Beam Torsional Analysis, Geometric Nonlinear Analysis

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea





OUTLINE

Lecture Goals

- ✓ SHELL 요소의 비틀림 해석을 수행하고 open section과 closed section의 차이를 분석한다.
- ✓ SHELL 요소(spot weld flange)의 비틀림 해석을 수행하고 spot weld 해석 기법에 대해 실습한다.
- ✓ BEAM 모델의 두 가지 비선형 해석(기하비선형/종동력)을 수행하고 선형 해석과의 차이를 분석한다.

Contents

- ✓ SHELL 요소 비틀림 해석 (closed section/spot weld flange)
- ✓ BEAM 모델의 비선형 정적 해석 (기하비선형/종동력)

SHELL 요소 비틀림 해석 (closed section/spot weld flange)

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea



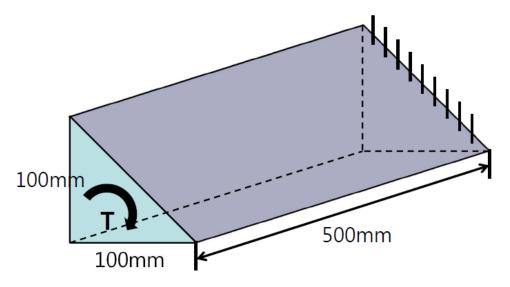


목차

- 예제 문제
 - Closed section beam
 - Spot weld flange
- 해석 프로세스
 - ▶ 기하형상 생성
 - ▶ 재료 물성 및 특성 입력
 - ▶ 요소망 생성
 - ▶ 구속조건 설정
 - ▶ 하중조건 설정
 - ▶ 해석케이스 정의 및 해석 실행
 - ▶ 후처리

예제: CLOSED SECTION BEAM

비틀림 강성을 계산하시오



재료 물성

- E = 207 GPa

- v = 0.327

입력 하중

- T = 250 kNmm

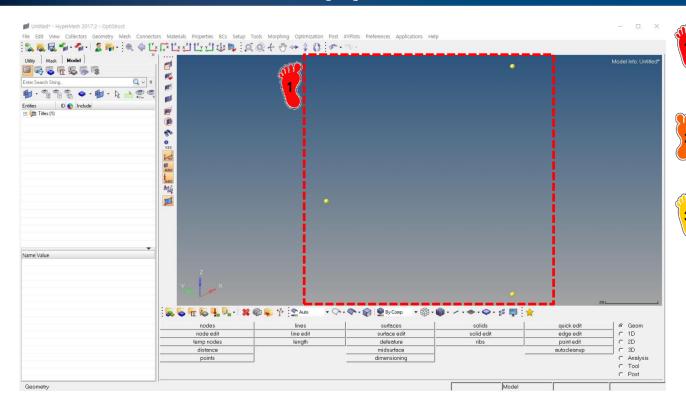
$$\theta = \frac{TL}{GJ_{EFF}} = \frac{\left(25 \times 10^{4} \,\mathrm{Nmm}\right) \left(500 \,\mathrm{mm}\right)}{\left(78 \times 10^{3} \,\mathrm{N/mm^{2}}\right) \times \frac{4 \left(\frac{1}{2} \left(100 \,\mathrm{mm}\right) \left(100 \,\mathrm{mm}\right)\right)^{2} \left(1 \,\mathrm{mm}\right)}{\left(100 \,\mathrm{mm} + 100 \,\mathrm{mm} + 141.4 \,\mathrm{mm}\right)}} = 5.471 \times 10^{-3} \,\,\mathrm{rad}$$

$$K = \frac{T}{\theta} = \frac{25 \times 10^4 \,\text{Nmm}}{5.47 \times 10^{-3} \,\text{rad}} = 45.704 \,\text{Nm/rad}$$

$$\tau = \frac{T}{2tA} = \frac{25 \times 10^4 \,\text{Nmm}}{2 \left(1 \text{mm}\right) \left(\frac{1}{2} \left(100 \text{mm}\right) \left(100 \text{mm}\right)\right)} = 25 \,\text{N/mm}^2 = 25 \,\text{MPa}$$

CLOSED SECTION (SHELL 요소)

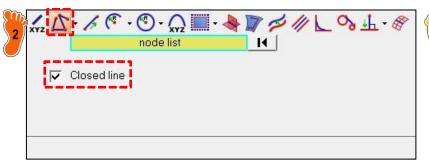
기하형상 생성 (1)

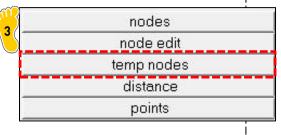


Geom → nodes 로 (0,0,0), (0,100,0), (0,0,100) □ 에 node 생성

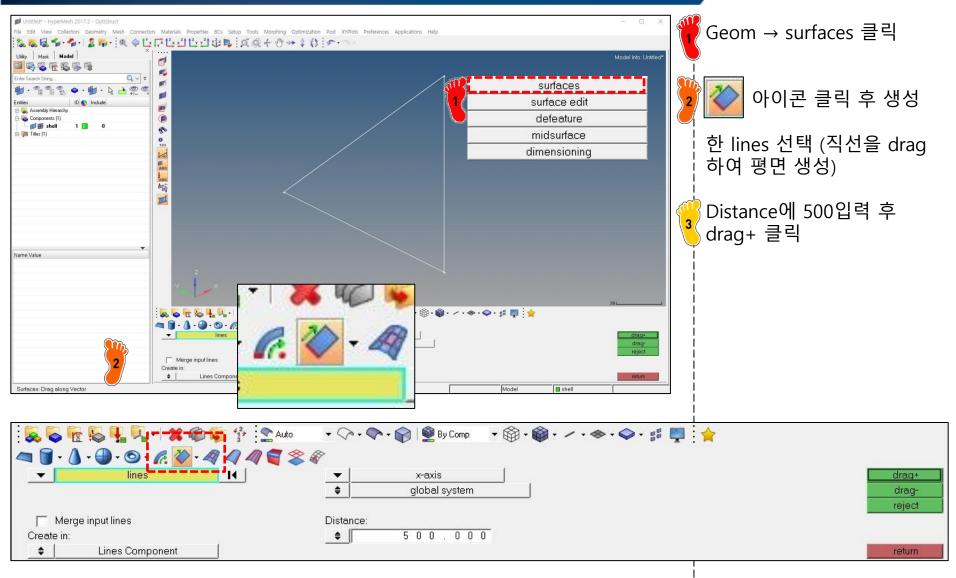
Geom → lines 에서 그림과 같이 설정 후 생성한 3개의 node 선택

Geom → temp nodes 클릭 후 clear all 클릭

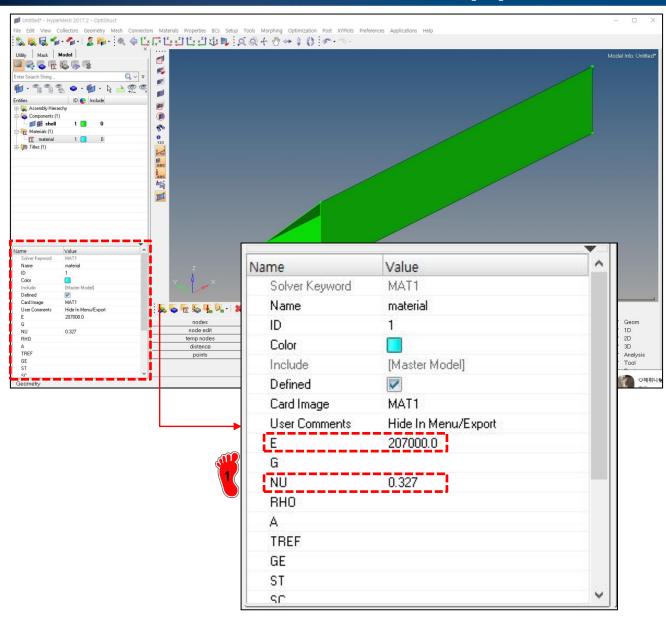




기하형상 생성 (2)

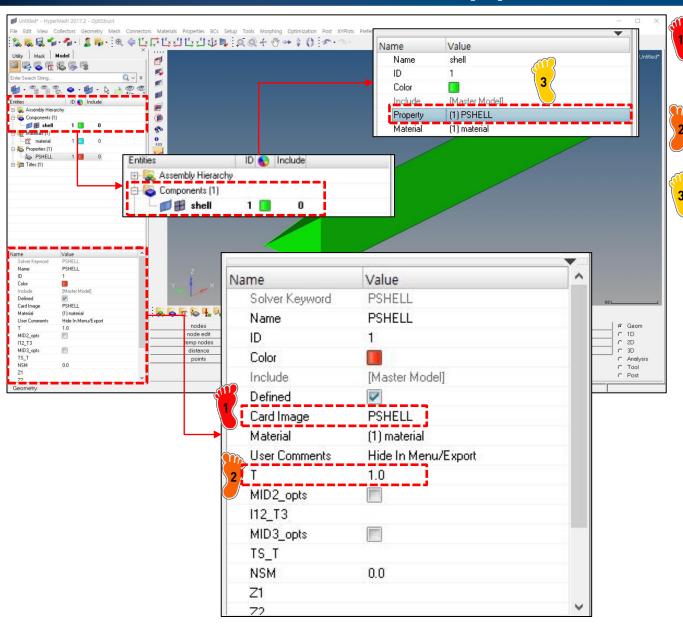


재료 물성 및 특성 입력 (1)



E = 207 Gpa NU = 0.327 재료 생성

재료 물성 및 특성 입력 (2)

