Modal 해석

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea

한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

CDL

Computational
Design
Lab

모드 해석

• 주요용어

▶ 고유 진동수(Natural Frequency)와 고유 진동주기(Natural Period)

- 고유 진동수 : 구조물의 동적 특성을 표현하는 한 가지로써 단위시간에 진동하는 회수를 의미(Hz)
- 고유 진동주기 : 진동수의 역수($1/f$)로서 1회 진동하는데 소요되는 시간을 의미(sec)
- 고유 모드 형상 : 외부의 힘이 제거된 상태에서 구조물이 진동하는 형상을 의미하며, 구조물이 가장 쉽게 변형할 가능성이 높은 형상부터 저차 모드를 가짐
- 공진 : 고유진동수가 구조물에 가해지는 작동주파수의 근처에 있게 되면 구조물에 공진이 발생

- A와 B의 경우에 서로 진폭이 다르지만 진동수와 주기는 일정합니다.
- 진동수와 주기는 길이에 따라 바뀌는 고유 특성입니다.
- 이처럼 진자의 운동에서 초당 왕복하는 횟수를 고유 진동수라 하고, 1회 왕복하는데 소요되는 시간을 고유 진동주기라고 합니다.
- 구조물의 고유 진동수는 구조물의 강성에 비례하고 질량에 반비례하는 특성을 갖고 있고, 해석 대상물의 구속 위치에서 멀리 떨어진 위치에 집중 질량이 있는 경우는 관성 효과로 인해 고유 진동수를 크게 감소시키는 효과가 나타납니다.

<진폭이 다른 진자의 운동>

• 외팔보의 고유 모드 형상

1차 모드

2차 모드

3차 모드

모드 해석의 중요성

- 구조물의 동적 특성 (동강성) 파악
 - 구조물의 고유진동수 및 모드형상 파악
 - 공진여부, 진동 혹은 외력에 의한 변형 예측

예제: SIMPLY SUPPORTED BEAM

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오

기하형상

- $L = 4550$ mm
- $I = 2700$ mm⁴

재료 : alloy steel

- $E = 210$ GPa
- $\nu = 0.28$
- $\rho = 1.519 \times 10^{-5}$ kg/mm³

빔 단면 정보

예제: 이론해

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오

$$K = \frac{48EI}{l^3} = 7000 \text{ N/mm}$$

$$\rightarrow I = \frac{Kl^3}{48E} = \frac{7000 \times 2700^3}{48 \times 210000} = 1.367e^7 \text{ mm}^4$$

1차 고유진동수

$$\omega_n = 22.4L^{-(3/2)} \sqrt{\frac{EI}{M}}$$

$$= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550 [\text{mm}]} \right)^{1.5} \sqrt{\frac{210000 [\text{N/mm}^2] \times 1.367e^7 [\text{mm}^4]}{723 [\text{kg}]}}$$

$$= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550 [\text{mm}]} \right)^{1.5} \sqrt{\frac{210000000 [\text{kg/mm} \cdot \text{s}^2] \times 1.367e^7 [\text{mm}^4]}{723 [\text{kg}]}}$$

$$= 145.392 \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 23.14 \text{ Hz}$$

MODAL ANALYSIS

빔 요소

기하형상 생성 (1)

1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

기하형상 생성 (2)

전체 길이

L: 4550 mm 및

지지점을 생성할 가운데 선

l: 2700 mm 의

3개의 선 생성

재료 물성 및 특성 입력 (1)

재료

번호 이름 색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI_310_SS
- AISI_410_SS
- AISI_Steel_1005
- AISI_Steel_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI_Steel_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel_718_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316

선행

구조

탄성계수 N/mm²

프와송비

질량밀도 kg/mm³

열응력

열팽창계수

참조온도 [T]

열전도

전도율 W/(mm·[T])

비열 J/(kg·[T])

