

# Macpherson Strut Suspension의 Side Load 저감을 위한 Spring 최적설계

유 지원

## Spring optimization design for reducing side load in Macpherson strut suspension

Jiwon Yoo

Department of Automotive Engineering, Hanyang University, Seoul 04763 Korea

**Abstract** : Macpherson strut suspension is most widely used due to its simple structure and low cost. Due to the geometry of Macpherson Suspension, there is a problem called Side Load. The side rod puts a load on the strut, causing friction on the damper and reducing ride comfort and lifespan. In order to improve and compensate for the fatal shortcomings of these Macpherson suspensions, the shape of the spring must be optimally designed. First of all, a Full-car model was implemented to find out the force received by the spring in consideration of the various specifications and damping of the actual vehicle. Next, the shape of the spring was modeled through the Catia and the lateral force according to the load conditions was analyzed using the Comsol. In the case of springs with curvature, Matlab was used to model mathematically, constraints and objective functions were set, and optimal solutions were obtained.

**Key words** : Macpherson strut(맥퍼슨 스트럿), Side load(횡력), C-type spring(C타입 스프링), BMD analysis(다물체 동역학 해석), Graphical method(그래피컬 메소드), Comsol(컴솔), Optimization(최적화)

### 1. 서론

차량의 주요 성능들 중 R&H 성능은 운전자가 직접 체감할 수 있고 안전 문제와도 직결되기에 매우 민감하고 중요한 요소이다. R&H 성능에 직접적으로 영향을 주는 중요한 요인은 차량의 현가장치이며, 이는 승차감과 핸들링, 주행 안정성을 결정한다.

맥퍼슨 스트럿 서스펜션은 단순하고 컴팩트한 구조로 unsprung mass도 가볍다. 또한, 비용이 저렴하여 전세계 적으로 가장 많이 사용되고 있다. 하지만 맥퍼슨 스트럿 서스펜션의 3절 링크의 구조상 필연적으로 스트럿에 사이드 로드 가 작용하게 되는 문제점이 있다. 어퍼암이 존재하지 않아 힘을 스트럿 마찰이 발생하고 댐퍼의 수명저하, 승차감저하 등의 문제점이 발생하고 있다. 이 때문에 스프링의 설계에 있어 사이드 로드를 줄이기 위해 다양한 방법들이 사용된다. C-type, S-type, Tilt angle 등이 있다.

본 논문에서는 11 자유도의 실제 차량을 다물체 동역학으로 모델링하여 현대자동차의 아반떼 차량의 상세 제원을 바탕으로 범프 테스트를 진행한다. 이로부터 실제 스프링이 받는 힘을 도출하여 Comsol을 통해 모델링한 스프링에 주어진 지오메트리에 맞게 하중을 가할 것이다. 스프링 모델은 Catia를 통해 모델링하며, 일반적인 컨벤셔널 스프링으로 스트럿과 각도를 가지는 Tilted 스프링의 횡방향 힘을 해석할 것이다.

중심축이 곡률을 가지는 C-type 스프링, 일명 Side Load 스프링은 속업소버를 고려한 다물체 동역학 해석에 있어 시간과 난이도를 고려해 Matlab을 통해 수학적으로 모델링하고 여러 제약 조건에 따라 최적해를 찾아 나간다.

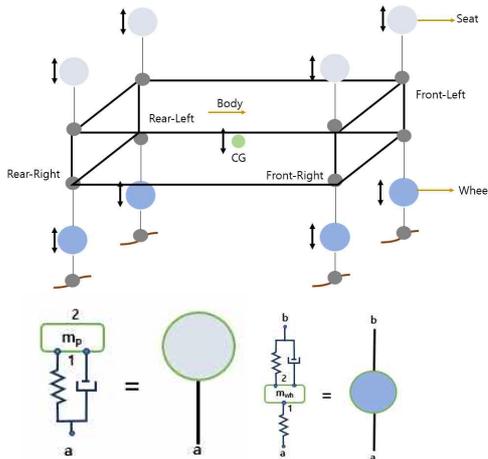
### 2. Comsol - MBD Lumped Model of Vehicle

Full-car 차량의 Bump Test를 진행하기 위해 11 DOF의 현가장치 차량을 모델링 하였다.

Comsol의 Lumped Mechanical System 인터페이스를 통해 질량과 댐퍼, 스프링을 모델링하고 차체는 MBD 인터페이스에서 강체로 모델링한다. 휠과 차체, 그리고 시트로 3가지 주요 구성요소를 모델링한다.