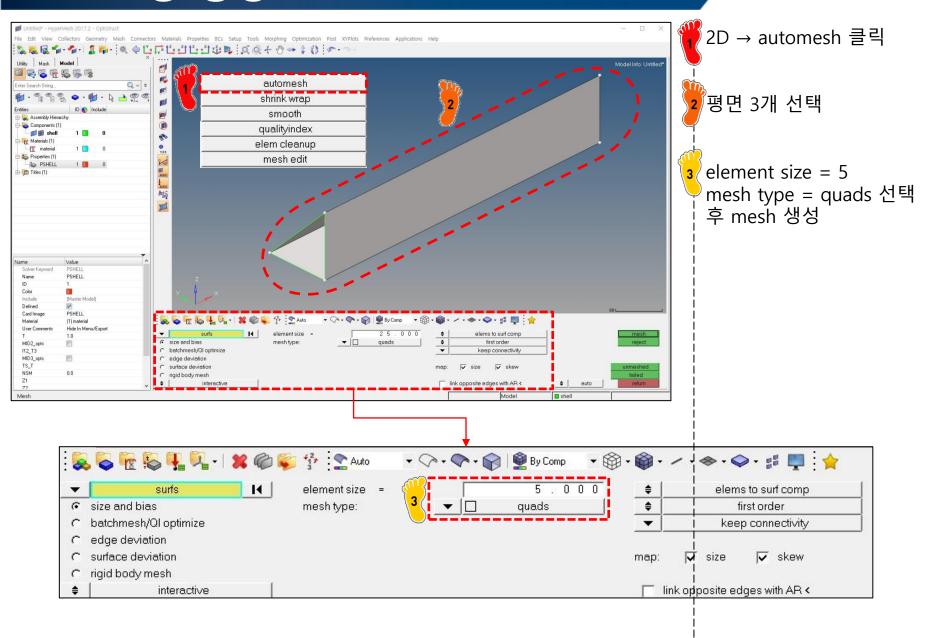


property 생성 후 Card image 에서 PSHELL 선택

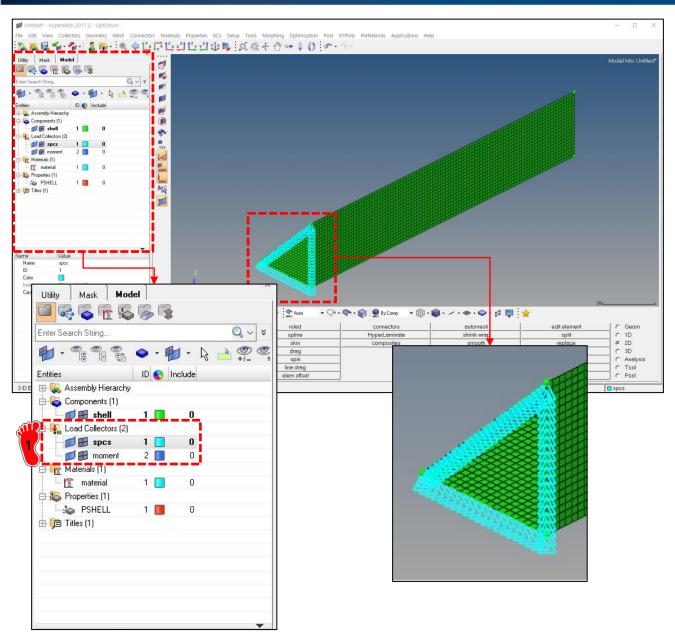
T = 1을 입력

Component 에 특성 입력

요소망 생성



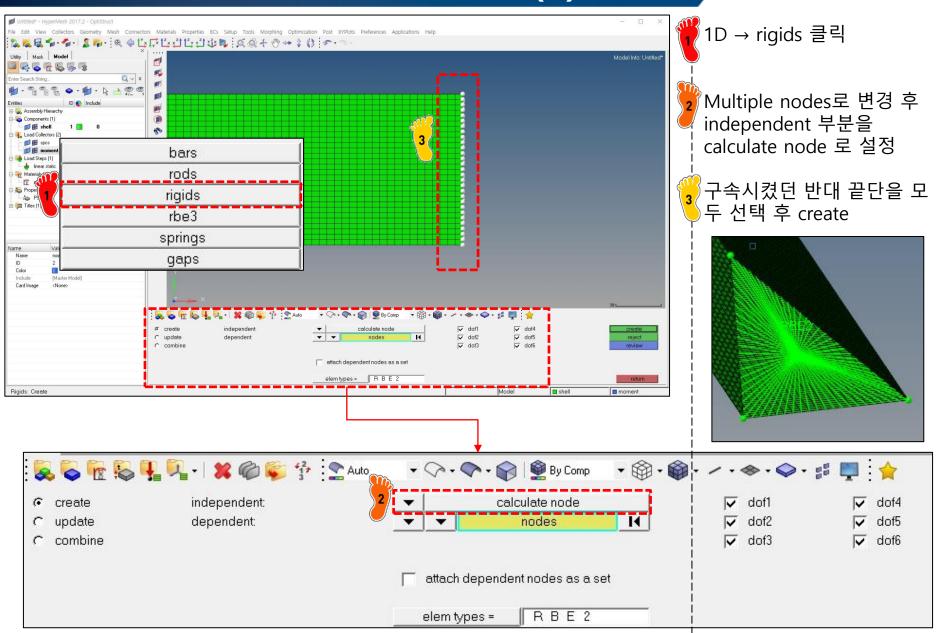
하중조건 및 구속조건 설정 (1)



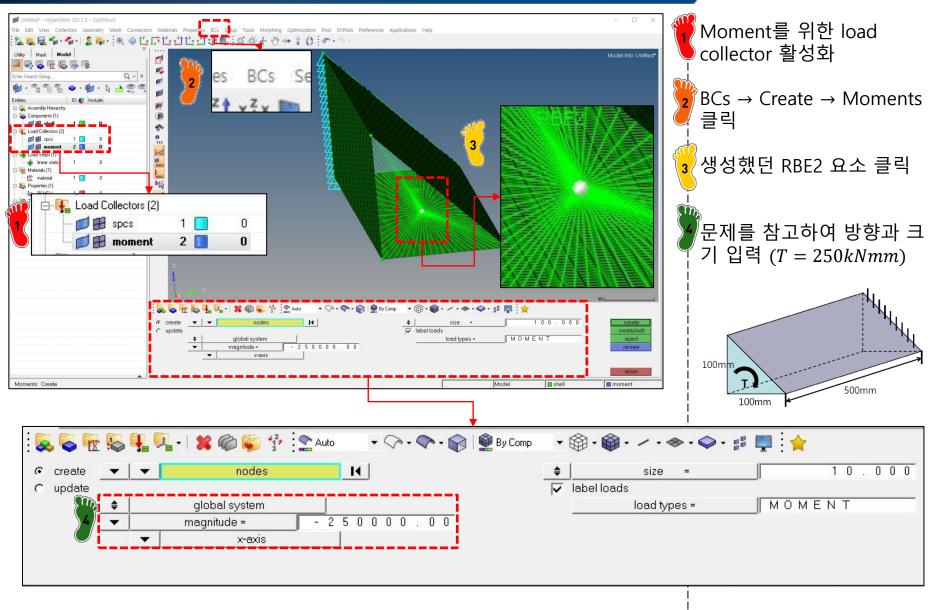
光 Load collectors 2개 생성

한쪽 끝단 모든 점 구속

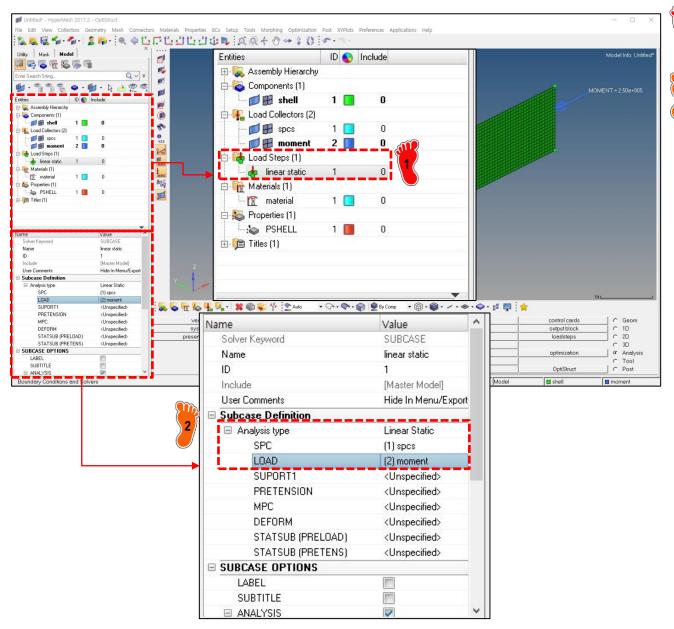
하중조건 및 구속조건 설정 (2)



하중조건 및 구속조건 설정 (3)



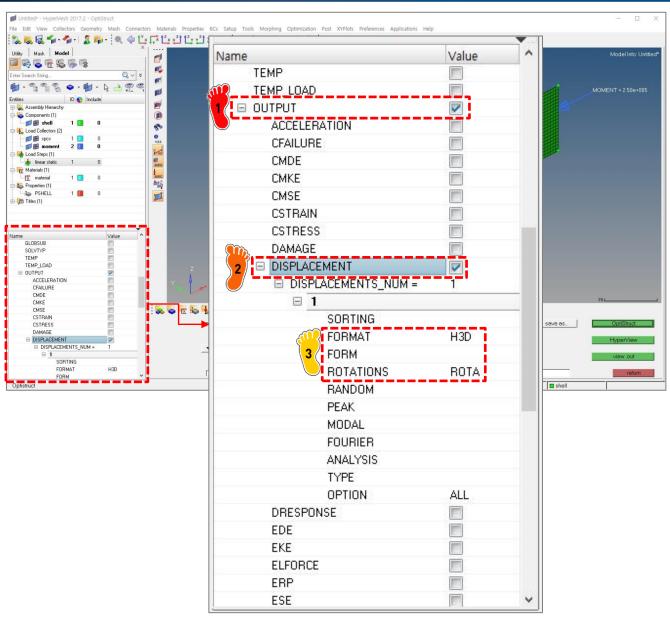
해석 케이스 정의 및 해석 실행 (1)



Load step 생성

Anaylsis type 설정 후 구속 조건과 하중조건 부여

해석 케이스 정의 및 해석 실행 (2)

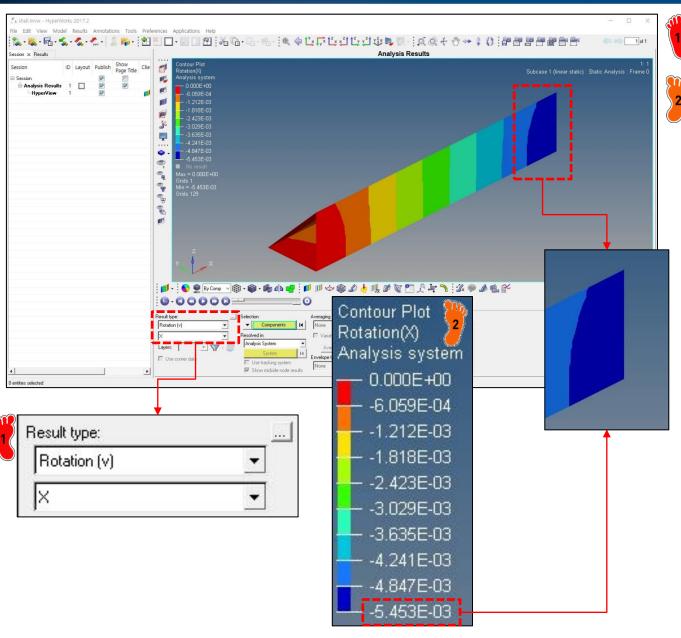


TLoad step의 subcase option 에서 output 체크

회전변위를 보기 위해 displacement 체크

Format 과 rotations 를 그림과 같이 설정 후 해석 실행

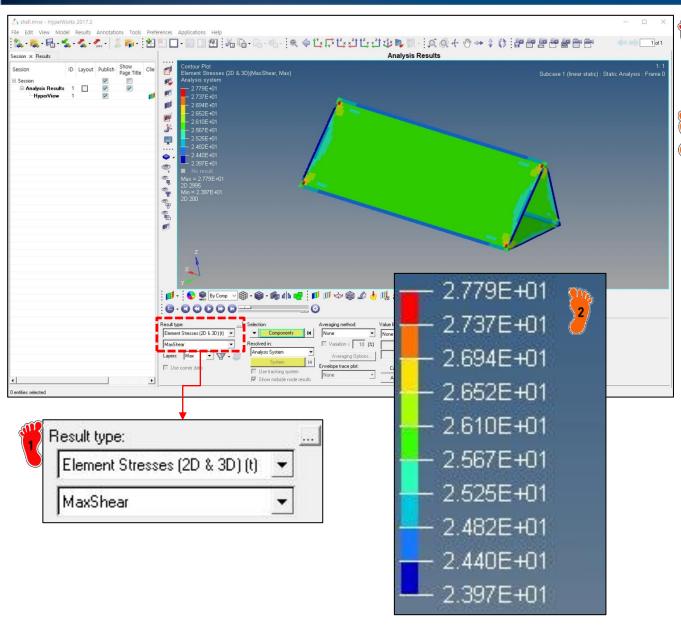
후처리 (1)



Result type을 x방향 회전 변위로 설정

Contour plot 확인 회전변위는 -5.453e-3 (rad) 이론 값과 오차는 0.33%

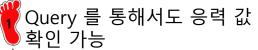
후처리 (2)

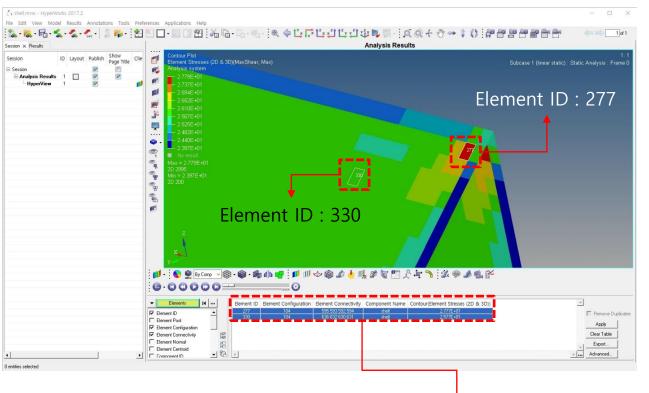


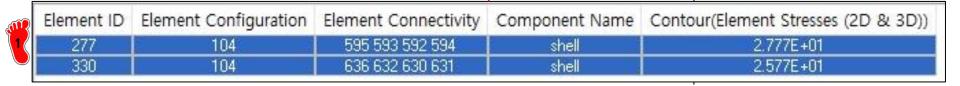
쉘 최대 응력을 확인하기 위 해 result type을 그림과 같 이 설정

Contour plot 확인. 응력 집중이 발생하지 않는 부분의 응력은 이론 값인 25 MPa 와 유사한 수준 확 인

후처리 (3)

