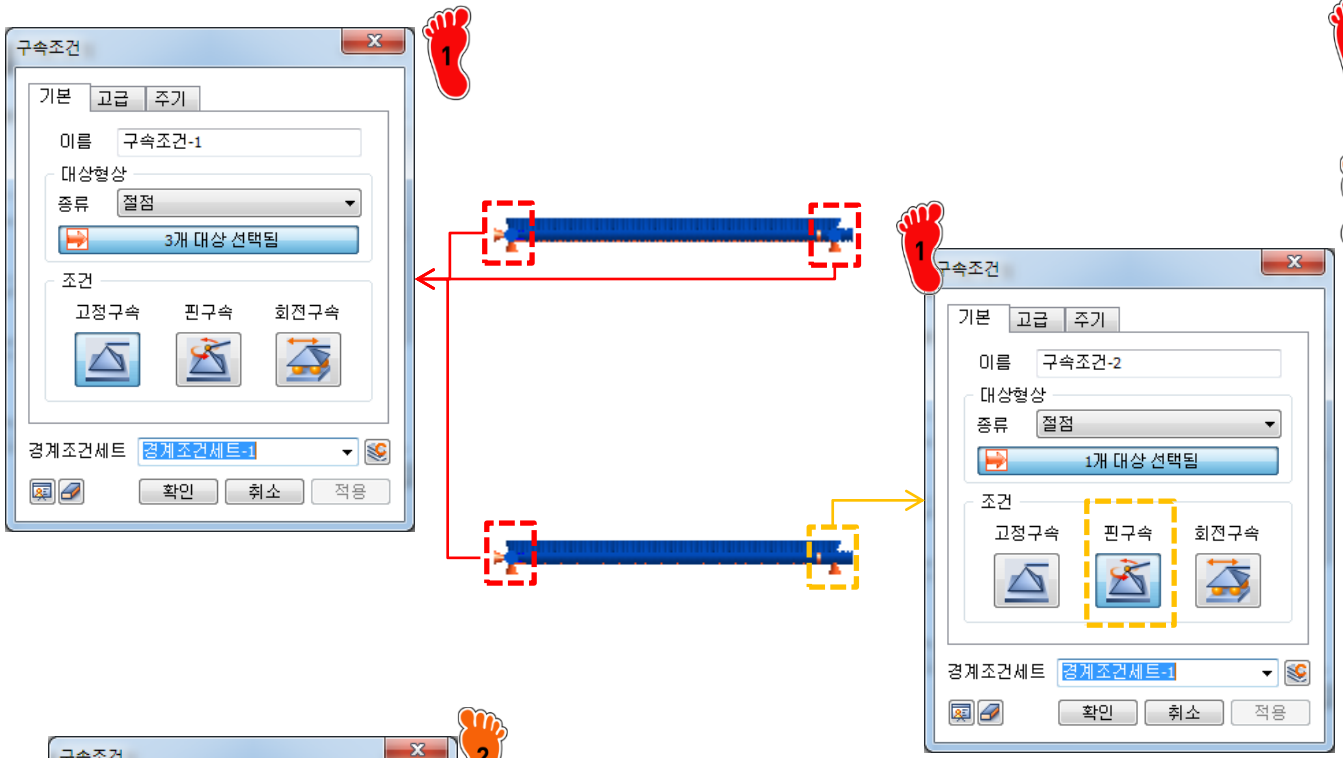
# 요소망 생성

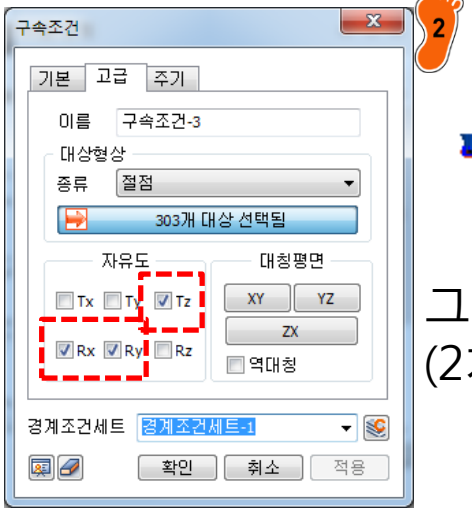



1 요소망 