

롤러코스터 지지대 최적설계

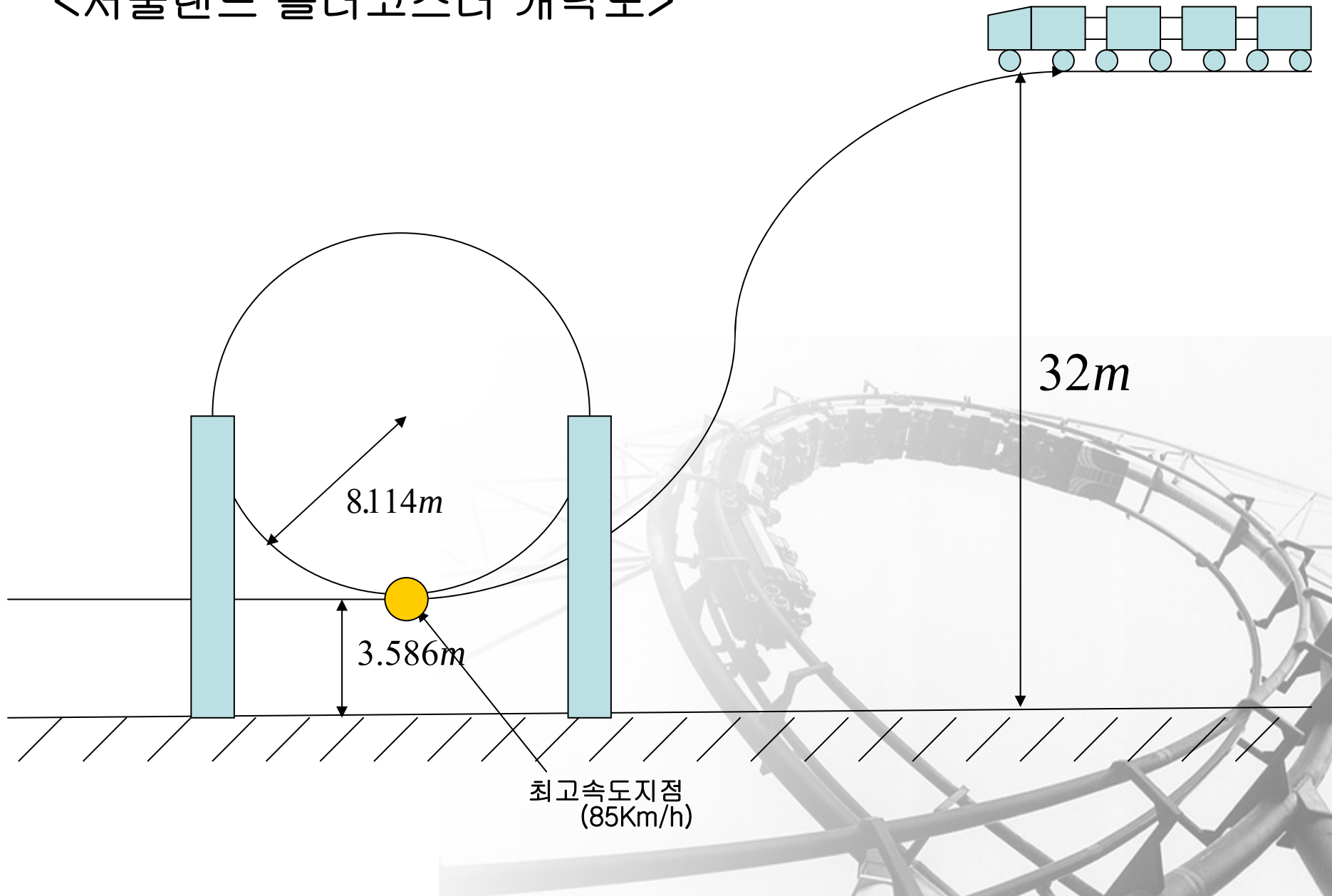
Flying Support

(진승수, 김준호, 최범석)