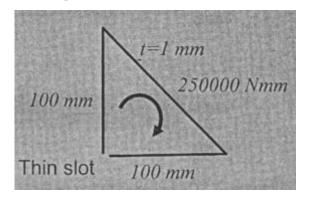






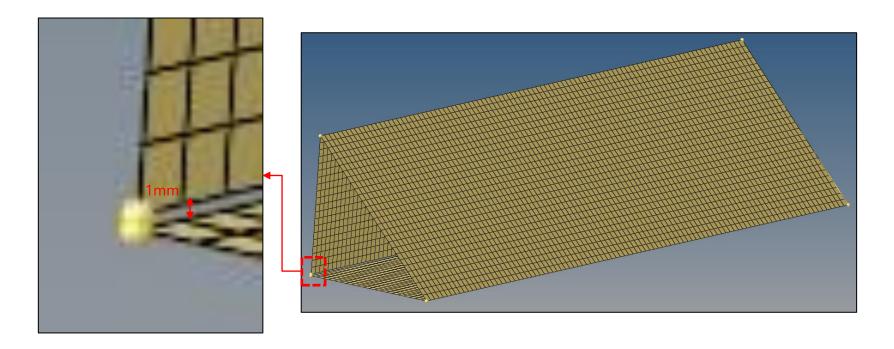
열린 단면인 경우: 단면 정보

Example: Torsion of beam with open section (p.59)



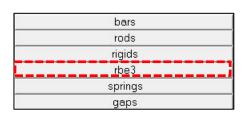
$$J_{EFF} = \frac{1}{3}t^{3}S = \frac{1}{3}(1mm)^{3}(100mm + 99mm + 141.4mm) = 113.46mm^{4}$$

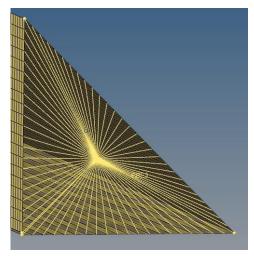
$$\theta = \frac{TL}{GJ_{EFF}} = \frac{(25e4Nmm)(500mm)}{(78e3N / mm^{2})(113.46mm^{4})} = 14.1rad(803^{\circ})$$



열린 단면인 경우: 해석 결과

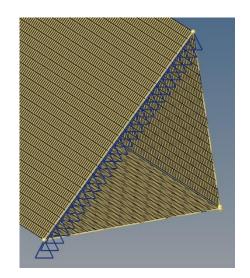
강체요소(RBE2) 대신 보간요소(RBE3) 사용

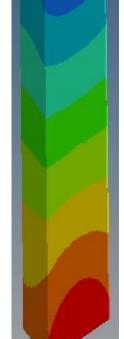




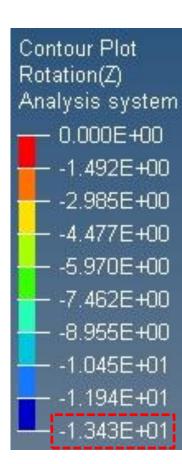


길이 방향 변형 허용을 위해 대각선 부분만 고정



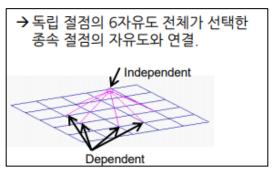


회전 변위 결과



강체요소(RBE2) VS. 보간요소(RBE3)

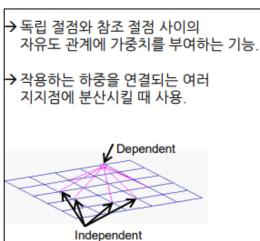
RBE2

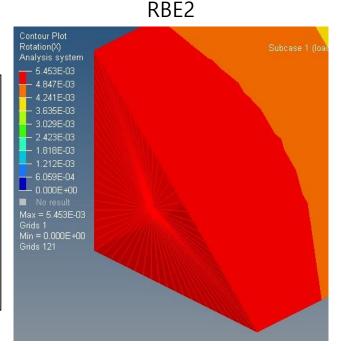


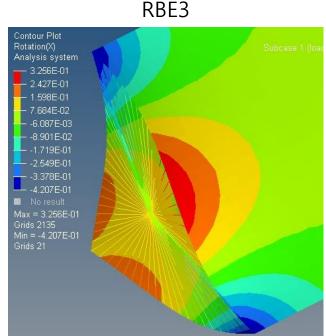
	RBE2	RBE3		
정 의	연결된 절점들 모두 동일한 변위 및 회전	연결된 절점들에 모두 동일한 하중이 분배		
차이점	절점들이 모두 동일한 변위 및 회전을 해야 하므로 각 절점에서 발생하는 MPC Force가 다르다.	동일한 하중이 분배되므로 각 철점에서 발생하는 변위 및 회전이 다르다.		

앞선 closed section 쉘 요소 예제에 대한 결과 비교

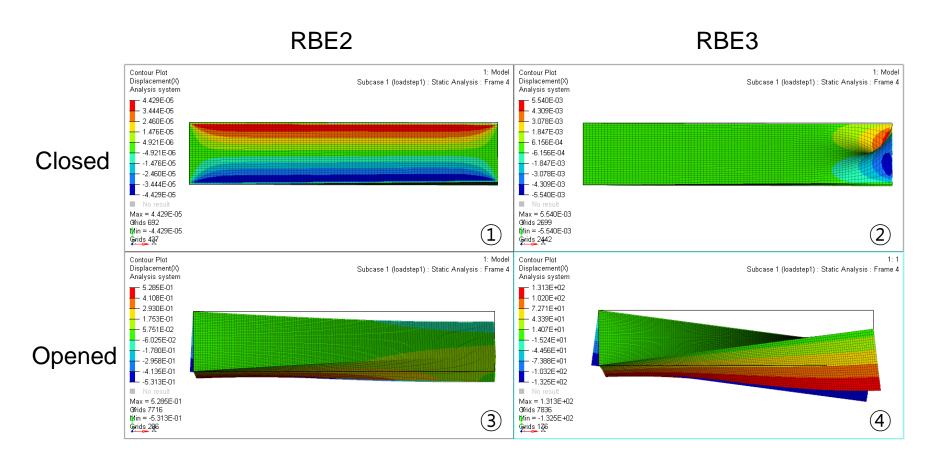
RBE3





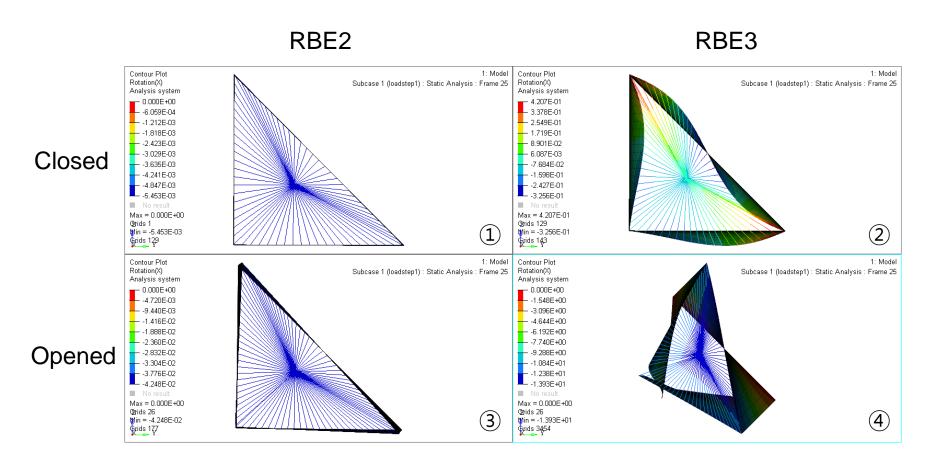


단면 형상과 RBE 요소 별 해석 결과



	1	2	3	4
최대 변위 [mm]	4.4e-5	5.5e-3	5.3e-1	131.3
최대 회전 각도 [rad]	5.5e-3	4.2e-1	4.2e-2	13.9

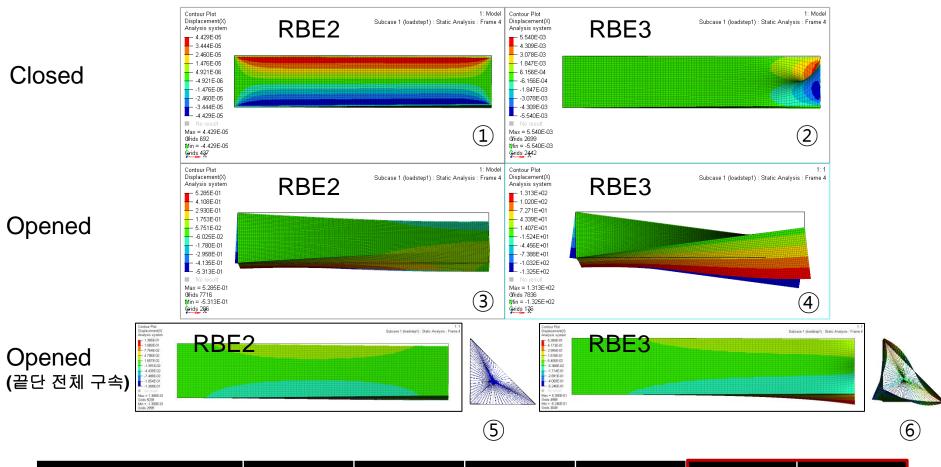
단면 형상과 RBE 요소 별 해석 결과



	1	2	3	4
최대 변위 [mm]	4.4e-5	5.5e-3	5.3e-1	131.3
최대 회전 각도 [rad]	5.5e-3	4.2e-1	4.2e-2	13.9

참고 #1

• Opened section '끝단 세 모서리' 전체 구속 결과 비교



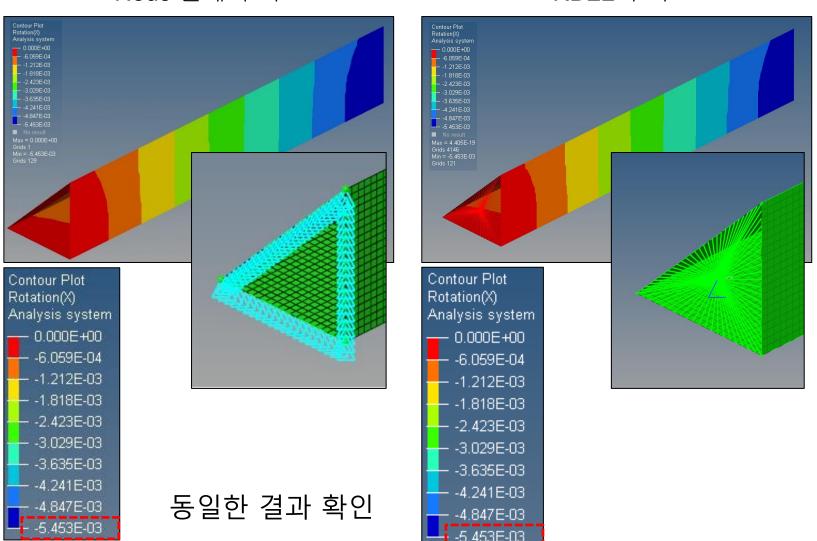
	1	2	3	4	(5)	6
최대 변위 [mm]	4.4e-5	5.5e-3	5.3e-1	131.3	1.3e-1	5.4e-1
최대 회전 각도 [rad]	5.5e-3	4.2e-1	4.2e-2	13.9	1.5e-2	4.8e-1

참고 #2

• 구속조건에 RBE2 요소 적용 결과 비교

Node 전체 구속

RBE2 구속

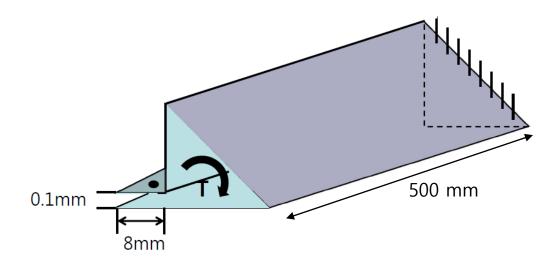


SPOT WELD FLANGE (SHELL 요소)

(1) NODE 공유법, (2) 요소 적용법

예제: SPOT WELD FLANGE

비틀림 강성을 계산하시오



재료 물성
- E = 207 GPa
- v = 0.327 입력 하중
- T = 250 kNmm

$$K = \frac{T}{\theta} = \frac{\text{(stiffness of closed tube w/o weld flange)}}{\left[1 + \frac{3}{4\pi^2(1+\nu)} \frac{p^2}{wS}\right]}$$