## 2.1 Vehicle Mechanical System Modeling

### 2.1.1 11 DOF Full-Car Modeling



- Wheels (4 DOF)
- Seats (4 DOF)
- Body (3 DOF)

모델에서 휠과 시트의 lumped model은 수직 변위로 각각 하나의 자유도를 가지며, 질량과 강성, 그리고 댐핑 특성을 포함한다. Body는 롤과 피치, 피치의 3개의 자유도를 갖는다. 차량의 상세 제원은 현대자동차의 Avante 차량으로 구현하였다.

### 2.1.2 11 DOF Full-Car Modeling 차량제원

Name	Expression	Value	Description
m_body	1200[kg]	1200 kg	Mass of vehicle body
I_roll	1423[kg*m^2]	1423 kg-m <sup>2</sup>	Inertia around roll
I_pitch	910[kg*m^2]	910 kg-m <sup>2</sup>	Inertia around pitch
m_wh	30[kg]	30 kg	Mass of wheels
m_p	124[kg]	124 kg	Mass of passengers
k_wh	175000[N/m]	1.75E5 N/m	Stiffness of wheels
k_sus	32078[N/m]	32078 N/m	Stiffness of suspension s...
k_seat	1750[N/m]	1750 N/m	Stiffness of seat springs
c_sus	1200[N*s/m]	1200 N*s/m	Viscosity of suspension...
c_seat	700[N*s/m]	700 N*s/m	Viscosity of seat dampers
r_wb	1.36[m]	1.36 m	Wheel base
r_tw	0.8[m]	0.8 m	Track width
hb	4[cm]	0.04 m	Bump height
wb	7.5[cm]	0.075 m	Bump width
speed	50[km/h]	13.889 m/s	Vehicle speed
tb	4*wb/speed	0.0216 s	Bump time period
td	r_wb/speed	0.09792 s	Time delay between fro...

Fig.2 Vehicle parameters

## 2.2 Bump Test

차량의 좌측 휠에만 가진을 하여 Bump Test 를 진행한다. 범프의 제원은 아래와 같으며, 4개의 범프를 일정 간격을 두고 통과한다. 차량이 주행하는 속도는 50km/h로 세팅하였다.



Fig.1 Bump test

### 2.2.1 Bump 제원

#### 1) Bump size

NAME	EXPRESSION
bump height	4cm
bump width	7.5cm
범프 간격	16cm
bump width의 4배	
진후론 [time delay]	r_wb/speed

Table 1 Bump size

#### 2) Road Excitation for left wheel of vehicle

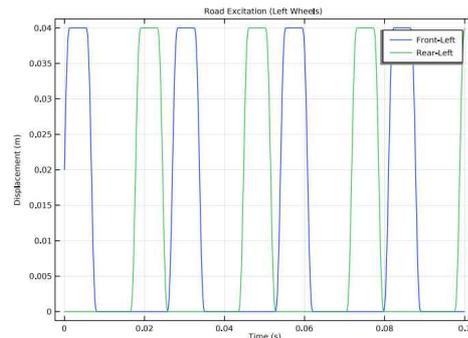


Fig.3 Road excitaion [ Front, Left ]

## 2.3 Comsol - Analysis 결과

### 2.3.1 Displacement magnitude (m)

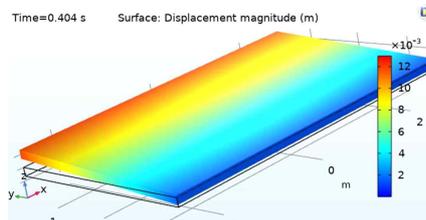


Fig.4 Body displacement of bump test

### 2.3.2 Maximum Spring force

아래 그래프를 통해 스프링이 받는 힘과 휠/타이어가 받는 힘, 그리고 댐퍼가 받게되는 힘을 도식하였다. 과도응답 영역을 해석하여 전륜 좌측 서스펜션의 스프링이 최대로 받는 힘을 확인한다. Bump Test 결과 스프링이 411N의 max 힘을 받는것으로확인하였다.