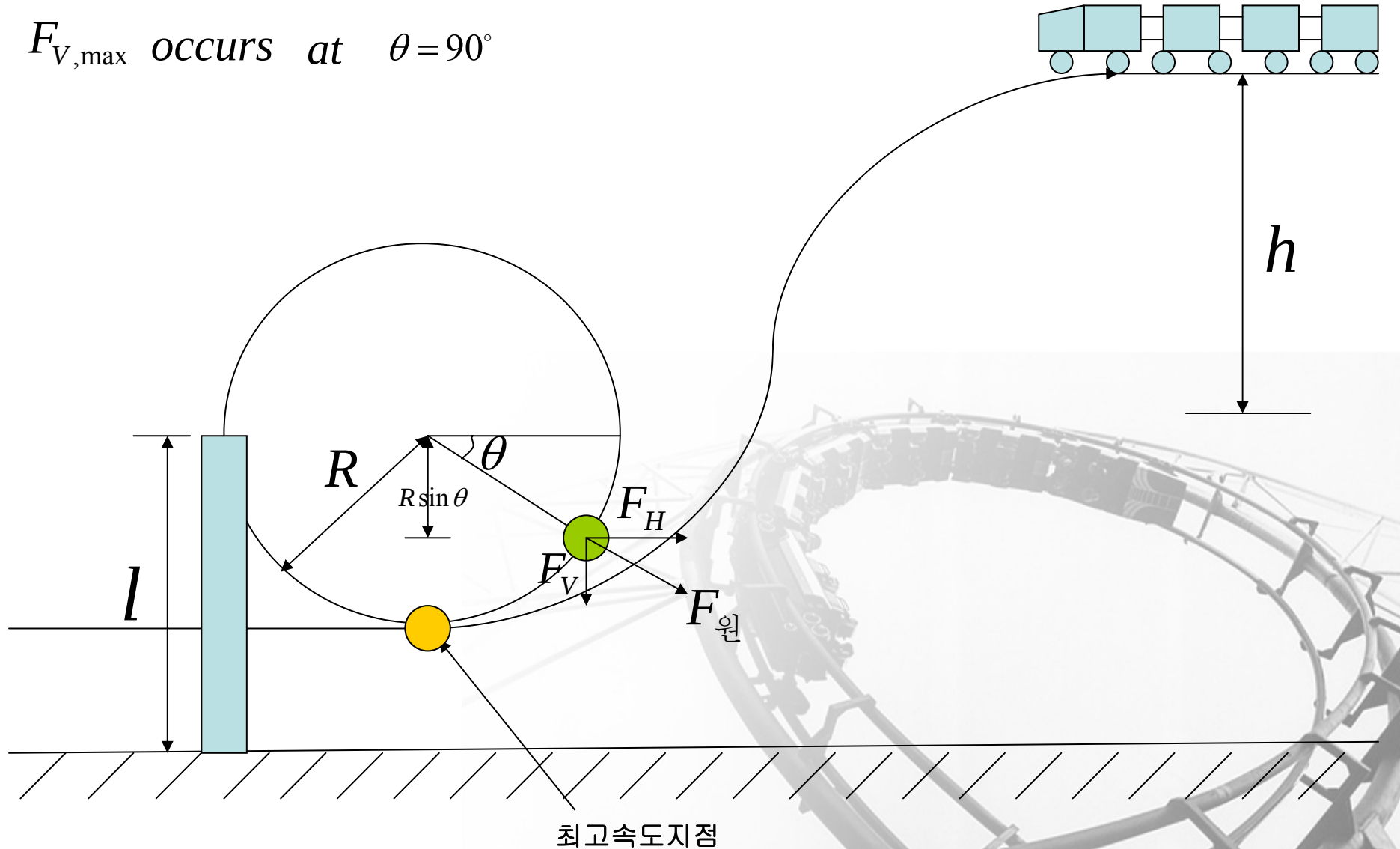
이동식 롤러코스터를 위한 지지대의
무게 최적설계

<서울랜드 롤러코스터 개략도>



$F_{H,\max}$ occurs at $\theta = 17.647^\circ$

$F_{V,\max}$ occurs at $\theta = 90^\circ$



- 레일의 질량 : $M = 30.5 \times 2\pi \times 8.114kg$
- 롤러 코스터의 질량 : $m = 10,880kg$

수직력이 가장 클 때 : 원형레일의 최하지점에서 수직력이 가장 큼.(롤러코스터의 속도가 최하지점에서 최대이기 때문)

$$F_V = (M + m)g + \frac{2mg(h + R \sin \theta)}{r} = 900KN$$

수평력이 가장 클 때 : 수평력은 원심력의 크기에 따라 달라짐.