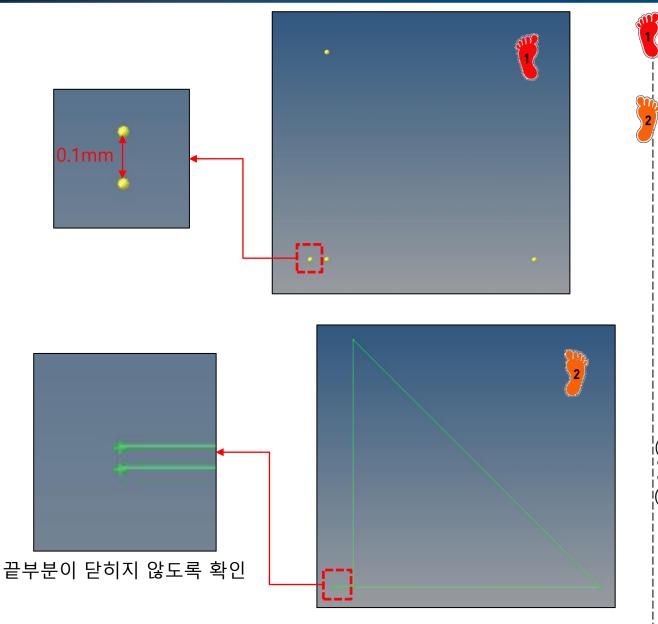
if
$$p = 80 \text{mm}$$
 (weld pitch)
$$\psi = \frac{1}{1 + \frac{3}{4\pi^2 (1 + \nu)}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4\pi^2 (1 + 0.327)}} = 0.882$$

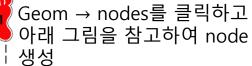
$$\theta_{p=80} = \theta \times \frac{1}{\psi} = 5.471 \times 10^{-3} \times \frac{1}{0.882} = 6.205 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$K_{p=80} = K \times \psi = 45.704 \times 0.882 = 40.297 \text{ Nm/rad}$$

(1) NODE 공유법

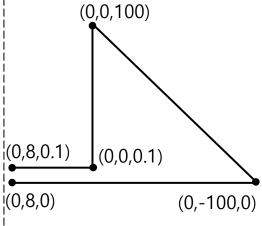
단면형상 생성



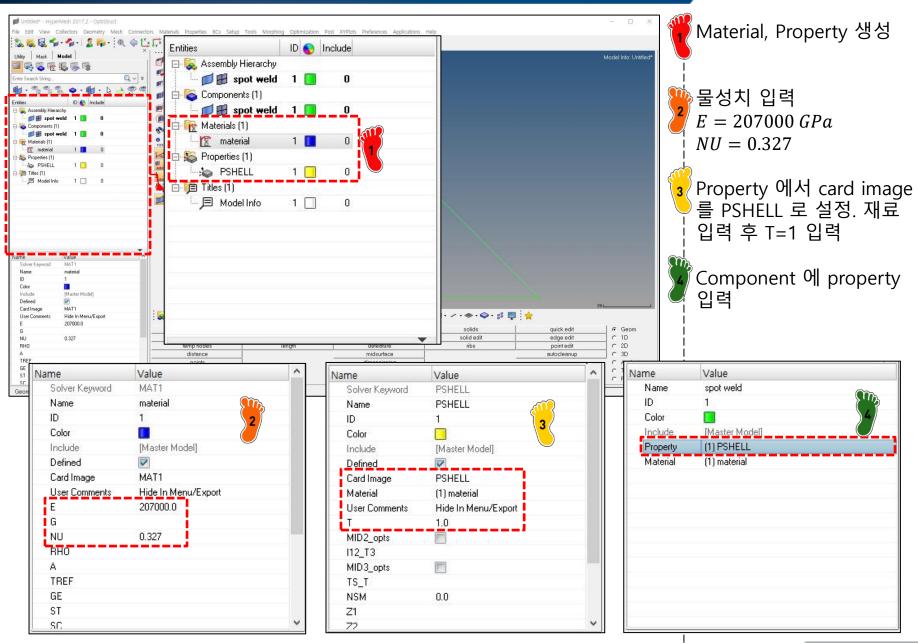




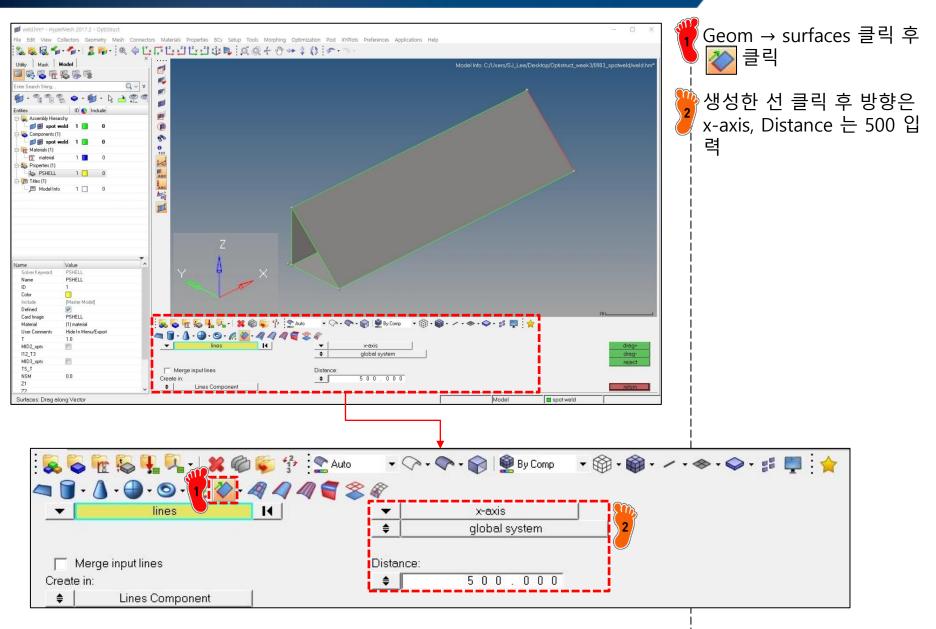
앞의 예제와 같이 line 생성 (이후 temp node → clear all)



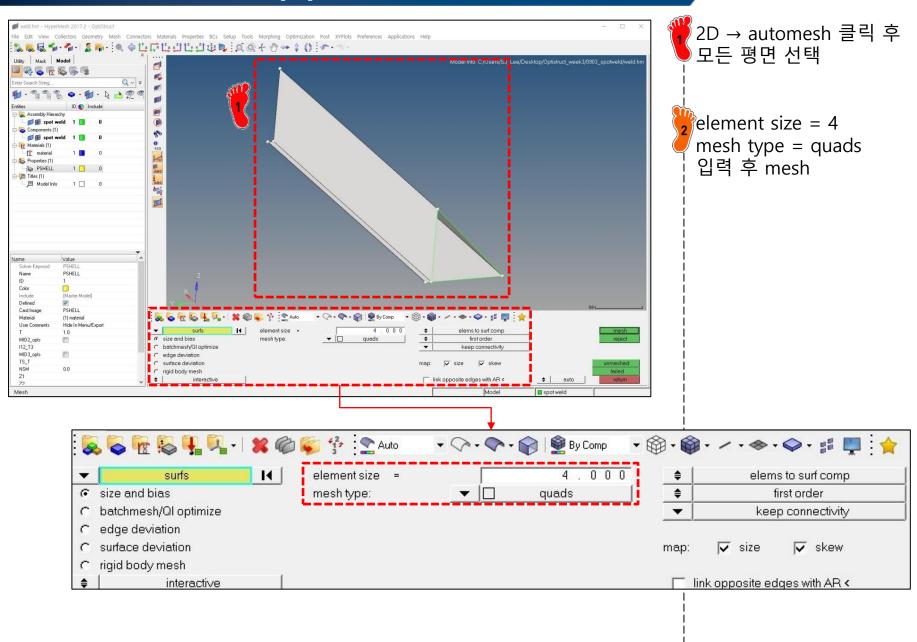
재료 물성 및 특성 입력



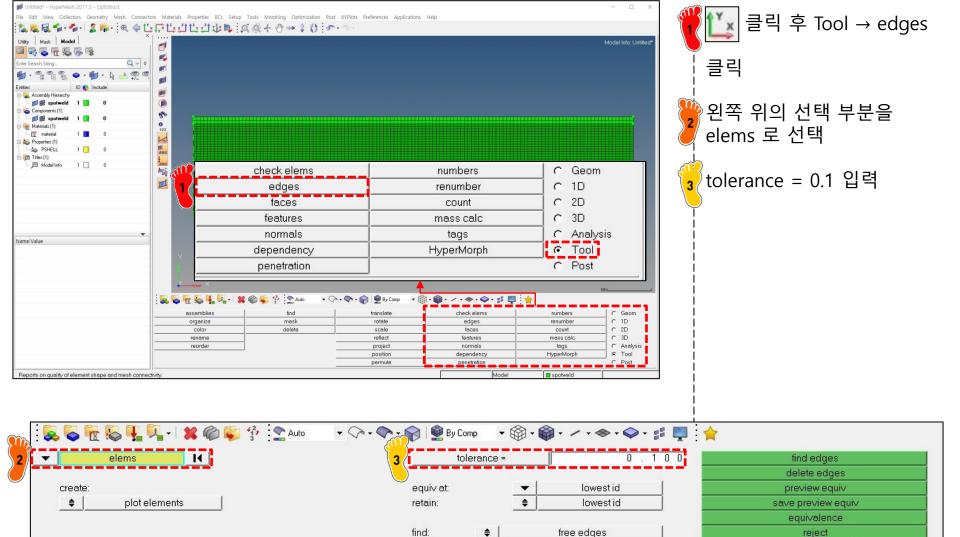
기하형상 생성



요소망 생성 (1)

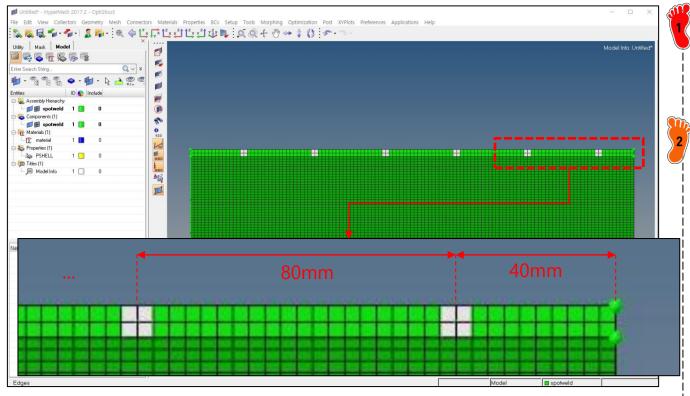


요소망 생성 (2)

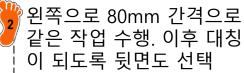


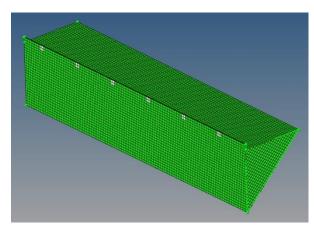
return

요소망 생성 (3)

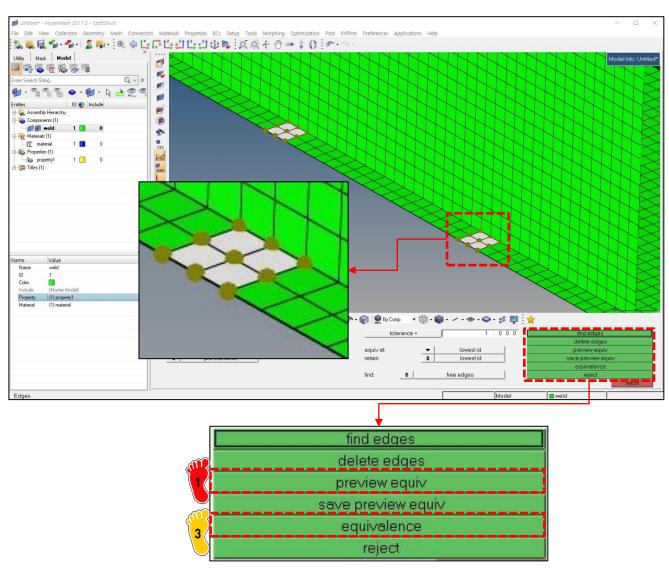


오른쪽부터 40mm 떨어진 node를 둘러싸는 4개의 element 선택 (요소 크기 4 참고)





요소망 생성 (4)