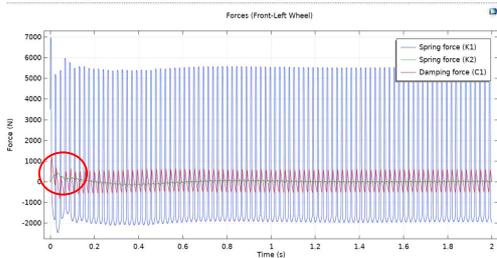


Fig.5 Spring force(K1)에 작용하는 max force

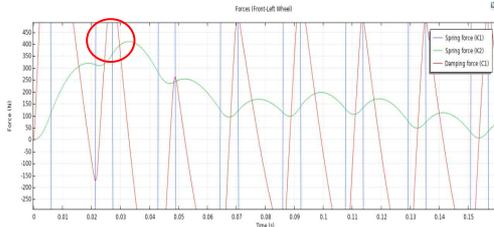


Fig.6 Spring/Damper force of front-left

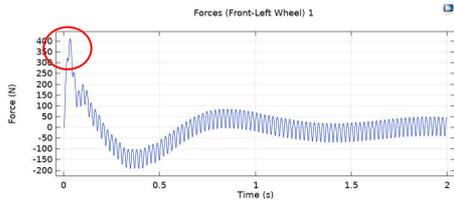


Fig.7 Spring force of front-left

## 3. Comsol - Spring Modeling & Analysis

Tilted 스프링이 댐퍼와 간섭이 발생하지 않는 한계 각도 내에서 모델링하였다.

### 3.1 Catia Modeling

Catia 툴을 활용하여 맥퍼슨 스트럿 서스펜션의 일반적인 스프링을 모델링하여 스트럿과 이루는 Tilt각을 주어 모델링하였다. Coaxial한 스프링과 스트럿, 그리고 Tilt각이 있는 스프링의 모습 및 제원은 아래와 같다. 스프링의 하부 장착각도 즉, 킹핀각은 실제 차량의 제원에 맞추어 14° 로 설정하였다.

### 3.1.1 Spring 제원

Assumption & Spring Specification	
Wire Diameter	12.3 mm
Coil outside Diameter	140.3 mm
Free Length	380 mm
Spring Constant	32.078 N/mm
Number of Active Coils	6
Number of Total Coils	7
공차중량	1200Kg
최대 중량 (2인)	1324Kg
하부 장착 각도 [kingpinAngle]	14°
Tilt Angle	4~6~8°
스프링의 소재	SAE 9254

Table.2 Spring specification

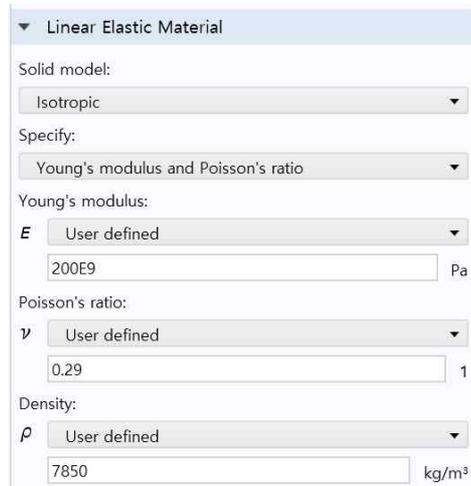


Fig.8 Spring - material

### 3.1.2 Catia - spring modeling

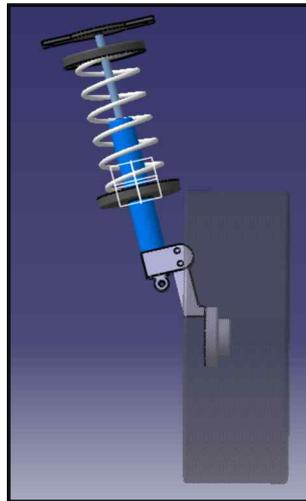


Fig.9 Tilt angle 0° - Coaxial model

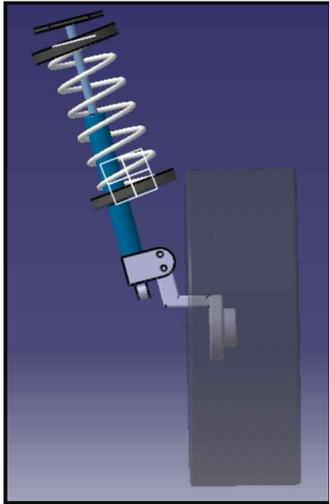


Fig.10 Tilt angle 6.5° model

### 3.2 Consol - Spring Analysis

모델링한 스프링 형상과 장착각도, 그리고 스트럿과의 Tilt각을 고려하여 구조해석한다. 앞서 확인했던 411N을 적용하여 관계식을 적용하여 각도 별 하중 값을 입력한다. 이후, 스프링이 받게 되는 횡방향 응력을 확인한다.