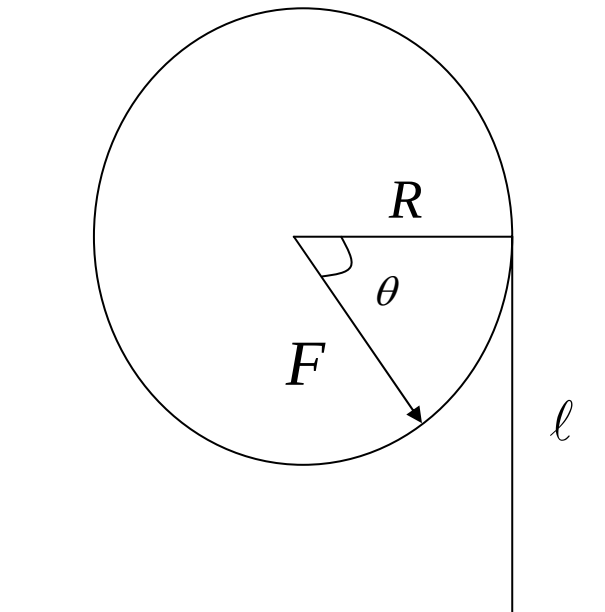
$$v = \sqrt{2g(h + R \sin \theta)}$$

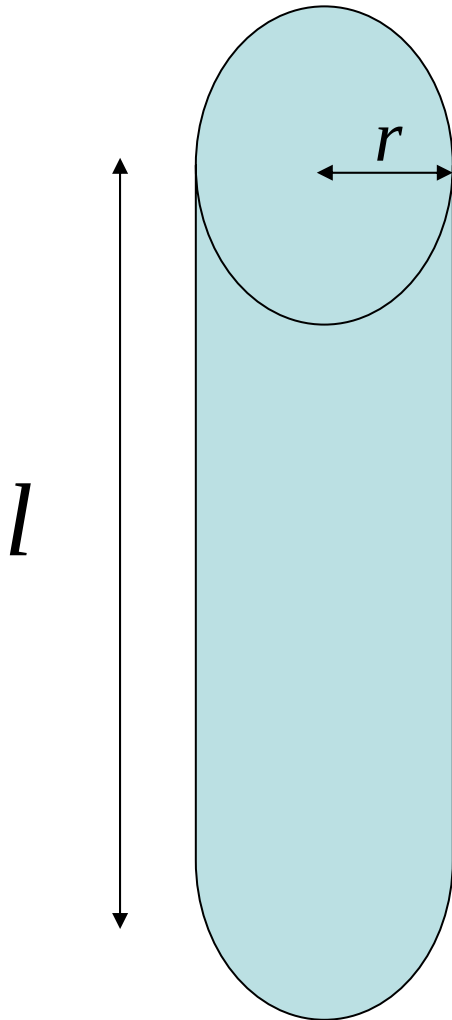
$$F_{\text{원}} = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_{\text{원}} = \frac{2mg(h + R \sin \theta)}{r}$$

$$F_H = \frac{2mg(h + R \sin \theta)}{r} \cos \theta = 750KN$$

$$\ell(\theta) = R - R \sin \theta + 3.586 = 9.24m$$





- 가정

Steel structural(ASTM-A36) 사용

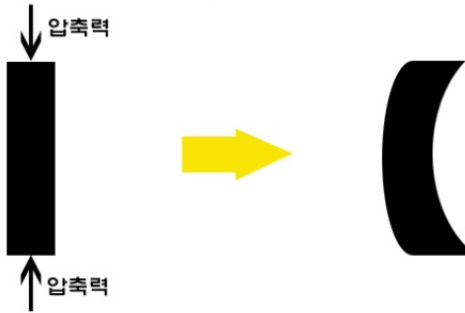
- Max normal stress : 250MPa
- Max shear stress : 145MPa
- Modulus of elasticity: 200GPa
- density : 7850 kg/m^3