모두 선택한 후 preview equiv 클릭

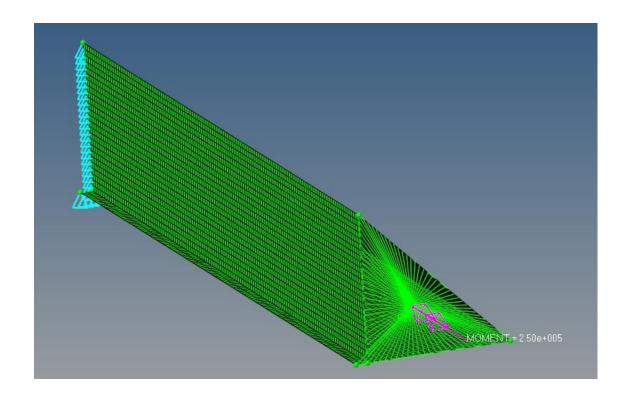


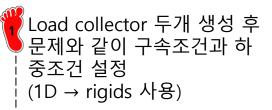
그림과 같이 연결될 node들 이 표시되는 것을 확인



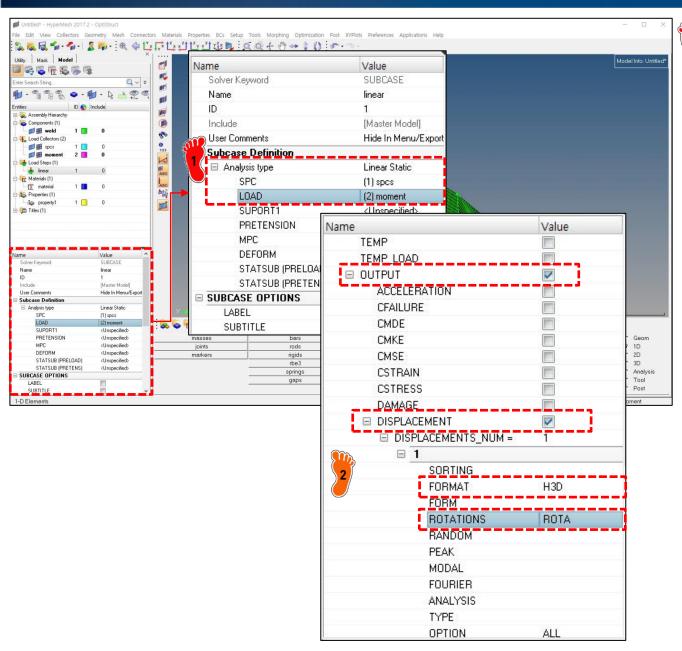
🥇 equivalence 클릭

구속조건 및 하중조건 설정





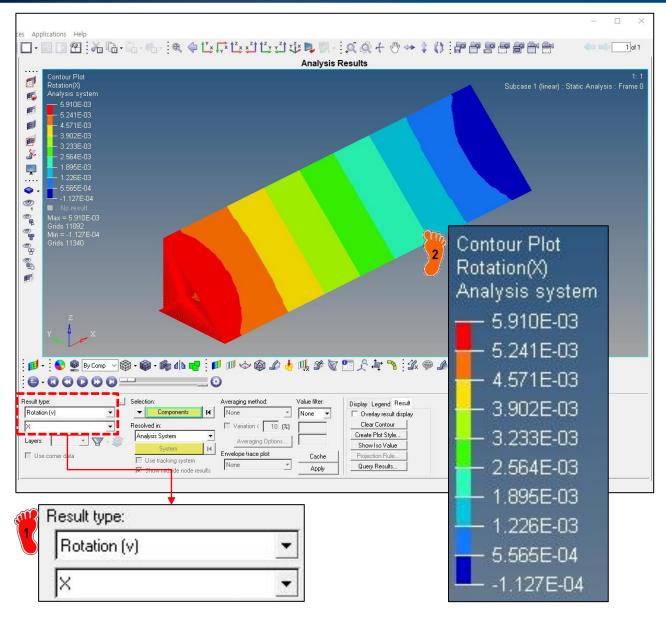
해석 케이스 정의 및 해석 실행



Load step 생성 후 그림과 같이 analysis type과 SPC, LOAD 입력

회전변위를 보기 위해 그림 과 같이 체크 후 해석 실행

후처리

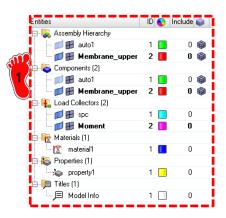


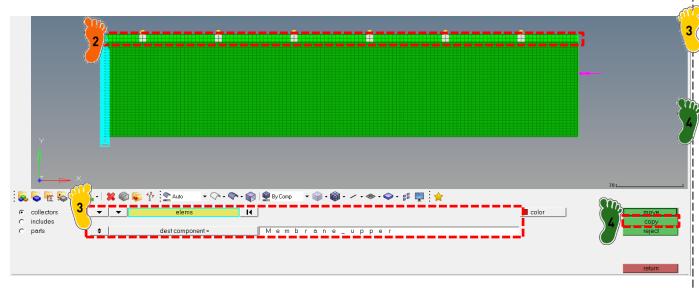
x방향 회전변위를 보기 위해 result type 설정

contour plot 확인. 결과는 5.910e-3으로 이론 결과와 오차 4.75% 확인 (용접 위치에 따라 다를 수 있음)

(2) SPOT WELD 요소 적용법

SPOT WELD 요소 적용 절차 (1)





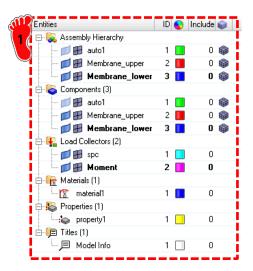
컴포넌트 생성 (Membrane_upper)

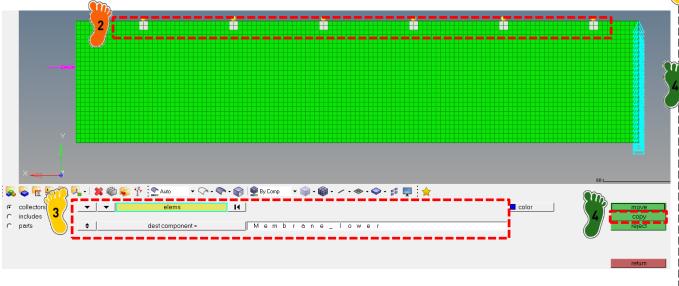
Tool>organize 클릭 후 collectors 선택, 그림과 같이 용접면의 요소 선택 (윗면)

Dest component: Membraen_upper 선택

Copy 클릭 후 return

SPOT WELD 요소 적용 절차 (2)





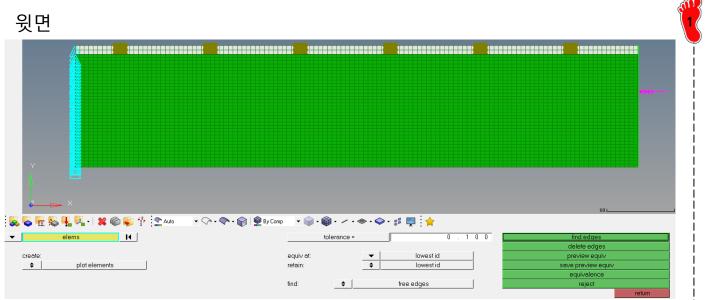
아랫면에 동일 작업 수행 컴포넌트 생성 [(Membrane_lower)

Tools>Organize 클릭 후 그림과 같이 용접면의 요소 선택 (아랫면)

Dest component: Membraen_lower 선택

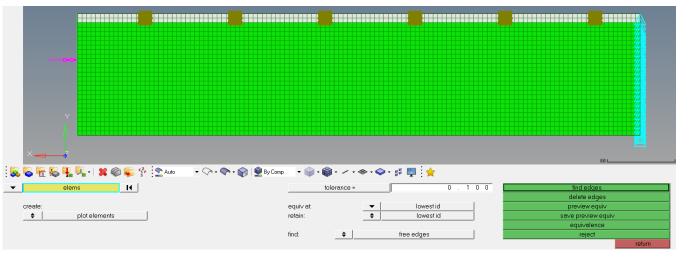
Copy 클릭 후 return

SPOT WELD 요소 적용 절차 (3)

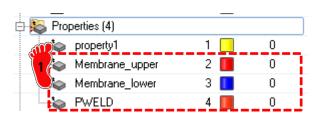


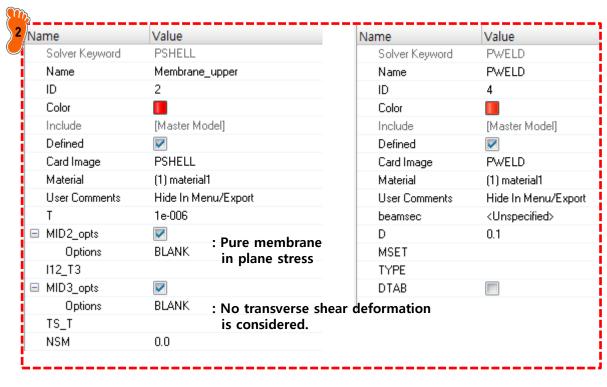
Tools>Edges>Equivalence 기능 이용하여 새로 생성한 컴포넌트와 기존 쉘 구조물 과의 동일 지점 노드 공유

아랫면



SPOT WELD 요소 적용 절차 (4)





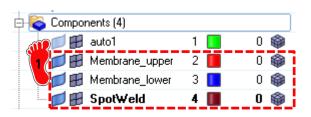


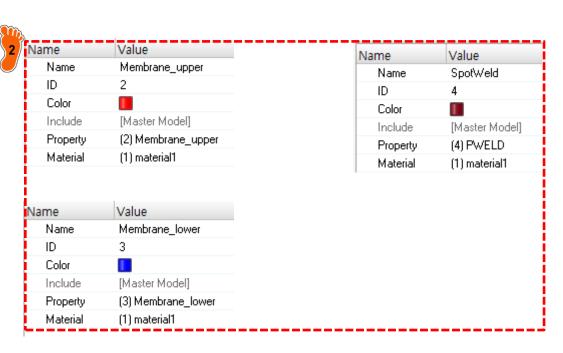
Property 생성: Membrane_upper, Membrane_lower, PWELD



Property 설정

SPOT WELD 요소 적용 절차 (5)





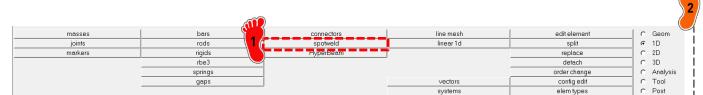


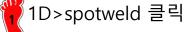
SpotWeld 컴포넌트 생성



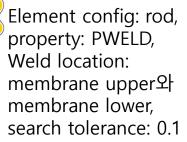
⁹각 컴포넌트 별 property 선택

SPOT WELD 요소 적용 절차 (6)

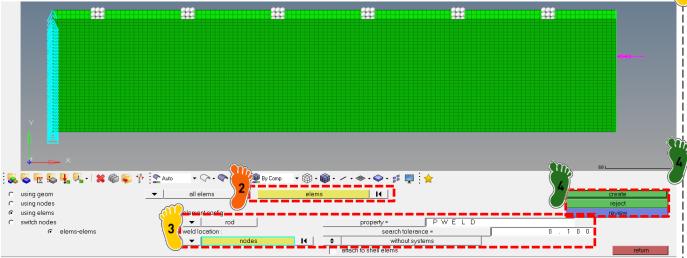




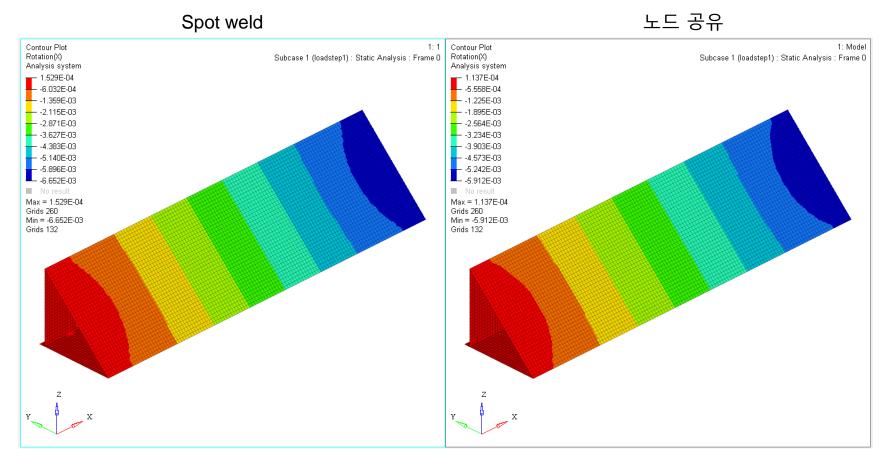
Using elems 선택 후, Membrane_upper와 Membrane_lower 요소 선택