#### 3.2.1 Consol - plane force setting

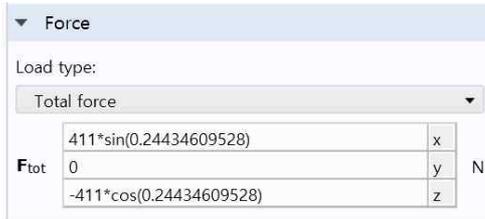


Fig.11 Tilt angle 0° - total force

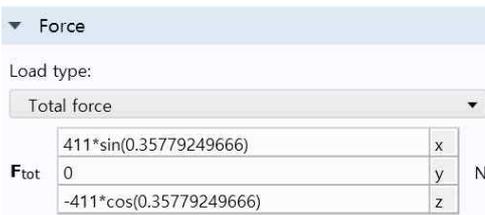


Fig.12 Tilt angle 6.5° - total force

#### 3.2.2 analysis 결과

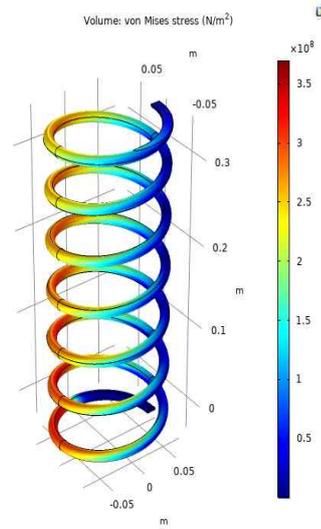


Fig.13 Tilted angle : 0° - Coaxial

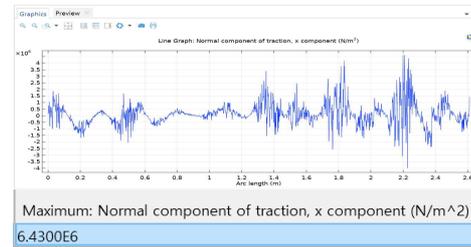


Fig.14 Tilted angle : 0° - Coaxial : von mises line graph

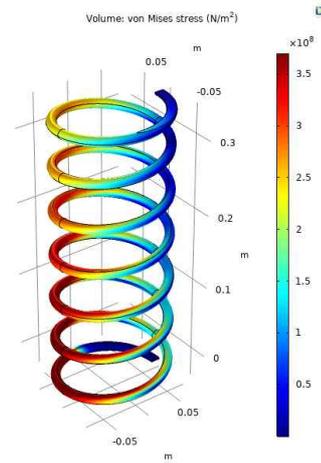


Fig.15 Tilted Angle : 6.5°

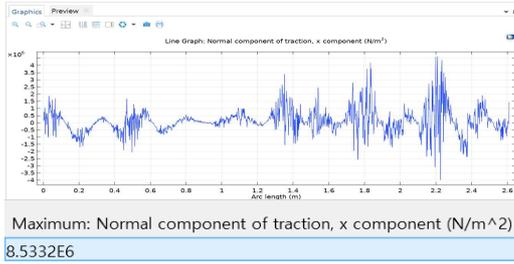


Fig.16 Tilted Angle : 6.5° : von mises line graph

-Strut과 Spring에 걸리는 하중이 Tilted 각도가 증가함에 따라 Spring에 작용하는 횡 방향 응력이 늘어남을 확인

-Strut축과 Spring축의 tilted 각도가 0° 에서 6.5° 로 증가함에 따라 Spring이 받는 하중이 6.43Mpa에서 8.53Mpa까지 증가함을 확인할 수 있고 이에 따라 Strut이 받는 Side Load는 24.8% 저감을 확인

#### 4. C-type Spring Design

Matlab을 통해 Graphical method 및 fmincon 함수를 활용하여 제약조건 내에서 Side Load spring의 곡률과 각도, 중심축의 이동에 따라 Side Load의 저감을 최대화하기 위해 최적설계 한다.

##### 4.1 Constant Curvature Spring Formulation

###### 4.1.1 C-type Spring Description

스프링의 중심축이 일정한 곡률을 갖는 스프링을 설계함으로써 Side Load를 최대로 저감할 수 있도록 한다. 스프링의 기본 제원은 위에서 제시한 차량의 제원에 따르며, 스프링의 곡률과 End Point와 곡률 중심이 수평선과 이루는 각도를 설계변수로 두어 설계한다. 서스펜션의 기하메트리를 고려하여 댐퍼와의 물리적인 간섭이 발생하지 않도록 스프링의 Free Length와 Working Length의 길이에 제한을 두며, 중심축의 곡률로 인한 하중중심의 이동거리 또한 스프링 반경 이내로 제한을 둔다.