- 좌우대칭으로 가정하고 우측 지지대만 고려

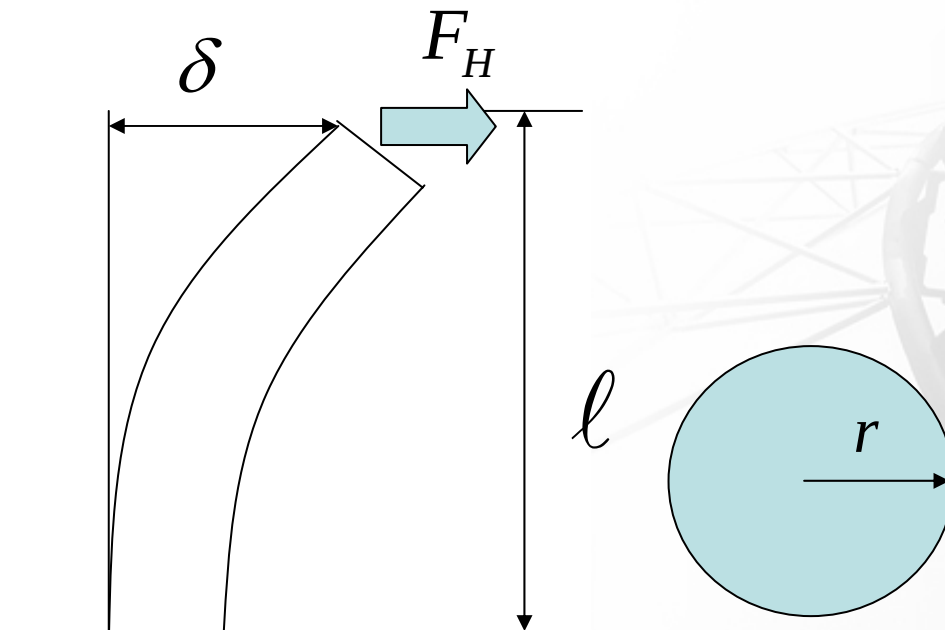
- 목적함수(최소무게)

$$f(r, l) = \rho \pi r^2 l$$

좌 굴 (Buckling)