Create 클릭 후 return

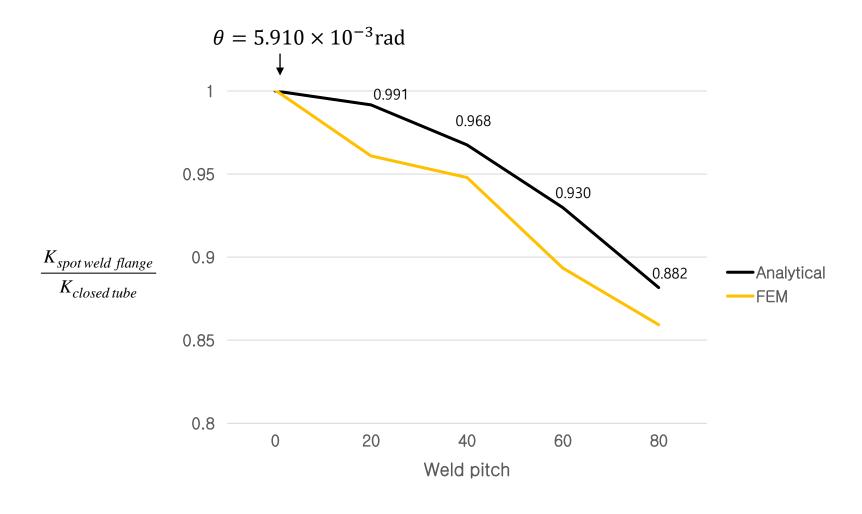


SPOT WELD 요소 적용 결과



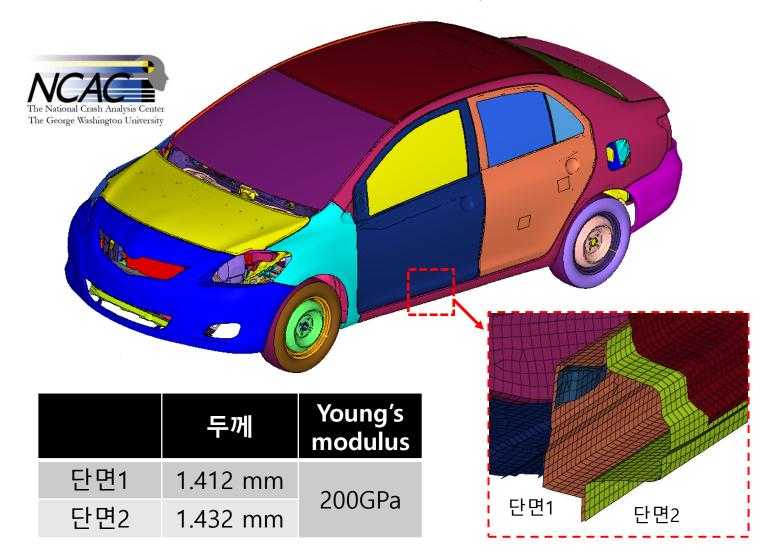
	이론해	Spot weld 적용	노드 공유 적용
최대 회전 각도	-6.205	-6.652	-5.912
(10 ⁻³ rad)		(7.2% 오차)	(4.7% 오차)

연습문제 1: 용접 거리에 따른 영향



연습문제 2

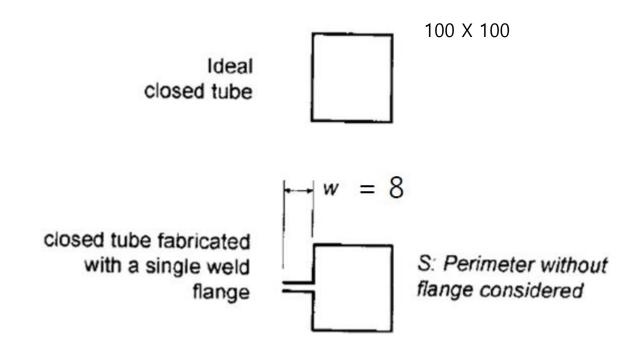
Toyota Yaris 모델의 rocker 단면 해석 (용접 거리에 따른 굽힘/비틀림 영향 확인) (빔의 길이는 800 mm, 요소 크기는 8 mm 로 적용)



숙제

해석적인 방법과 유한요소 프로그램으로 다음 문제의 비틀림 강성을 계산하시오 용접 거리에 따른 비틀림 강성을 구하고 해석적인 결과와 비교 분석하시오

재료 물성 및 하중은 예제와 동일



비선형 정적 해석

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea





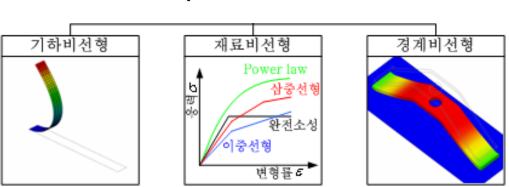
선형과 비선형

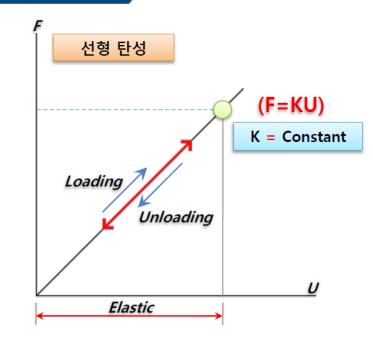
√ 선형 문제

- 미소변형
- 선형의 응력-변형률 관계
- 해석과정 중 일정한 변위 경계조건
- 해석과정 중 일정한 작용 하중

✓ 비선형 문제

- 선형문제를 제외한 모든 문제는 비선형문제!
- 기하비선형: 비선형의 변형률-변위 관계
- 재료비선형: 비선형의 재료 구성방정식
- 경계비선형(접촉): 해석과정 중에 변하는 변위 경계조건, 접촉
- 하중의 비선형성: 종동력 (follow-up loads)





비선형 문제의 종류



비선형 해석의 계산 방법

하중을 분할하여 각 증분 구간에 대해 평형 조건을 만족하는 해를 계산

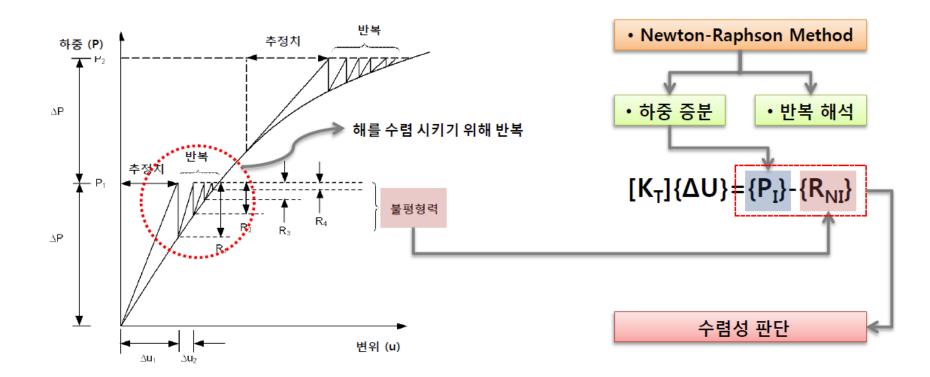
평형조건식

 $[K_T]{\Delta U} = {\Delta P}$

K_⊤: 구조물의 접선 강성행렬

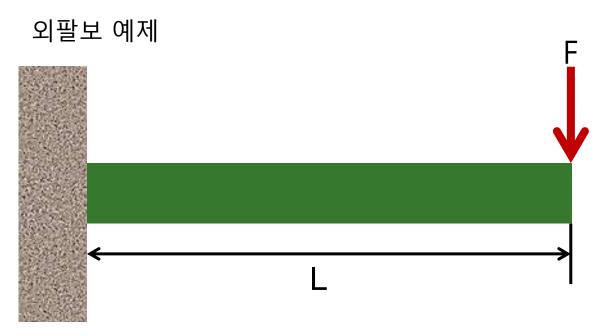
ΔU : 증분 변위

ΔP : 증분 하중



빔 모델의 해석 비교 (선형/기하비선형/종동력)

빔 해석 예제



기하형상

- L = 5000 mm

재료 : alloy steel

- E = 210 GPa

- v = 0.28

하중(F): 3000 kN

이론 해 (선형)

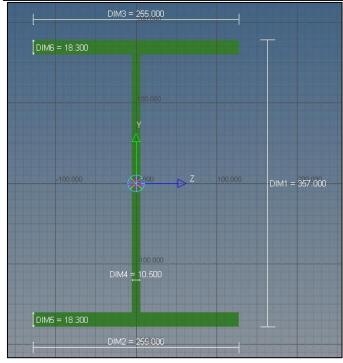
$$\sigma = \frac{My}{I} = 9020 \text{ MPa}$$

$$y_{\text{max}} = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL}{GA_s} = -2059 \text{ mm}$$

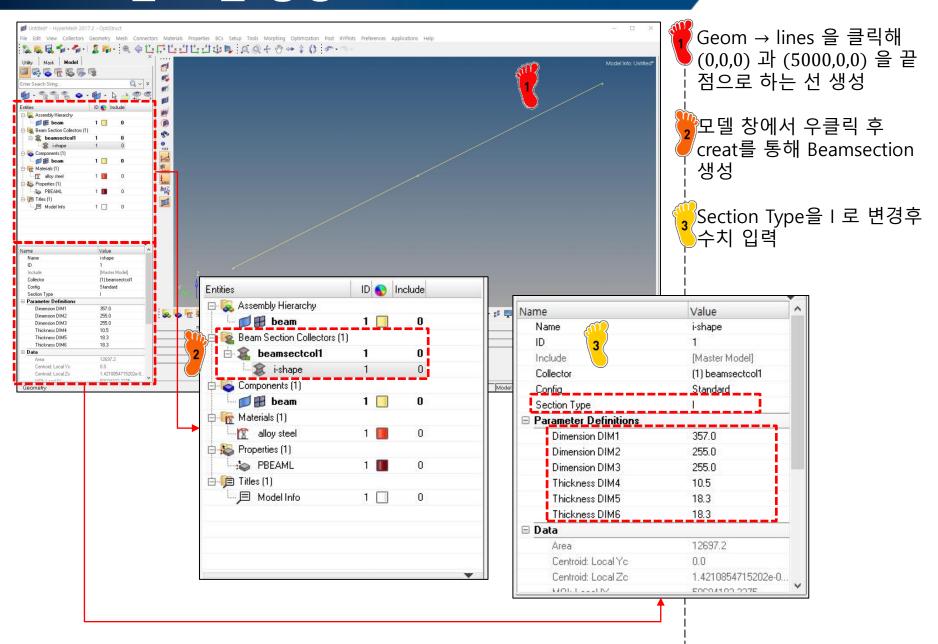
 $A_{c} = kA$: 유효전단면적

빔 단면 정보 : W360 X 101

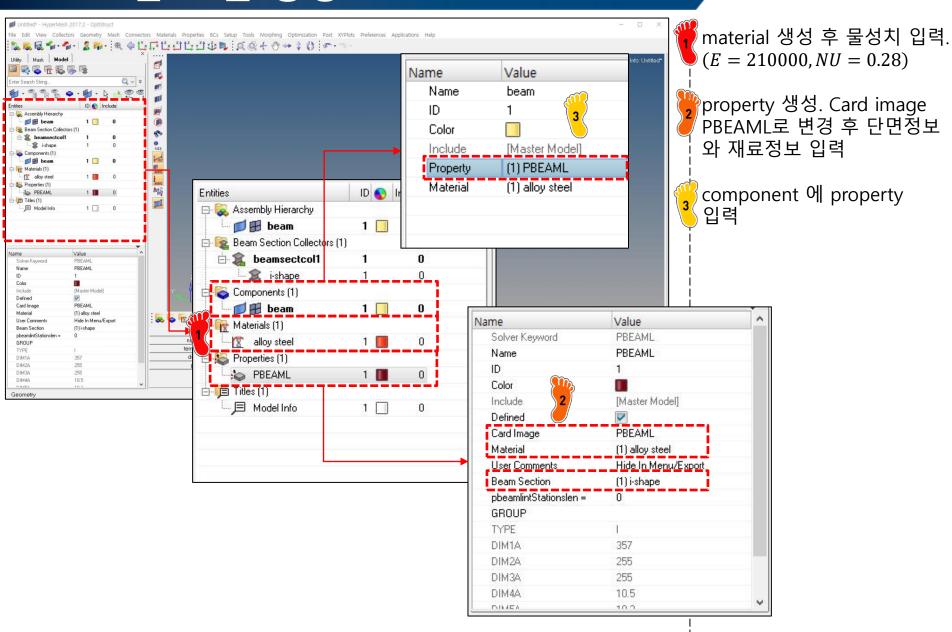
Parameter Definition	Value
Dimension (DIM1)	357.000
Dimension (DIM2)	255.000
Dimension (DIM3)	255.000
Thickness (DIM4)	10.500
Thickness (DIM5)	18.300
Thickness (DIM6)	18.300