발열계수

안전률계산방법

파손이론

인장 N/mm² 압축 N/mm²

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수 1/sec

강성 비례 감쇠 계수 sec

구조 감쇠 계수

불러오기... 편집... 확인 취소 적용

탄성계수 210 GPa
 프와송비 0.3
 질량밀도 1.519e-5 kg/mm³

재료 생성

재료 물성 및 특성 입력 (2)

예제에서 주어진 단면을 갖는 1차원 특성 생성

1차원 특성 생성/변경

번호: 1 이름: 1차원 특성 색상: [선택]

재료: 2: 재료

단면적: 10455.8702 mm²

단면2차모멘트
 I1: 13665652.6 I2: 6073623.37 I12: 0
 단위: mm⁴

비틀림상수: 14269738.7 mm⁴
 비틀림응력계수: 0 mm
 길이당 비구조질량: 0 kg/mm

전단면적계수
 K1: 0.833441841 K2: 0.833441841

전단중심에서 중립축까지의 거리
 Y: 0 mm Z: 0 mm

응력계산위치...

단면 속성
 재료 정보 고려하여 단면 속성을 계산
 단면형상... Bar

확인 취소 적용

단면템플릿

Bar

DIM1: 83.49 mm
 DIM2: 125.235 mm

절점에서 전단중심의 거리
 DY: 0 mm
 DZ: 0 mm
 < 전단중심 >

확인 취소

요소망 생성

요소망 생성

구속조건 및 하중조건 설정

1 전체 절점을
Tz, Rx, Ry 자유도 구속

구속조건

기본 고급

이름 구속조건-4

대상형상
종류 절점
31개 대상 선택됨

자유도
 Tx Ty Tz
 Rx Ry Rz

대칭평면
 XY YZ
 ZX
 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1

확인 취소 적용

2 단순 지지조건 입력

구속조건

기본 고급

이름 구속조건-5

대상형상
종류 절점
1개 대상 선택됨

자유도
 Tx Ty Tz
 Rx Ry Rz

대칭평면
 XY YZ
 ZX
 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1

확인 취소 적용

구속조건

기본 고급

이름 구속조건-6

대상형상
종류 절점
1개 대상 선택됨

자유도
 Tx Ty Tz
 Rx Ry Rz

대칭평면
 XY YZ
 ZX
 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1

확인 취소 적용

해석 케이스 정의 및 해석 실행

1 모드해석으로 해석 수행

The screenshot displays the software's main interface with the 'Analysis' (해석) tab active. A red dashed box highlights the 'Execution' (실행) button in the 'Analysis' toolbar. Below it, the 'Case Setup' dialog box is open, showing the following configuration:

- Case Name:** asd
- Analysis Type:** 모드해석 (Modal Analysis)
- Analysis Model:**
 - 전체세트 (All Sets): 요소망, 구속 조건, 경계조건세트-1, 접촉
 - 활성화세트 (Activated Sets): 요소망, 기본 요소망세트, 자동요소망(1D)
- Subcase Setup:**
 - 모드해석 (필수) (Modal Analysis (Required))
 - 종류: 고유치 (Type: Eigenvalue)
 - 구속 조건 (Constraint)
 - 경계조건세트-1 (Boundary Condition Set-1)
 - 접촉 (Contact)

Buttons at the bottom of the dialog include '생성' (Generate), '삭제' (Delete), '하중스케일팩터..' (Load Scale Factor..), '확인' (OK), '취소' (Cancel), and '적용' (Apply).