##### 4.1.2 Data & Information collection

$$F_v = \frac{1}{2} * k * (\Delta h_i + \Delta h_o) = k * (L_f - L_w)$$

$$\sin \beta \cong \tan \beta = \frac{(L_f/2)}{(1/\rho)} = \frac{L_f * \rho}{2}$$

$$Deflection: \delta = \frac{8W * C^3 * n}{G * d} = \frac{(8 * 1640 * 5.75^3 * 10)}{(80 * 10^9 * 8 * 10^{-3})} * 10^3$$

$$stiffness \text{ of the spring: } k = \frac{G * d}{8C^3 * n}$$

$$Spring \text{ index: } C = \frac{D}{d}$$

$$Total \text{ force on the suspension is: } F = (F_{LD}^2 + F_v^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$c = \frac{\rho * D_m^2 * L_f}{4 * (L_f - L_w)} \rightarrow \rho = 4 * c * \frac{(L_f - L_w)}{D_m^2 * L_f}$$

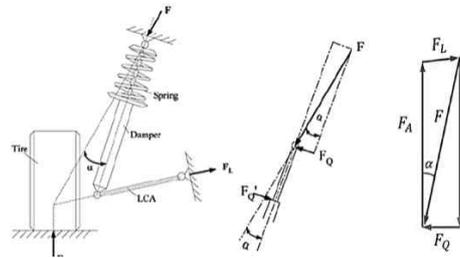


Fig.17 Vector of forces acting on the Macpherson strut suspension

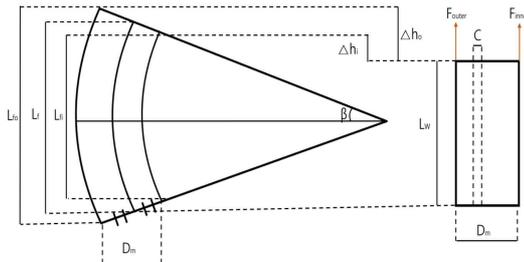


Fig.18 Side Load Spring Geometry

##### 4.1.3 Design Variable

R : 스프링 중심축의 곡률반경 [mm]

$\beta$  : End Point와 곡률반경의 중심점이 수평선과 이루는 각 [rad]

##### 4.1.4 Optimization Criterion

$$F_{LD} = (F^2 - (F_v + 411N)^2)^{\frac{1}{2}}$$

횡방향으로 작용하는 힘인  $F_{LD}$ 를 maximize 한

다. 이 때, 스프링의 Free Length가 minimum이 되어야 하기에, Matlab의 최적화 목적함수는 Lf를 minimize한다.

$$L_f \text{ minimize} = 2 \times \sin(\beta) \times R$$

#### 4.1.5 Formulation of Constraints

– subject to –

1) 곡률반경 R의 길이는 양수이며, 최대 길이는 1000mm로 제한한다.

$$0 < R < 1000 \text{ [mm]}$$

2) 각도  $\beta$ 에 대한  $\sin(\beta)$ 는 최대 0.4로 제한한다.

$$0 < b < 0.4$$

3) Free Length는 댐퍼와 간섭이 나지 않는 조건과 기본 제원에 의해 길이가 제한된다.

$$LW < 2 * R * \sin(\beta) < 600$$

% Free length of Side Load spring [mm] ,  
%  $L_f = 2 * R * \sin(b)$   
%  $L_f \geq 380$  [mm] ; working length

3) 스프링의 하중 중심의 이동거리는 스프링의 반경 보다 작아야 한다.

$$b * D - 2 * R * \sin(\beta) + LW$$

%  $c < D / 2$  : Displacement of spring force action line, c [mm]

#### 4.2 Matlab - Graphical Method

위에서 설정한 제약조건과 목적함수에 따라 총 7개의 제약조건과 스프링의 Free Length에 대한 목적함수를 두어 Matlab 코딩을 통해 구현하였다. 우선, 목적함수와 제약조건들의 관계를 Grapical Method를 활용하여 시각적으로 최적점을 확인한다.

