

Solutions

1. 아래 Jones function에 대하여 최적화를 수행하시오.

$$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 - 4x_1^3 - 3x_2^3 + 2x_1^2 + 2x_1x_2$$
$$x_0^{(1)} = (1, 0) \quad \text{and} \quad x_0^{(2)} = (1.5, 1.5)$$

(1) 위 function을 최소화하는 문제의 설계 정식화를 쓰시오. (5 pts)

find x_1, x_2

Minimize $x_1^4 + x_2^4 - 4x_1^3 - 3x_2^3 + 2x_1^2 + 2x_1x_2$

(2) EXCEL solver로 최적해를 구하시오. (10 pts)

The image shows two screenshots of the Excel Solver 'Unconstrained Optimization' dialog box. The first screenshot shows the initial setup with variables x and y, and the objective function value of -13.53203478. The second screenshot shows the final solution with variables x and y, and the objective function value of -9.031204451. Both screenshots show the 'Solver Results' dialog box with the message '해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.' (Solution found. All constraints and optimization conditions are satisfied).

Variable	Value
x	2.673208551
y	-0.675884984

Objective function: -13.53203478

해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

GRG 엔진을 사용하는 경우 최소한 모델에 최적화된 해를 발견했습니다. 단순 LP를 사용하는 경우에는 전역에 최적화된 해를 발견했음을 의미합니다.

Variable	Value
x	2.423878631
y	1.921885006

Objective function: -9.031204451

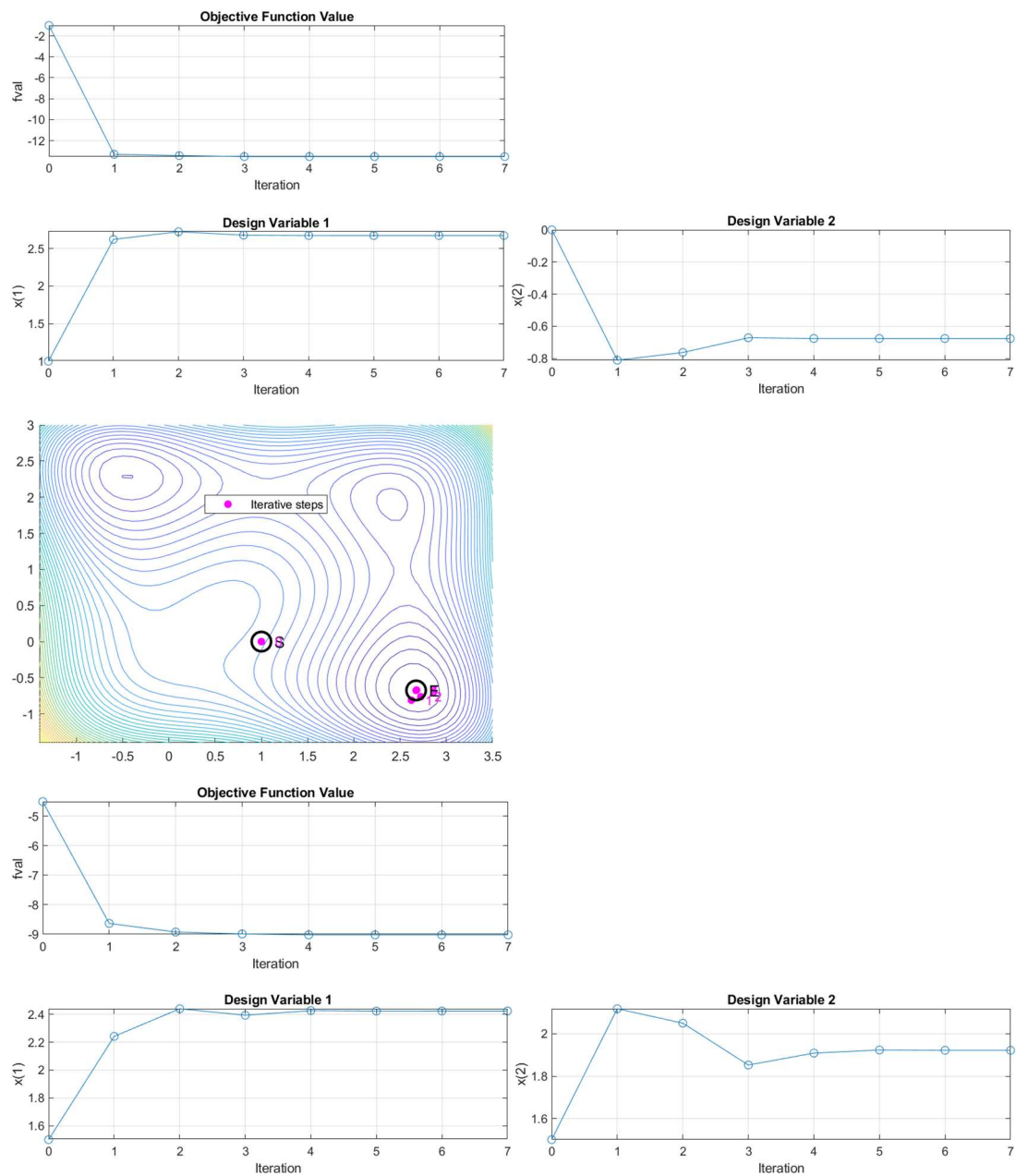
해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