후처리

1차 모드의 주파수는

22.715 Hz 로 해석적인 해와 오차 1.84% 확인

MODAL ANALYSIS

솔리드 요소

기하형상 생성 (1)

1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

기하형상 생성 (2)

주어진 단면을 갖는 솔리드
형상 생성

재료 물성 및 특성 입력

1 탄성계수 210 GPa
 푸와송비 0.3
 질량밀도 1.519e-5 kg/mm³

재료 생성

2 3차원 특성 생성

요소망 생성

크기 25를 갖는 사상 요소망 생성

구속조건 및 하중조건 설정

1 전체 절점을
Tz 자유도 구속

2 단순 지지조건 입력

해석 케이스 정의 및 해석 실행

모드해석으로 해석 수행

The screenshot displays the software's main interface. At the top, the 'Analysis' menu is highlighted with a red dashed box. Below it, the 'Analysis' sub-menu is open, with the 'Execution' (실행) option selected and also highlighted with a red dashed box. The 'Execution' option has a sub-menu with 'Pre-processor Mode' (전처리 모드) and 'Post-processor Mode' (후처리 모드) options. The 'Pre-processor Mode' option is highlighted with a blue box.

The 'Analysis Case Setup' dialog box is open in the foreground, also outlined with a red dashed box. It contains the following fields and options:

- 이름 (Name):** asd
- 해석 종류 (Analysis Type):** 모드해석 (Modal Analysis)
- 해석 제어 (Analysis Control):** 결과 제어 (Result Control)
- 해석 모델 (Analysis Model):**
 - 전체세트 (All Sets): 요소망 (Mesh), 구속 조건 (Constraints), 경계조건세트-1 (Boundary Condition Set-1), 접촉 (Contact)
 - 활성화세트 (Activated Sets): 요소망 (Mesh), 기본 요소망세트 (Basic Mesh Set), 자동요소망(1D) (Automatic Mesh (1D))
- 서브케이스 설정 (Subcase Settings):**
 - 모드해석 (필수) (Modal Analysis (Required))
 - 종류: 고유치 (Type: Eigenvalue)
 - 구속 조건 (Constraints)
 - 경계조건세트-1 (Boundary Condition Set-1)
 - 접촉 (Contact)

Buttons at the bottom of the dialog include '생성' (Create), '삭제' (Delete), '하중스케일팩터..' (Load Scale Factor..), '확인' (OK), '취소' (Cancel), and '적용' (Apply).

후처리

1차 모드의 주파수는

23.665 Hz 로 해석적인 해와 오차 2.27% 확인

The screenshot shows the midas NFX software interface. The main window displays a 3D model of a car chassis with a color-coded modal displacement. A '해석 및 결과' (Analysis and Results) window is open, showing a tree view of the analysis results. The first mode is highlighted.

항목	번호	색상
C:\Users\sean\Desktop\2012 차체구조 ...		
해석케이스		
asd : 모드해석		
모드해석결과 테이블		
모드해석 (필수)		
MODE 1 (FREQ=2.3665e+0...)		
전체 범위 (V)		
MODE 2 (FREQ=5.0369e+0...)		
전체 범위 (V)		
MODE 3 (FREQ=7.8235e+0...)		
전체 범위 (V)		
MODE 4 (FREQ=1.5615e+0...)		
전체 범위 (V)		
MODE 5 (FREQ=2.3416e+0...)		
전체 범위 (V)		

결과 정리 (1)

모드 차수	1차	2차	3차
해석적인 해 [Hz]	23.14		
모드 형상 (빔 요소)
주파수 [Hz]	22.715	48.377	74.622
모드 형상 (솔리드 요소)
주파수 [Hz]	23.665	50.369	78.235

결과 정리 (2)

his analysis indicates that a bending stiffness requirement of approximately 7000 N/mm
e the desired 22–25 Hz vehicle frequency, Figure 4.12.