#### 4.2.1 Matlab Code

```

1 % side load spring Design [c-type]
2 clear, close all;
3 C = 11.4 ; % Spring index : C=D/d
4 Lw = 380 ; % working spring length [mm]
5 W = 411 ; % Force on spring [N]
6 n=6 ; % number of active coils
7 G = 80*10^3 ; %Shear Modulus [Pa ; mm^2]
8 d = 12.3 ; % Wire Diameter [mm]
9 k = G^4/(8*C^3*n); % Stiffness of suspension springs [N/mm]
10 F1 = 4000; % assumption [N]
11 D = 140.3; % Coil outside Diameter [mm]
12
13
14 R_min =700; % Minimum
15 b_min = 0.17; % Minimum
16 [R, b] = meshgrid(R_min:1:1150, b_min:0.01:0.35); % Design variables
17 % b = sin (beta) [rad]
18 % R = Radius of curvature [mm]
19
20 %Fz=k*(2*R*sin(beta)-Lw) & %Lf=2*R*sin(beta)
21
22 %f = -(F1^2-(k*(2.*R.*b-Lw)+411).^2).^(1/2) % Objective function [Fd]
23 f = (k*(2.*R.*b-Lw));
24 axis auto
25 box on
26
27 g1 = -R; % Radius of Curvature >= 0 [mm]
28 g2 = b-0.4; % sin(beta)<= 0.4
29 g3 = R-1000; % Radius of Curvature <= 1000 [mm]
30 g4 = 2.*R.*b-600; % free length of Side Load spring [mm] Lf=2*R*sin(b)
31 g5 = -b ; % sin(beta)>= 0
32 g6 = -2.*R.*b + 380; % Lf >= 380 [mm]
33 g7 = b.*D-2.*R.*b+380; % Displacement of spring force action line, c [mm]
34
35 cla reset
36 axis auto, box on
37 xlabel('R [mm]'), ylabel('b [sin(beta)]')
38 title('side Load Spring design')
39 hold on
40
41
42 % Constraint g1
43 cv1 = [0 0];
44 const1 = contour(R,b, g1, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
45 text(50, 0.1, 'R>100',Color='r')
46 text(750, 0.33, 'feasible region',Color='r',Rotation=-40,FontWeight='bold')
47 cv11 = 1:0.1:50;
48 const1 = contour(R,b, g1, cv11, 'r');
49
50 % Constraint g2
51 const2 = contour(R,b, g2, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
52 text(200, 0.37, 'b<0.4',Color='g')
53 cv21 = 0.001:0.0001:0.02;
54 const2 = contour(R,b, g2, cv21, 'g');
55
56 % Constraint g3
57 const2 = contour(R,b, g3, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
58 text(1070, 0.24, 'R<1000',Color='r')
59 cv21 = 1:0.1:20;
60 const2 = contour(R,b, g3, cv21, 'r');
61
62 % Constraint g4
63 const2 = contour(R,b, g4, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
64 text(850, 0.34, 'free length <= 600',Rotation=-37,Color='b')
65 cv21 = 0.1:0.1:20;
66 const2 = contour(R,b, g4, cv21, 'b');
67
68 % Constraint g5
69 const2 = contour(R,b, g5, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
70 text(400, 0.025, 'b>0',Color='g')
71 cv21 = 0.001:0.0001:0.02;
72 const2 = contour(R,b, g5, cv21, 'g');
73
74 % Constraint g6
75 const2 = contour(R,b, g6, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
76 text(800, 0.21, 'free length >= 380',Rotation=-32,Color='b')
77 cv21 = 0.1:0.1:20;
78 const2 = contour(R,b, g6, cv21, 'b');
79
80 % Constraint g7
81 const2 = contour(R,b, g7, cv1, 'k', 'Linewidth', 7);
82 text(510, 0.47, 'c<D/2',Rotation=-65,Color='y')
83 cv21 = 0.01:0.1:15;
84 const2 = contour(R,b, g7, cv21, 'y');
85
86 Fv = [200,400,500,1000,2000,2500];
87 [fs, h] = contour(R, b, f, Fv, 'k-');
88 clabel(fs, h)
89 hold off % Indicates the end of this plotting sequence
90
91 x0 = [1500,0.17];
92 x = fsolve('c_type_spring', x0)
93 f = k.*(2*x(1).*x(2)-Lw) % Lf : free length of side load spring

```

Photo.1 Graphical contour plot code

```

1 function f = c_type_spring(x)
2 D = 140.3; % Coil outside Diameter [mm]
3
4 f = [ 2.*x(1).*x(2)-600;
5       x(1)-1000;
6       -2.*x(1).*x(2) + 380;
7       x(1).^D-2.*x(1).*x(2)+380;
8       -x(2)+0.4;
9       -x(1);];

```

Photo.2 Function code

### 4.2.2 Graphical Method Plot 결과 도식

Plot 결과를 확인하면서 여러 제약조건들과 목적함수의 값의 상관관계를 확인한다. 확대된 Figure를 통해 곡률반경이 최대 제한 조건인 1000mm와 하중 중심 축의 이동의 제한인 곡선이 만나는 지점이 목적함수를 가장 최소화 시킬 수 있는 지점임을 확인할 수 있다.