- 압축력을 받을때만 발생하며 한계 압축력에 도달 했을때
횡방향으로 변형을 일으키며 불안정한 상태가 되는 것



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{Le^2}$$

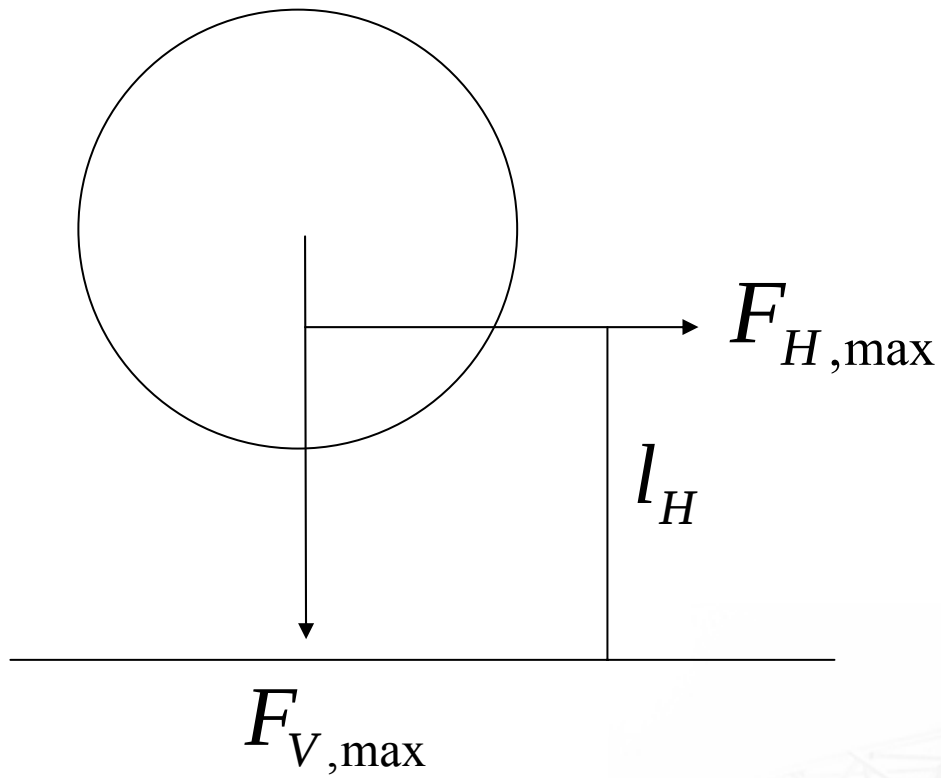
$$P \leq P_{cr}$$

$$\delta \leq \frac{l}{1000}$$

$$F = k\delta = \left(\frac{3EI}{l^3}\right)\delta$$

$$\frac{3EI}{l^3} \frac{l}{1000} \geq F_H$$

$$\tau \geq \frac{F_H}{\pi r^2}$$



$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{My}{I} + \frac{F}{A} \\
 &= \frac{F_{V,\max} \times (R \cos \theta)^2 - F_{H,\max} \times \{9.24 - (R - R \sin \theta + 3.586)\}^2}{I} + \frac{F_{V,\max}}{\pi r^2} \\
 &\leq \frac{\sigma_Y}{2}
 \end{aligned}$$

Design variables & Minimum cost function

- Design variables
 - 지지대의 반지름
: r (m)
 - 지지대의 높이
: l (m)

*Minimum weight function

f:

$$f(r, l) = \rho \pi r^2 l (\rho : \text{지지대의 밀도})$$

$$f(r, \theta) = \rho \pi r^2 (R(1 - \sin \theta) + 3.586)$$

*지지대의 높이는 각도의 함수로 표현할 수 있다.