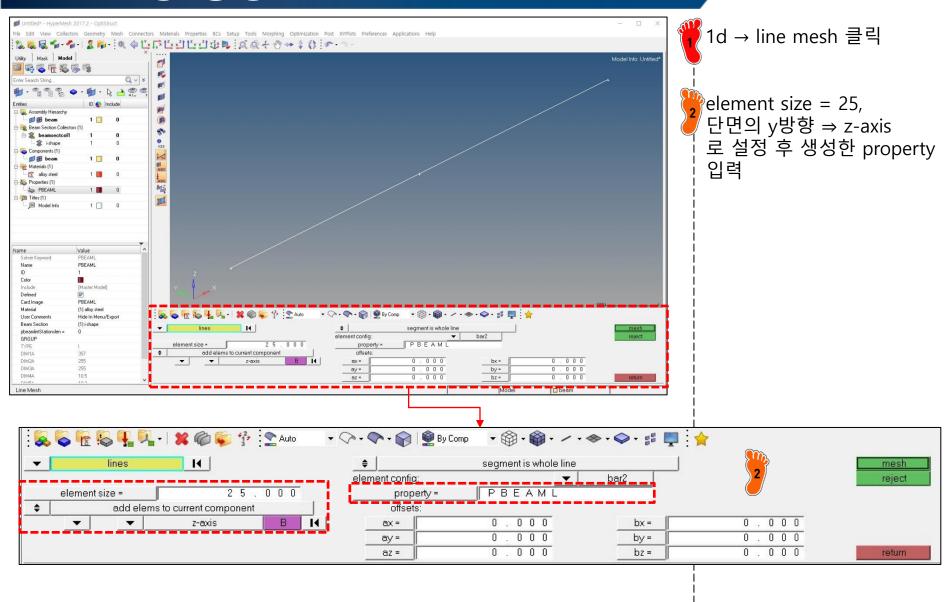
1D 빔 모델 생성



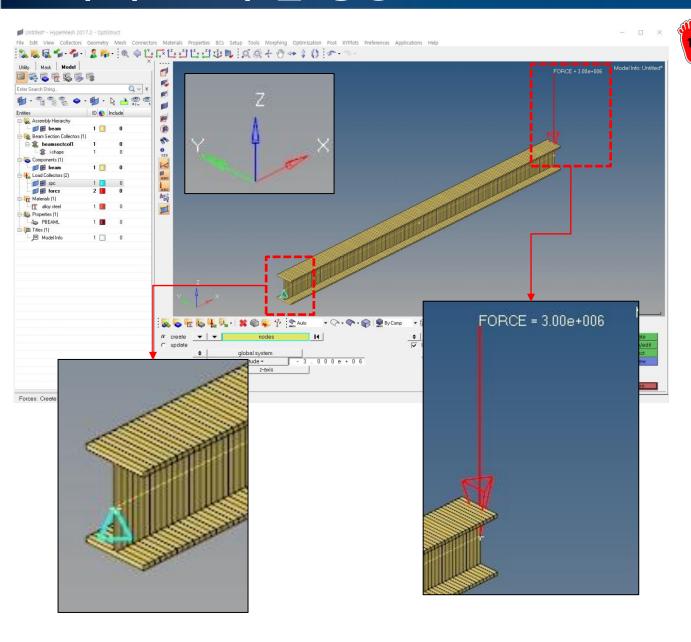
1D 빔 모델 생성



요소망 생성

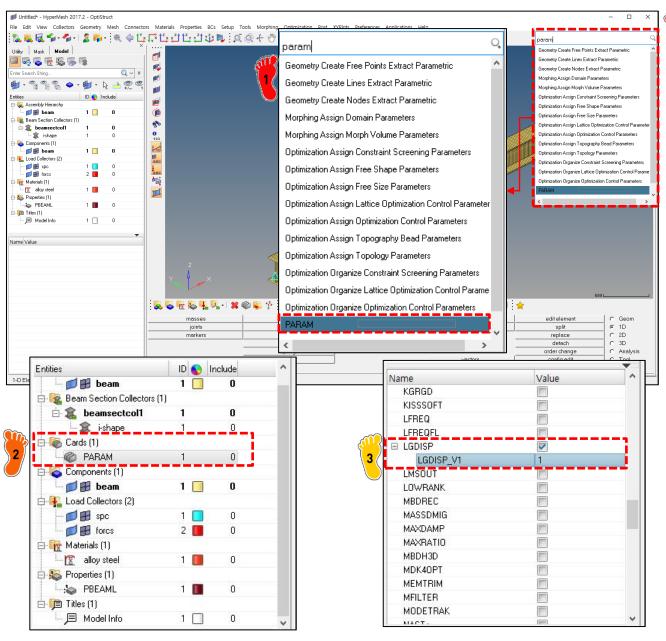


구속조건과 힘 생성



Model 창에서 load collector 두개 생성 후 각각 구속조건 과 힘 조건 부여. ($F_z=-3e6$)

비선형 해석 케이스 설정 (1)



Ctrl + F 를 누르고 param 을 입력 후 PARAM 카드 생성

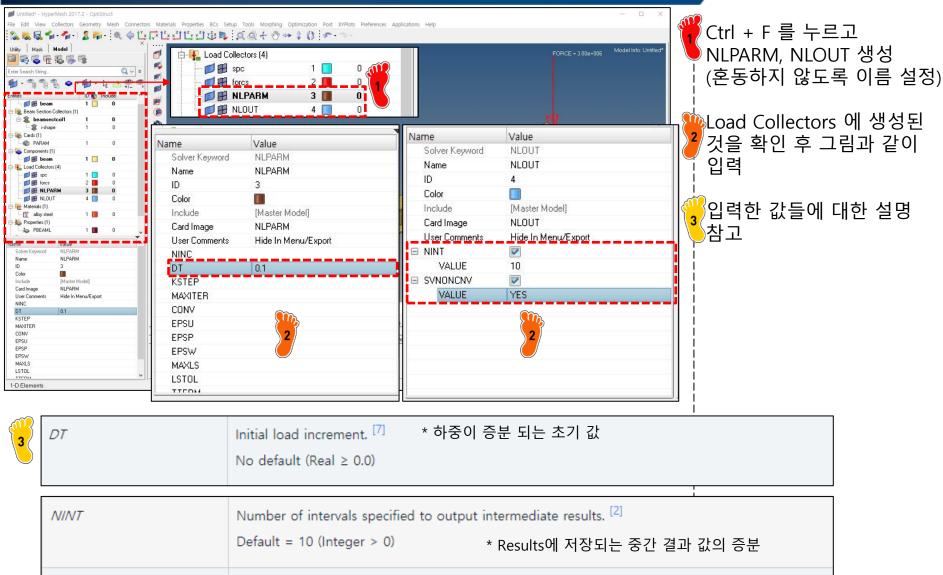
Card 에서 PARAM이 생성 된 것을 확인

LGDISP를 찾아 체크 후 LGDISP_V1을 1로 설정 (LGDISP is activated)

LGDISP는 Large displacement 를 의미

비선형 해석 케이스 설정 (2)

SVNONCNV

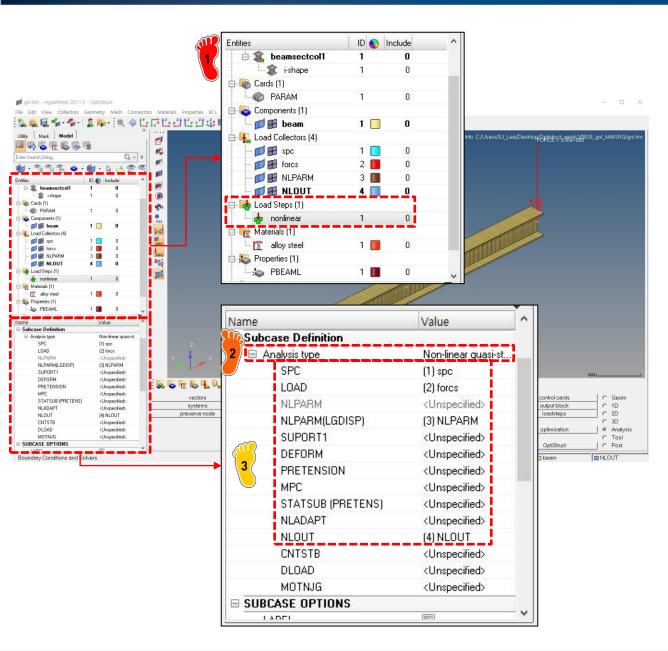


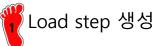
Default = YES (YES, NO, or blank)

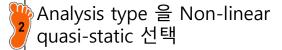
Output the non-convergent solution flag, if nonlinear iterations does not converge.

* 수렴되지 않았을 때 마지막 중간 결과 표시

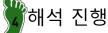
비선형 해석 케이스 설정 (3)



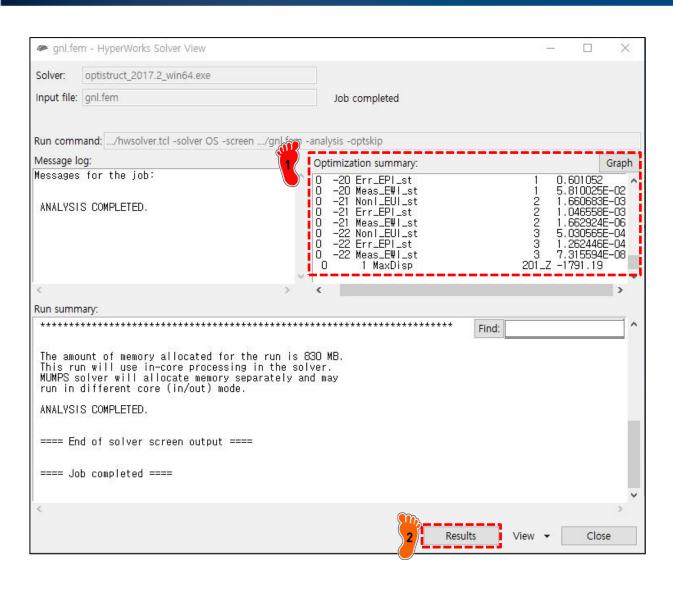


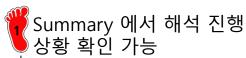


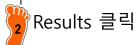
생성했던 모든 load collector 를 그림과 같이 부여 (NLPARM이 아닌 NLPARM(LGDISP) 에 입력)



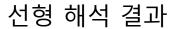
비선형 해석 결과

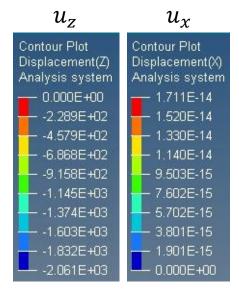


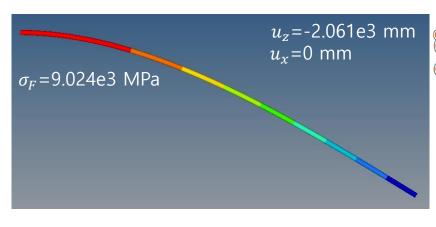




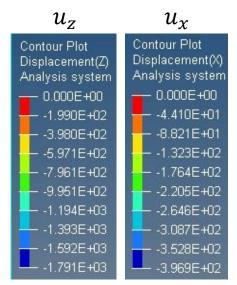
선형/비선형 해석 비교

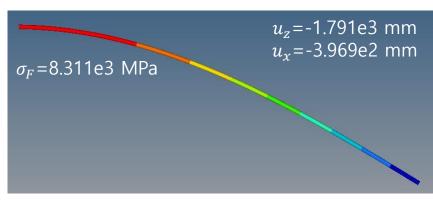






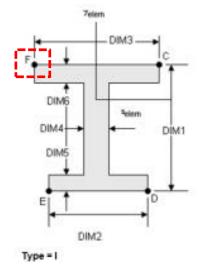
기하 비선형 해석 결과





비선형 해석의 경우 하중이 가해지지 않은 x방향에도 변 형이 나타난 것을 확인

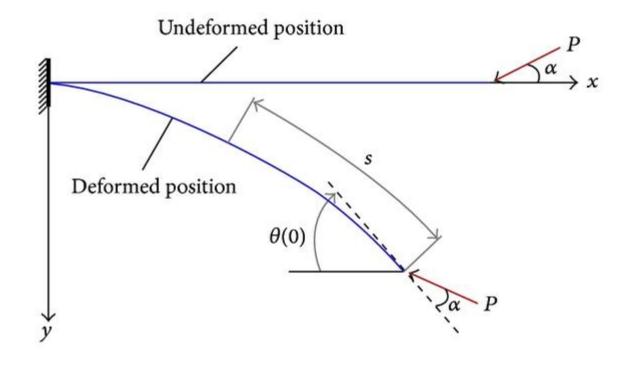
비선형 해석의 경우 선형 해 석 대비 y방향의 변위, 고정 점의 응력이 낮게 나타남