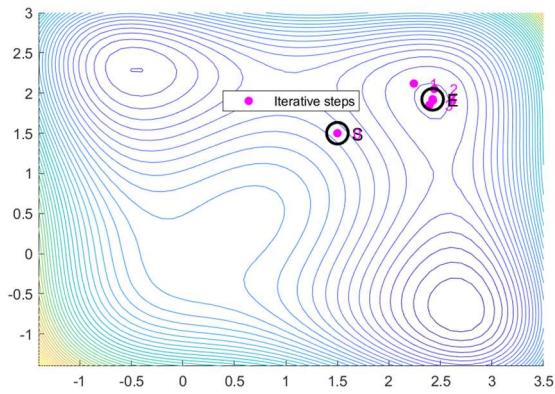
GRG 엔진을 사용하는 경우 최소한 모델에 최적화된 해를 발견했습니다. 단순 LP를 사용하는 경우에는 전역에 최적화된 해를 발견했음을 의미합니다.

(3) MTATLAB optimization toolbox를 이용하여 최적해를 구하시오. 위 두 Initial point에 따른 local optimum과 global optimum을 비교하시오. (10 pts)

x =	x =
2.6732 -0.6759	2.4239 1.9219
fval =	fval =
-13.5320	-9.0312
ExitFlag =	ExitFlag =
1	1

(4) 목적함수와 설계변수 수렴과정 plot, function contour에서 설계변수 수렴과정 plot. (6 pts)





2. 아래 function에 대하여 최적화를 수행하시오.

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2 - 18x_1 + 9x_2$$

Constraints:

(constraints 1)

$$g_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$g_2(x_1, x_2) = 4x_1 - 3x_2 \leq 20$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

(constraints 2)

$$h_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1 + 2x_2 = 10$$

$$g_2(x_1, x_2) = 4x_1 - 3x_2 \leq 20$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Initial point:

$$x_0 = (1, 3)$$

(1) 위 function을 최소화하는 문제의 설계 정식화를 쓰시오. (5 pts)

find x_1, x_2

Minimize $2x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2 - 18x_1 + 9x_2$

Subject to $\frac{1}{2}x_1 + 2x_2 - 10 \leq 0$

$$4x_1 - 3x_2 - 20 \leq 0$$

$$-x_1 \leq 0$$

$$-x_2 \leq 0$$

find x_1, x_2

Minimize $2x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2 - 18x_1 + 9x_2$

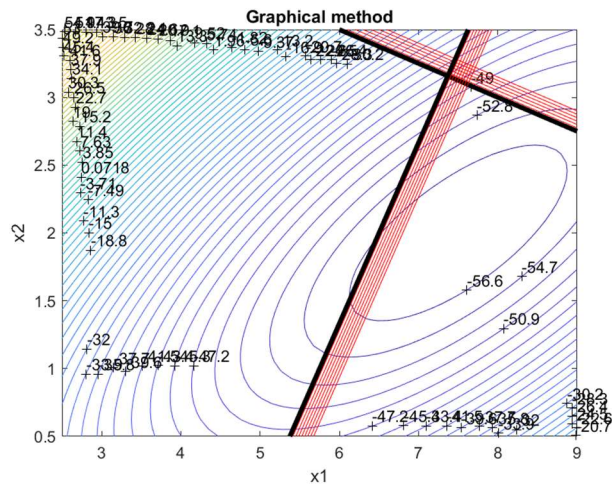
Subject to $\frac{1}{2}x_1 + 2x_2 - 10 = 0$

$$4x_1 - 3x_2 - 20 \leq 0$$

$$-x_1 \leq 0$$

$$-x_2 \leq 0$$

(2) Graphical method로 최적해를 표시하시오 (제약조건: g_1, g_2). (5 pts)