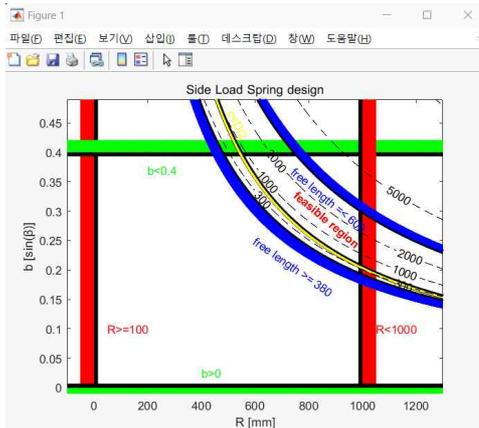


Photo.3 Constraint & Objective function plot

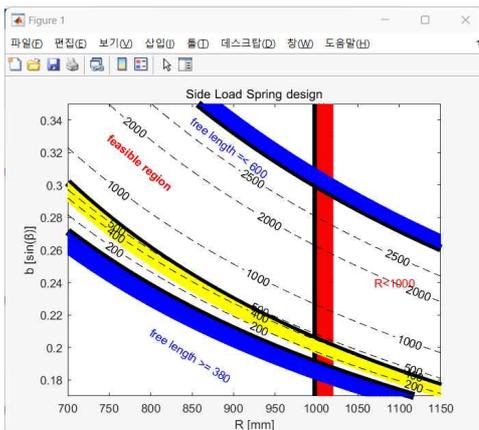


Photo.4 Plot - optimal point (zoom-in)

### 4.3 Matlab - Optimization

Matlab의 Optimization 툴 박스의 내장함수를 사용해 여러 제약조건들에 대한 목적함수를 최소화 하는 최적해에 대한 결과를 검증한다. 스프링의 상세 제원은 위와 동일하다.

```
Output =
다음 결과를 포함한 struct:
    iterations: 31
    funcCount: 500
    algorithm: 'sqp'
    message: '올바게 종료에 종료되었습니다. 종료 함수 실행 횟도 options.MaxFunctionEvaluations = 5,000
    constraint: 0
    stepsize: 4.57158200184374e-16
    laststepLength: 0.117649000000000
    fminorizeOpt: 0.194464360163759
    bestfeasible: [1x1 struct]

f1 =
    1.075540647454280e+02
```

4.3.

#### 1 Matlab Code - fmincon

```
1 % Side Load Spring Design [C-Type]
2 clc, clear
3 format long
4 C = 11.4 ; % Spring index : C=d/d
5 Lw = 380 ; % working spring length [mm]
6 W = 411 ; % Force on spring [N]
7 n=6 ; % number of active coils
8 G = 80*10^3 ; %Shear Modulus [Pa ; mm^2]
9 d = 12.3 ; % Wire Diameter [mm]
10 k = G*d/(8*C^3*n) ; % Stiffness of suspension springs [N/mm]
11
12 x0 = [945, 0.25];
13 lb = [100,0]; ub = [1000,0.4];
14 A = []; b = [];
15 Aeq = []; beq = [];
16 objFun = @Obj;
17 nonlin = @Const;
18 options = optimoptions(@fmincon, 'constraintTolerance',1e-8, 'StepTolerance',1e-8, ...
19 'MaxFunctionEvaluations', 500, ...
20 'Display','iter', 'PlotFcns',@optimplotfval, 'Algorithm','sqp');
21 [x, fval, ExitFlag, Output] = fmincon(objFun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlin,options)
22 f1=(W*(k*(2.*x(1)-x(2)-Lw))^2)/(1/2)
```

Photo.5 fmincon Code

```
1 function [c, ceq] = Const(x)
2 R = x(1); b = x(2);
3 D = 140.3 ; % Coil outside Diameter [mm]
4 Lw = 460 ; % working spring length [mm]
5
6 % constraint
7 c(1) = 2.*R.*b-600 ;
8 c(2) = (-2.*R.*b + Lw);
9 c(1) = b.*D-2.*R.*b+380; % c<D/2[Displacement of spring force action line]
10 c(4) = -b*0.4;
11 c(2) = R-2000;
12 ceq = [];
13 end
14
```

Photo.6 Const function Code

```
1 function [f] = Obj(x)
2
3 R = x(1); b = x(2);
4 C = 11.4 ; % Spring index : C=D/d
5 Lw = 380 ; % working spring length [mm]
6 W = 2900 ; % Force on spring [N;mm]
7 n=6 ; % number of active coils
8 G = 80*10^3 ; %Shear Modulus [Pa ; mm^2]
9 d = 12.3 ; % Wire Diameter [mm]
10 k = G*d/(8*C^3*n) ; % Stiffness of suspension springs [N/mm]
11 F1 = 300 ; % assumption [N]
12
13 f = ((k*(2.*R.*b-Lw)));
14 end
```