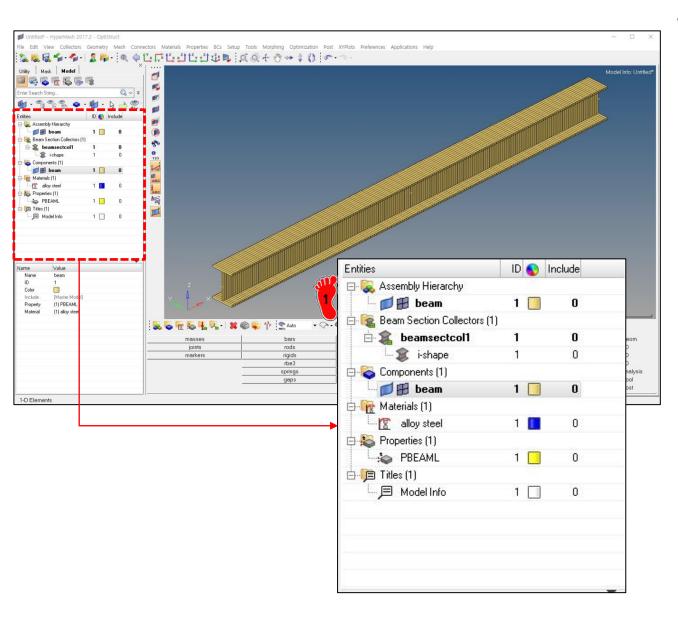
 $% \sigma_F \leftarrow I$ -beam 의 F점에서 응력을 나타냄

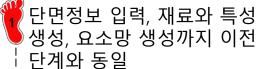
FOLLOWER LOAD (종동력)

변형이 큰 경우, 하중의 방향이 변화하는 것도 고려가 필요함 → 종동력

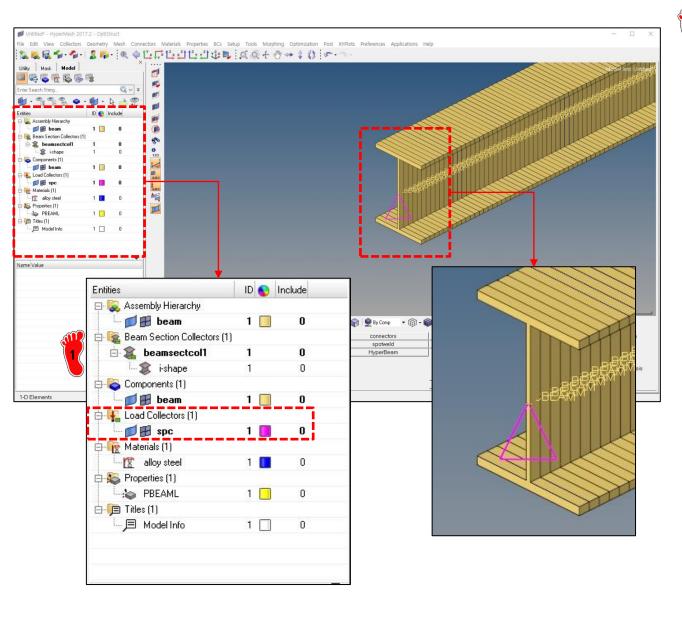


1D 모델 생성



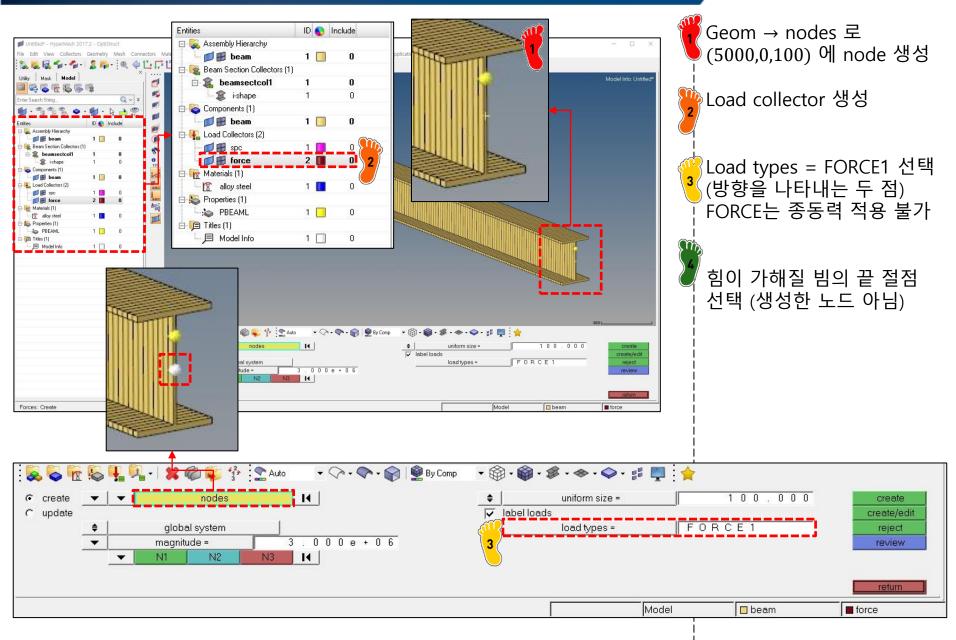


구속조건 적용

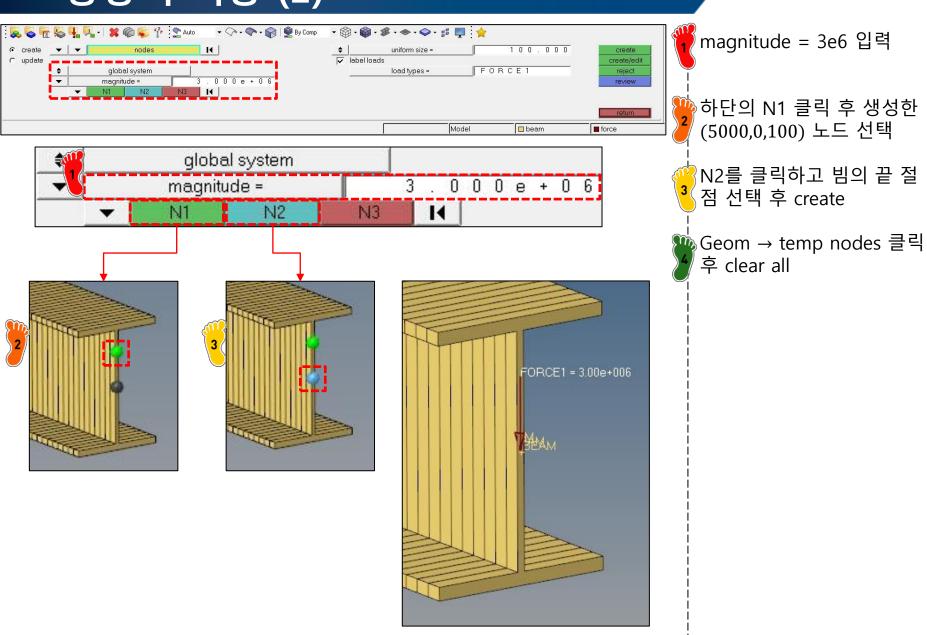


Load collector 생성 후 구 속조건 부여

종동력 적용 (1)



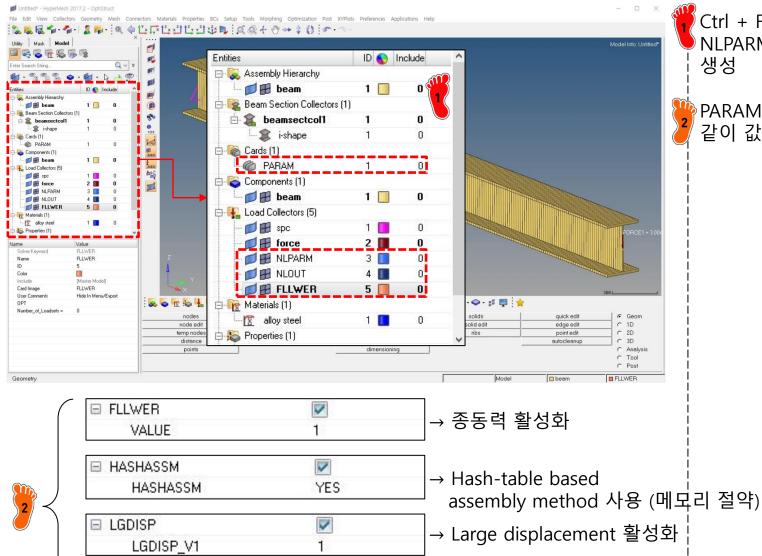
종동력 적용 (2)



비선형 해석 케이스 설정 (1)

UNSYMSLV

VALUE



YES

Ctrl + F 클릭 후 PARAM, NLPARM, NLOUT, FLLWER 생성

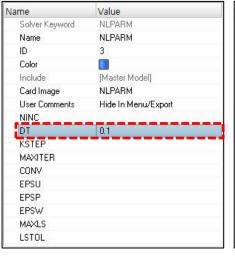
PARAM card 에서 그림과 같이 값들 설정

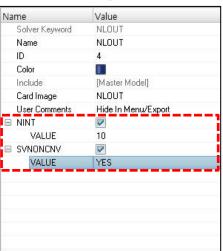
→ tagent stiffness matrix에서

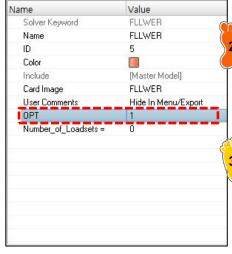
non-symmetry term 계산

비선형 해석 케이스 설정 (2)





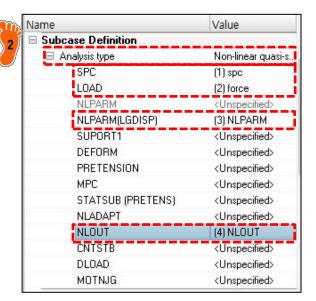


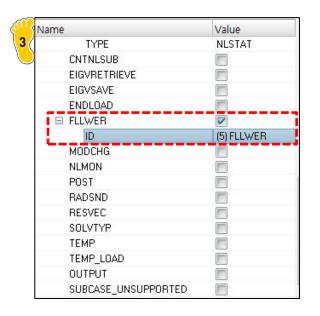




Load step 생성 후 analysis type과 생성했던 구속조건, 하중조건, NLPARM, NLOUT 입력

Load step 의 subcase option 에서 FLLWER 체크 후 생성했던 FLLWER load collector 입력 후 해석





선형/비선형 해석 비교

선형 해석 결과

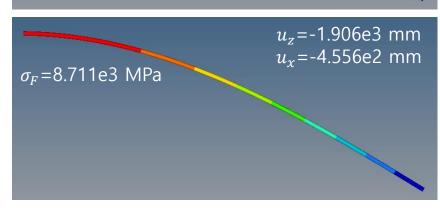
 u_z =-2.061e3 mm u_x =0 mm σ_F =9.024e3 MPa

기하 비선형 해석 결과

 u_x =-3.969e2 mm σ_F =8.311e3 MPa

 u_z =-1.791e3 mm

종동력 해석 결과



종동력 해석의 경우 하중의 방향이 변화한 것을 확인. 기존 비선형 해석 대비 X,Z의 변위, 응력도 모두 증가함.

해석 결과

변형 정도에 따라 기하비선형/종동력을 적절히 적용하는 것이 필요함

		선형	기하비선형	기하비선형 (종동력)
수직 응력 (MPa)		9.024e3	8.311e3	8.711e3
변위 (mm)	X방향	0	-3.969e2	-4.556e2
	Z방향	-2.061e3	-1.791e3	-1.906e3