$$l = R(1 - \sin \theta)$$

$$+ 3.586 (\text{지지대 최저 높이})$$

Constraints

1. Allowable normal stress

$$\sum \sigma \leq \sigma_{\text{allow}}$$

2. Allowable shear stress

$$\frac{F_{H \text{ max}}}{A} \leq \tau_{\text{allow}}$$

3. Bucking load
(critical load)

$$F_{V \text{ max}} \leq P_{cr}$$

4. Displacement

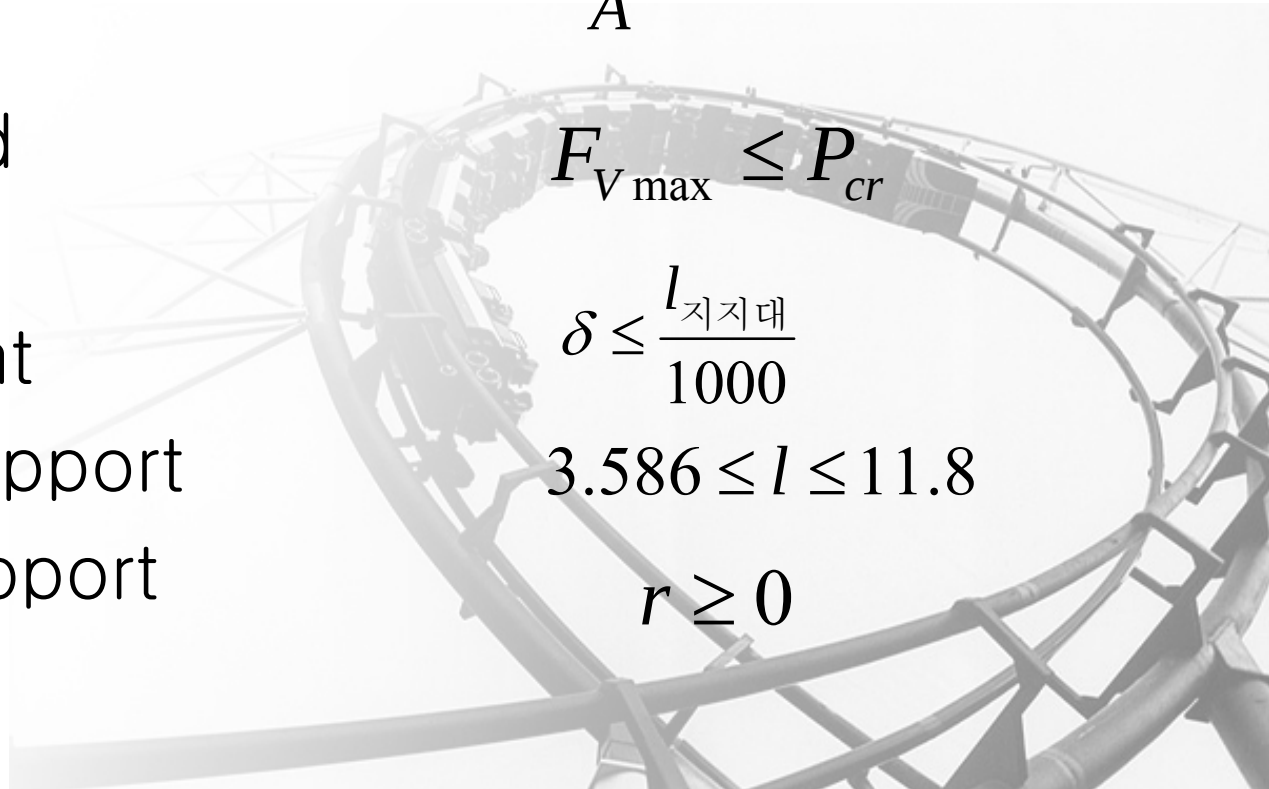
$$\delta \leq \frac{l_{\text{지지대}}}{1000}$$