Photo.7 Obj function Code

### 4.3.2 Matlab - Optimal point 결과

Iteration	Func-count	Fval	Feasibility	Step Length	Norm of step	First-order optimality
0	3	1.279915e+03	0.000e+00	1.000e+00	0.000e+00	2.615e+04
1	6	4.208019e+02	3.659e-02	1.000e+00	5.557e-01	1.198e+00
2	9	4.17193e+02	2.315e-02	1.000e+00	6.076e+00	7.936e+00
3	12	3.962934e+02	5.506e-01	1.000e+00	3.306e+01	1.050e+01
4	15	3.955369e+02	7.665e-02	1.000e+00	1.371e+01	6.276e-01
5	18	3.966776e+02	0.000e+00	1.000e+00	4.122e-05	2.113e-01
6	37	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.106e-01
7	56	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.099e-01
8	75	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.092e-01
9	94	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.095e-01
10	113	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.079e-01
11	132	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.072e-01
12	151	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.065e-01
13	170	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.058e-01
14	189	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.051e-01
15	208	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.044e-01
16	227	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.037e-01
17	246	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.031e-01
18	265	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.024e-01
19	284	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.017e-01
20	303	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.010e-01
21	322	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	2.004e-01
22	341	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.997e-01
23	360	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.990e-01
24	379	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.984e-01
25	398	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.977e-01
26	417	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.971e-01
27	436	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.964e-01
28	455	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.958e-01
29	474	3.966776e+02	0.000e+00	3.323e-03	1.291e-17	1.951e-01

Photo.8 Optimization iteration

```

x =
    1.0e+03 *
    1.0000000000000000    0.000204334032371

fval =
    3.966776060691305e+02

ExitFlag =
    0

```

Photo.9 Result of optimization

- Graphical - Method를 활용해 하중 축의 이동과 최대 곡률의 제약 내에서 Matlab fmincon함수로 spring의 free length의 최소가 되는 지점을 확인 : LF = 396.7mm

- 이를 통해 C-type Spring 관련 수식을 활용하여 횡방향 힘을 최대로 흡수 할 수 있는 Spring의 곡률과 각도를 확인

- Spring의 곡률반경이 최대 R=1000mm으로 제한될 때 Optimal point인  $b = \sin(\beta)$  값은 0.2043으로, end point와 곡률의 중심점이 수평선과 이루는 각도는  $\beta = 11.79^\circ$  임을 확인

- 스프링에 411N의 힘이 가해질 때 107.55N의 Side Load 저감 효과를 확인

## 5. 결론

1) 스프링 축과 스트럿 축 사이에 각도가 증가함에 따라 SideLoad가 감소하다가 지오메트리의 제한 내에서 Tilted  $6.5^\circ$  일 때 스트럿에 가해지는 SideLoad가 최대로 감소함을 확인

2) C-type spring의 수학적 모델링을 통해 댐퍼와의 간섭이 발생하지 않는 제약조건들 내에서 Side Load를 최대로 저감할 수 있는 최적해 도출

3) 휠의 얼라인먼트 변화 및 부상, 압 등의 지오메트리를 고려하여 실제 차량에 적합하도록 추가적인 연구가 필요

## References

- Wittek M A, Gaska D, Łazarz B, Matyja T “Coil springs in passenger cars - General Theoretical Principles and Structural Requirements”, The Archives of Automotive Engineering - Archiwum Motoryzacji Vol. 72, No. 2, 2016
- Kobylev V, Neubrand J. “Simulation und FE - Analyse der Fahrzeugfedern.” Muhr und Bender KG, Technische Akademie Esslingen, März 2011.
- V K Kumar et. al. “Design and analysis of helical springs in two wheeler suspension” System International Journal of Research in Engineering & Technology (IMPACT: IJRET) ISSN(P): 2347-4599; ISSN(E): 2321-8843 Vol. 4, Issue 7, Jul 2016, 41-54
- Jasbir Singh Arora, Introduction to Optimum Design 4th Edn, Elsevier ,USA Alpharetta, 2017.
- GKHAN YAZAR, “Design and Analysis of helical coil spring forms for independent suspensions of automobiles” the degree of master of science in mechanical engineering, Middle East Technical University, December 2015
- Chang, Hyung-Bae, “Study on Optimal Design of Side Load Spring for Improving the Performance of MacPherson Strut Suspension “, Ph. D. Dissertation, Dept. of Engineering Graduate School of Hanyang University, Seoul, 2020
- Springs - Passenger Cars - GKN Land Systems.” [Online]. Available: [http://www.gknservice.com/global/passenger\\_cars/springs.html](http://www.gknservice.com/global/passenger_cars/springs.html). [Accessed: 26-Aug-2015]