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 구속조건 설정



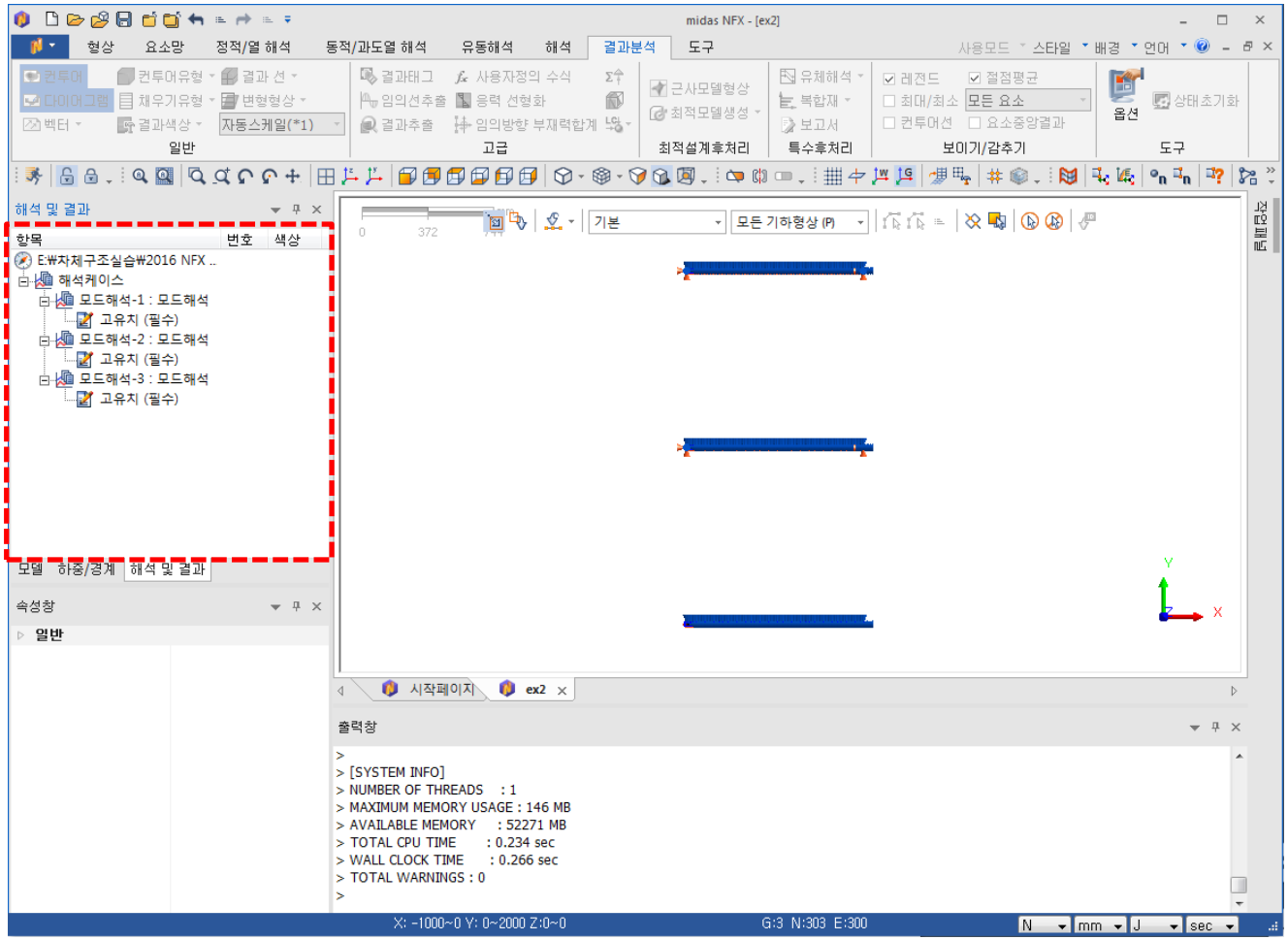

그 외 나머지
(2차원 운동 고려)