5. Length of support

$$3.586 \leq l \leq 11.8$$

6. radius of support

$$r \geq 0$$



Equation

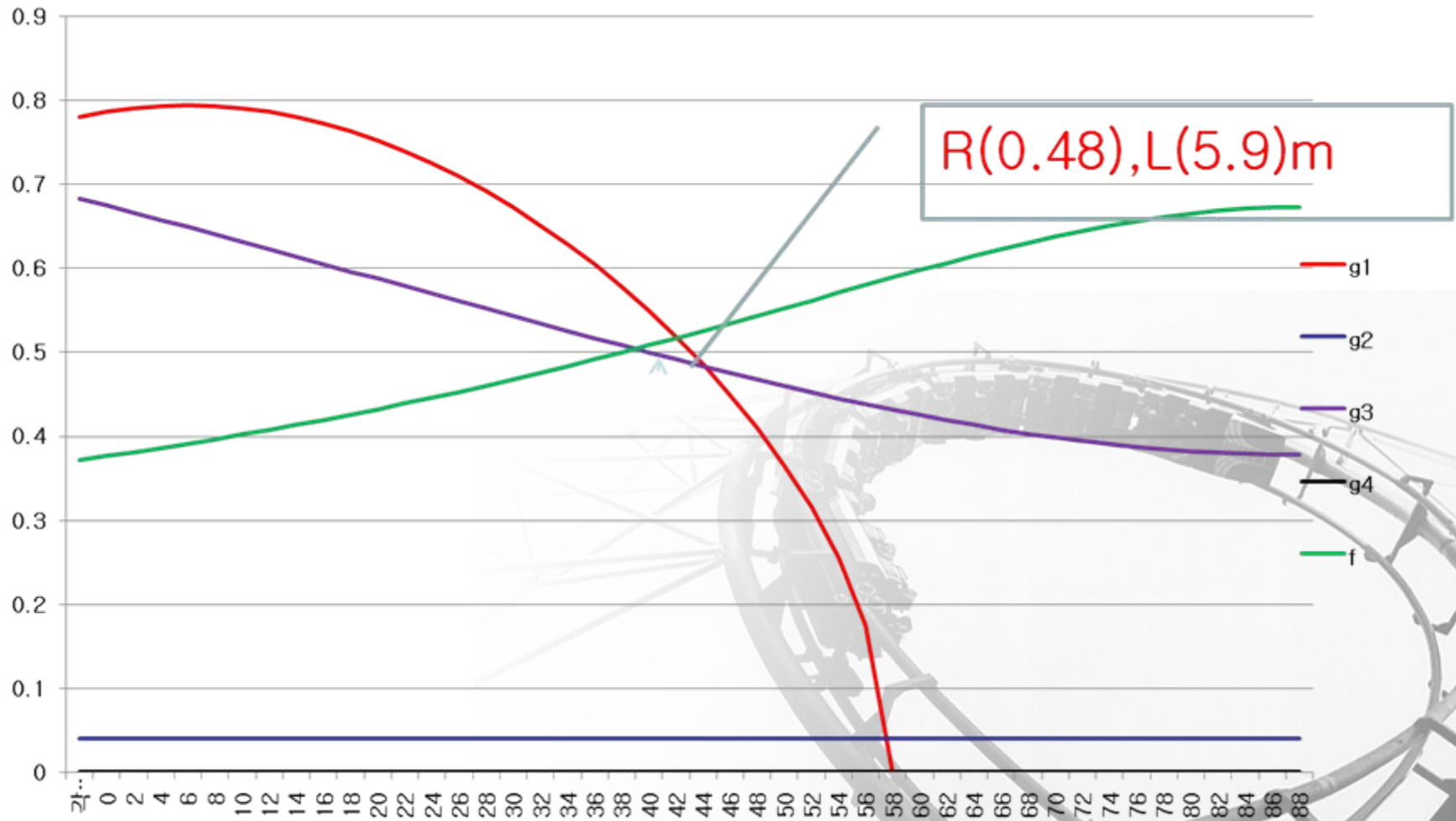
- The minimize the mass function

$$f(r, l) = \rho \pi r^2 l = \rho \pi r^2 (R(1 - \sin \theta) + 3.586)$$

- Subject

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1(r, \theta) = \frac{F_{V, \max} \times (R \cos \theta)^2 - F_{H, \max} \times \{9.24 - (R - R \sin \theta + 3.586)\}^2}{\pi r^4 / 4} + \frac{F_{V, \max}}{\pi r^2} - \sigma_{allow} \leq 0 \\ g_2(r, \theta) = \frac{F_{H, \max}}{\pi r^2} - \tau_{allow} \leq 0 \\ g_3(r, \theta) = F_{V, \max} - \frac{\pi^3 E r^4}{16(R(1 - \sin \theta) + 3.586)^2} \leq 0 \\ g_4(r, \theta) = \delta - \frac{R - R \sin \theta + 3.586}{1000} \leq 0 \\ g_5(r, \theta) = \delta - \frac{R - R \sin \theta + 3.586}{1000} > 3.586 \leq (R(1 - \sin \theta) + 3.586) \leq 11.7(m) \\ g_6(r, \theta) = \delta - \frac{R - R \sin \theta + 3.586}{1000} > r \geq 0 \end{array} \right.$$

Graph



Solution

*초기설계

- (지지대의 길이 $l=11.7\text{m}$, 반지름 $r=0.78\text{m}$)
- (지지대의 무게 $f=175861\text{kg}$)

*최적설계

- (지지대의 길이 $l=5.9\text{m}$, 반지름 $r=0.48\text{m}$)
- (지지대의 무게 $f=33566\text{kg}$)

“부재가 강철이어서 너무 큰 무게가 나왔지만 설계를 변형하여 무게를 많이 줄일수 있었음”