예제 2: 경계 조건에 따른 모드 형상

Beam Configuration	$(\beta_1 l)^2$ Fundamental	$(\beta_2 l)^2$ Second Mode	$(\beta_3 l)^2$ Third Mode
Simply supported	9.87	39.5	88.9
Cantilever	3.52	22.0	61.7
Free-free	22.4	61.7	121.0
Clamped-clamped	22.4	61.7	121.0
Clamped-hinged	15.4	50.0	104.0
Hinged-free	0	15.4	50.0

기하형상 생성 (1)

1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

기하형상 생성 (2)

1 전체 길이
L: 1000 mm 선 생성

재료 물성 및 특성 입력 (1)

재료

번호 이름 Alloy Steel 색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI_310_SS
- AISI_410_SS
- AISI_Steel_1005
- AISI_Steel_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI_Steel_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel_718_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD 1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316
- SUS316L
- Wrought Stainless Steel
- Ductile Iron
- Gray Cast Iron
- Iron_40
- Iron_60
- Iron_Cast_G25

선행

구조

탄성계수 N/mm² 열응력

프와송비 열팽창계수

질량밀도 kg/mm³ 기준온도 [T]

열전도

전도율 W/(mm·[T])

비열 J/(kg·[T])

발열계수

전위

전도율 A/mm·V

에너지 환산 계수

안전률계산방법

파손이론

인장 N/mm² 압축 N/mm²

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수 1/sec

강성 비례 감쇠 계수 sec

구조 감쇠 계수

크리프

블러오기... 편집... 확인 취소 적용

탄성계수 210 GPa
 프와송비 0.3
 질량밀도 1e-5 kg/mm³

재료 생성

재료 물성 및 특성 입력 (2)

예제에서 주어진 단면을 갖는 1차원 특성 생성

1차원 특성 생성/변경

번호: 1 이름: 1차원 특성 색상: [선택]

재료: 2: 재료

단면적: 10455.8702 mm²

단면2차모멘트
 I1: 13665652.6 I2: 6073623.37 I12: 0
 단위: mm⁴

비틀림상수: 14269738.7 mm⁴
 비틀림응력계수: 0 mm
 길이당 비구조질량: 0 kg/mm

전단면적계수
 K1: 0.833441841 K2: 0.833441841

전단중심에서 중립축까지의 거리
 Y: 0 mm Z: 0 mm

응력계산위치...

단면 속성
 재료 정보 고려하여 단면 속성을 계산
 단면형상... Bar

확인 취소 적용

단면형틀릿

Bar

DIM1: 83.49 mm
 DIM2: 125.235 mm

절점에서 전단중심의 거리
 DY: 0 mm
 DZ: 0 mm
 < 전단중심 >

확인 취소

요소망 생성

1 요소망 생성

The screenshot shows the midas NFX software interface. The main window displays a 3D model with three horizontal blue lines representing the mesh. The left sidebar shows a tree view of the model's components, including '하중/경계' (Loads/Boundary Conditions) and '속성창' (Property Window). The bottom status bar shows coordinates and units.

구속조건 설정

예제에 맞게 구속조건 설정

평면 운동만 고려하기 위해 모든 절점의 Tz,Rx,Ry 구속

그 외 나머지
(2차원 운동 고려)

해석 케이스 정의 및 해석 실행

1 모드해석으로 해석 수행

각 경우에 대해 별도의 해석 생성

후처리

각 경계조건 문제에 대한 고유치 확인

Clamped-clamped

Clamped-hinged

Free-free

1차

2차

3차

4차

5차

MODE NUMBER	EIGENVALUE
1	1.129653e+007
2	6.986127e+007
3	2.072787e+008
4	2.167200e+008
5	4.790210e+008

MODE NUMBER	EIGENVALUE
1	5.797916e+006
2	5.125118e+007
3	1.821923e+008
4	2.072787e+008
5	4.322858e+008

MODE NUMBER	EIGENVALUE
1	0.000000e+000
2	1.135934e-005
3	1.197215e-005
4	1.235411e+007
5	7.934908e+007

연습문제: PIN-ENDED CROSS

Material data	Young's modulus	$E = 200 \text{ GPa}$
	Density	$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$
Section property	Square cross-section	$0.125 \text{ m} \times 0.125 \text{ m}$

속제

- 예제와 같은 길이를 갖는 빔 모델에 대해 단면 형상을 변경하면서 아래와 같은 그래프를 도출하시오.