1 예제에 맞게 구속조건 설정

2 평면 운동만 고려하기 위해
모든 절점의 Tz,Rx,Ry 구속

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 해석 케이스 정의 및 해석 실행



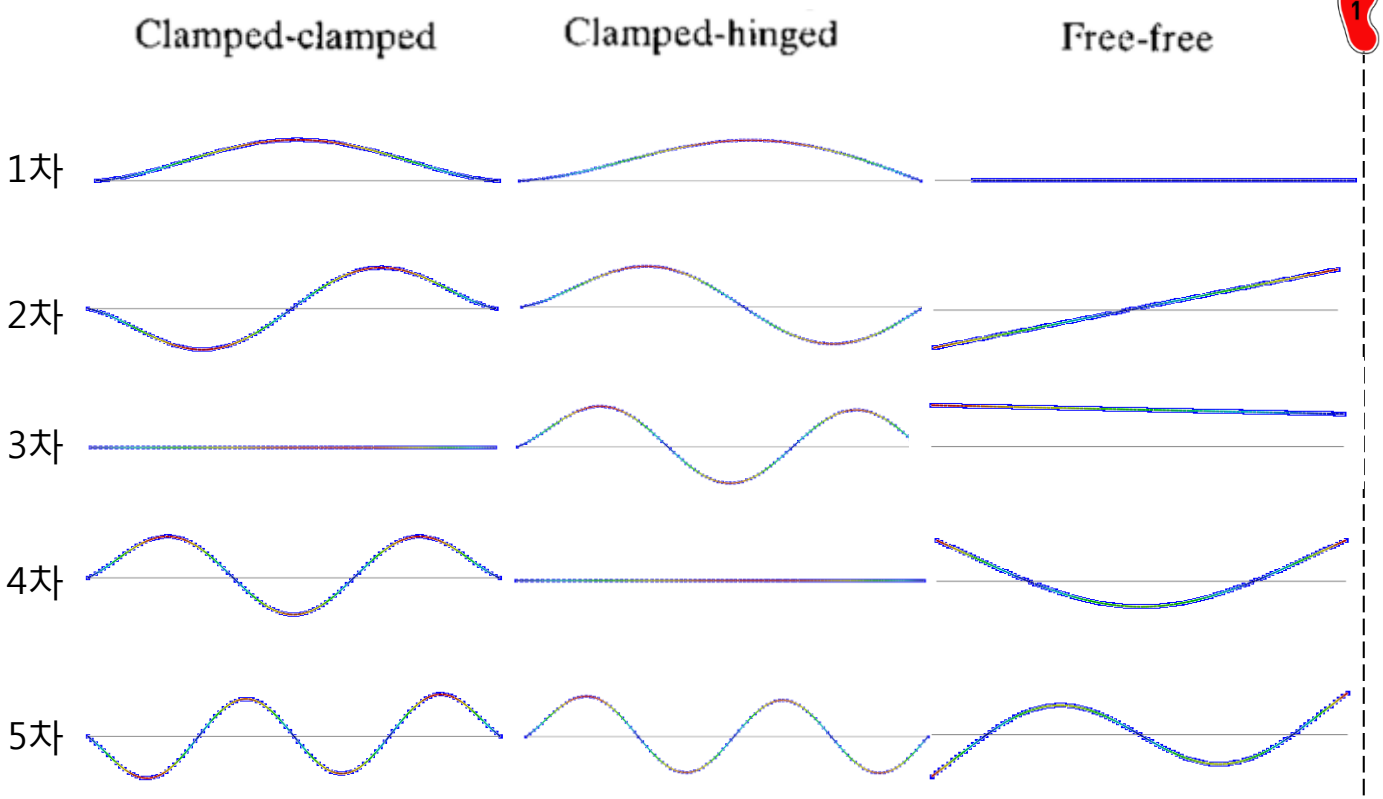

1 모드해석으로 해석 수행

각 경우에 대해 별도의 해석 생성

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 후처리

1 각 경계조건 문제에 대한 고유치 확인



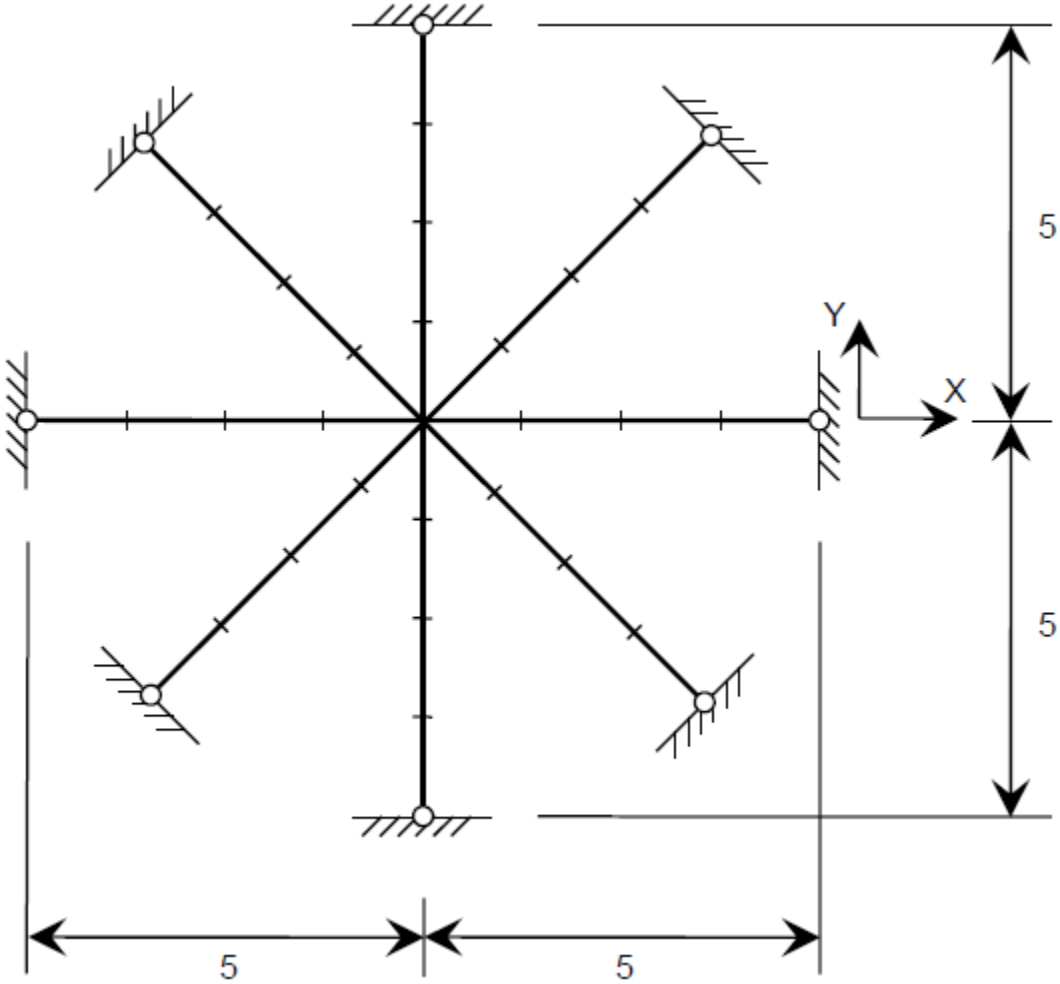

| MODE NUMBER | EIGENVALUE |
|---|---|
| 1 | 1.129653e+007 |
| 2 | 6.986127e+007 |
| 3 | 2.072787e+008 |
| 4 | 2.167200e+008 |
| 5 | 4.790210e+008 |

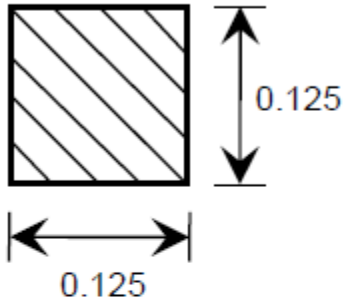
| MODE NUMBER | EIGENVALUE |
|---|---|
| 1 | 5.797916e+006 |
| 2 | 5.125118e+007 |
| 3 | 1.821923e+008 |
| 4 | 2.072787e+008 |
| 5 | 4.322858e+008 |

| MODE NUMBER | EIGENVALUE |
|---|---|
| 1 | 0.000000e+000 |
| 2 | 1.135934e-005 |
| 3 | 1.197215e-005 |
| 4 | 1.235411e+007 |
| 5 | 7.934908e+007 |