(3) EXCEL solver로 최적해를 구하시오. Constraints 1과 2일 때 최적해의 차이를 비교하시오. (10 pts)

Nonlinear programming		
Variables:	x	6.3
	y	1.7333333
Objective function:	f	-56.9
Constraints:	g1	-3.383333 <= 0
	g2	0 <= 0
	h1	-3.383333 = 0

해 찾기 결과

해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

☒ 해 찾기 해 보존 ☐ 원래 값 복원

☐ 해 찾기 매개 변수 대화 상자로 돌아가기 ☐ 개요 보고서

확인 취소 시나리오 저장...

해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

GRG 엔진을 사용하는 경우 최소한 로컬에 최적화된 해를 발견했습니다. 단순 LP를 사용하는 경우에는 전역에 최적화된 해를 발견했음을 의미합니다.

Nonlinear programming		
Variables:	x	7.3684214
	y	3.1578952
Objective function:	f	-45.48476
Constraints:	g1	1E-06 <= 0
	g2	0 <= 0
	h1	1E-06 = 0

해 찾기 결과

해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

☒ 해 찾기 해 보존 ☐ 원래 값 복원

☐ 해 찾기 매개 변수 대화 상자로 돌아가기 ☐ 개요 보고서

확인 취소 시나리오 저장...

해를 찾았습니다. 모든 제한 조건 및 최적화 조건이 만족되었습니다.

GRG 엔진을 사용하는 경우 최소한 로컬에 최적화된 해를 발견했습니다. 단순 LP를 사용하는 경우에는 전역에 최적화된 해를 발견했음을 의미합니다.

(4) MATLAB optimization toolbox를 이용하여 최적해를 구하시오. Constraints 1과 2일 때 최적해의 차이를 비교하시오. (10 pts)

```

x =
    6.3000    1.7333    7.3684    3.1579

fval =
   -56.9000

ExitFlag =
     1