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 연습문제: PIN-ENDED CROSS




**All arms equal length**

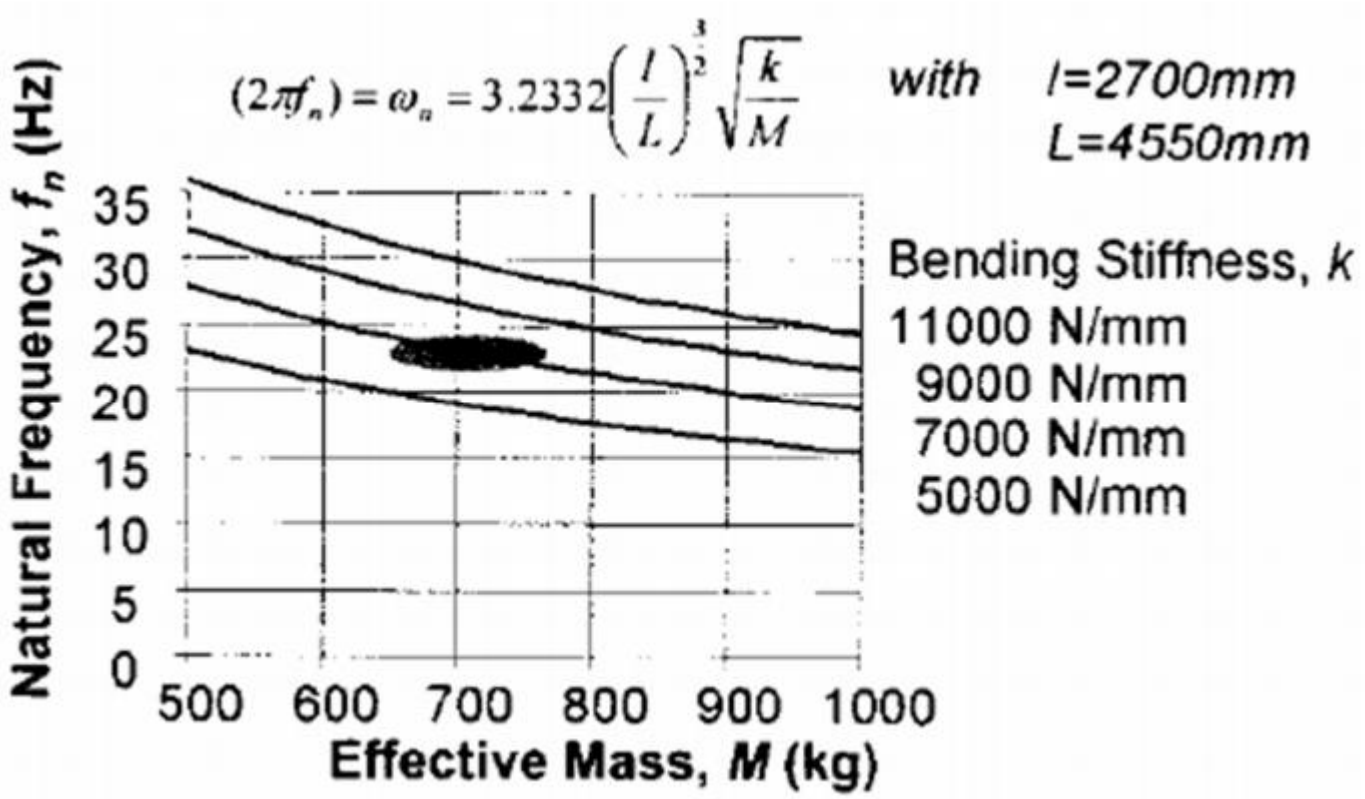
**Units : m**

| | | |
|---|---|---|
| Material data | Young's modulus | $E = 200\ GPa$ |
| | Density | $\rho = 8000\ kg/m^3$ |
| Section property | Square cross-section | $0.125\ m \times 0.125m$ |

Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.

# 숙제

- 예제와 같은 길이를 갖는 빔 모델에 대해 단면 형상을 변경하면서 아래와 같은 그래프를 도출하시오.




Copyright © Computational Design Lab. All rights reserved.