```

```

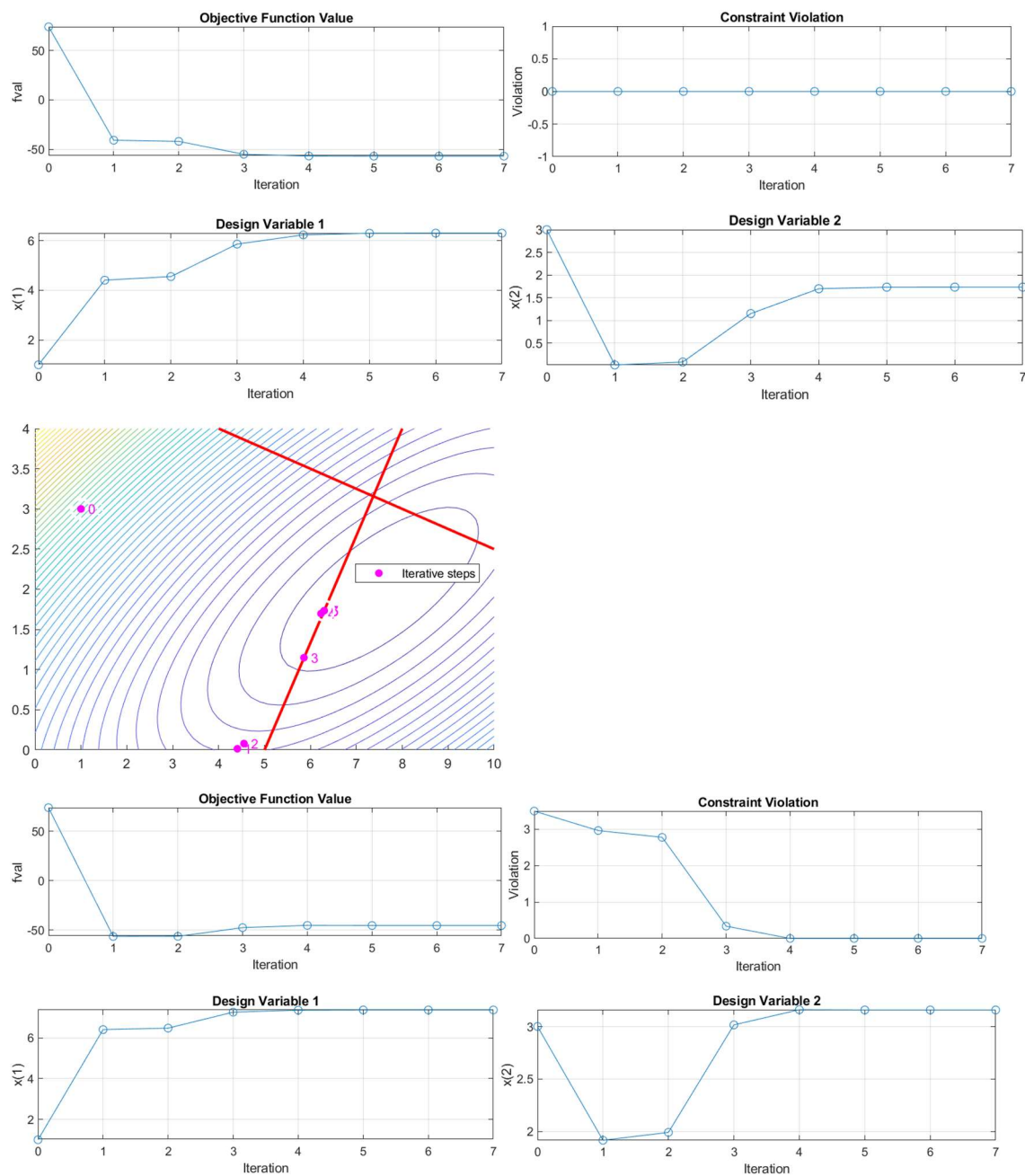
x =
    6.3000    1.7333    7.3684    3.1579

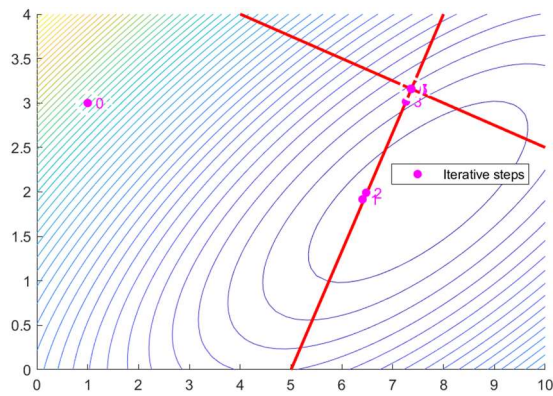
fval =
   -45.4848

ExitFlag =
     1

```

(5) 목적함수와 제약조건 위반율, 설계변수 수렴과정 plot, function contour에서 설계변수 수렴과정 plot. (8 pts)





3. 아래 practical problem에 대해 최적설계를 진행하시오.

(1) 위 최적화 문제의 설계 정식화를 쓰시오. (5 pts)

$$\begin{aligned}
 &\text{find} && x_1, x_2 \\
 &\text{Minimize} && 2\pi(5)(7850)x_1x_2 \\
 &\text{Subject to} && g_1(\mathbf{x}) = \frac{P}{2\pi x_1 x_2 \sigma_a} \left[1 + \frac{2 \times 0.02 (x_1 + 0.5x_2)}{x_1} \sec \left(\frac{\sqrt{2}L}{x_1} \sqrt{\frac{P}{E(2\pi x_1 x_2)}} \right) \right] - 1 \leq 0 \\
 &&& g_2(\mathbf{x}) = 1 - \frac{\pi^2 E (\pi x_1^3 x_2)}{4L^2 P} \leq 0 \\
 &&& g_3(\mathbf{x}) = \frac{0.02x_1}{\Delta} \left[\sec \left(\sqrt{\frac{P}{E(\pi x_1^3 x_2)}} \right) - 1 \right] - 1 \leq 0 \\
 &&& g_4(\mathbf{x}) = x_1 - 50x_2 \leq 0 \\
 &&& 0.01 \leq x_1 \leq 1, \quad 0.005 \leq x_2 \leq 0.2
 \end{aligned}$$

(2) MATLAB optimization toolbox를 이용하여 최적해를 구하시오 (sqp algorithm 이용).

$x_0 = (1, 0.2)$ (10 pts)

```

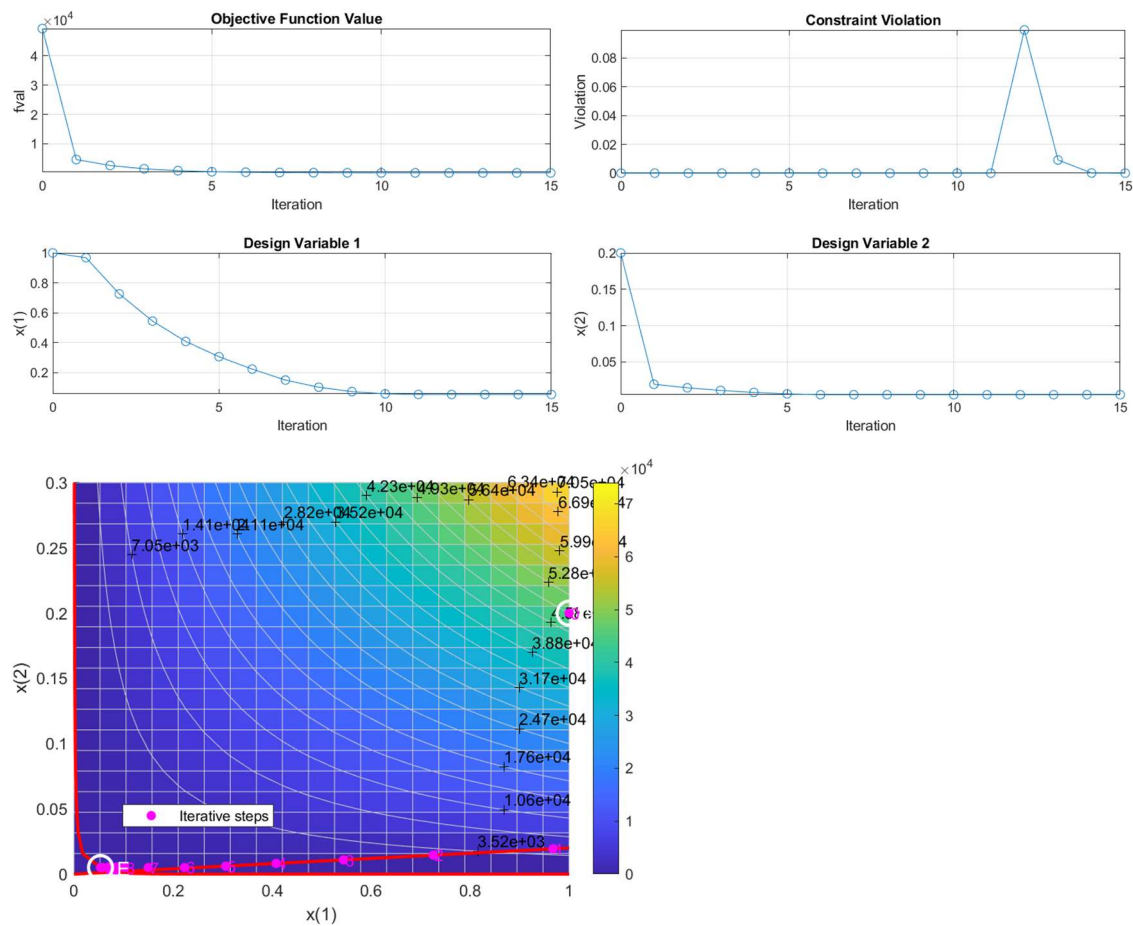
x =
    0.0537    0.0050

fval =
    66.1922

ExitFlag =
    1

```

(3) 목적함수와 제약조건 위반율, 설계변수 수렴과정 plot, function contour에서 설계변수 수렴과정 plot. (3 pts)



(4) MATLAB global optimization toolbox를 이용하여 최적해를 비교하시오. (10 pts)

```
x =
    0.0534    0.0050

fval =
    66.2490

Flag =
    1
```

(5) 목적함수와 설계변수 수렴과정 plot, function contour에서 설계변수 수렴과정 plot. (3 pts)

