

수도관 설계의 최소비용

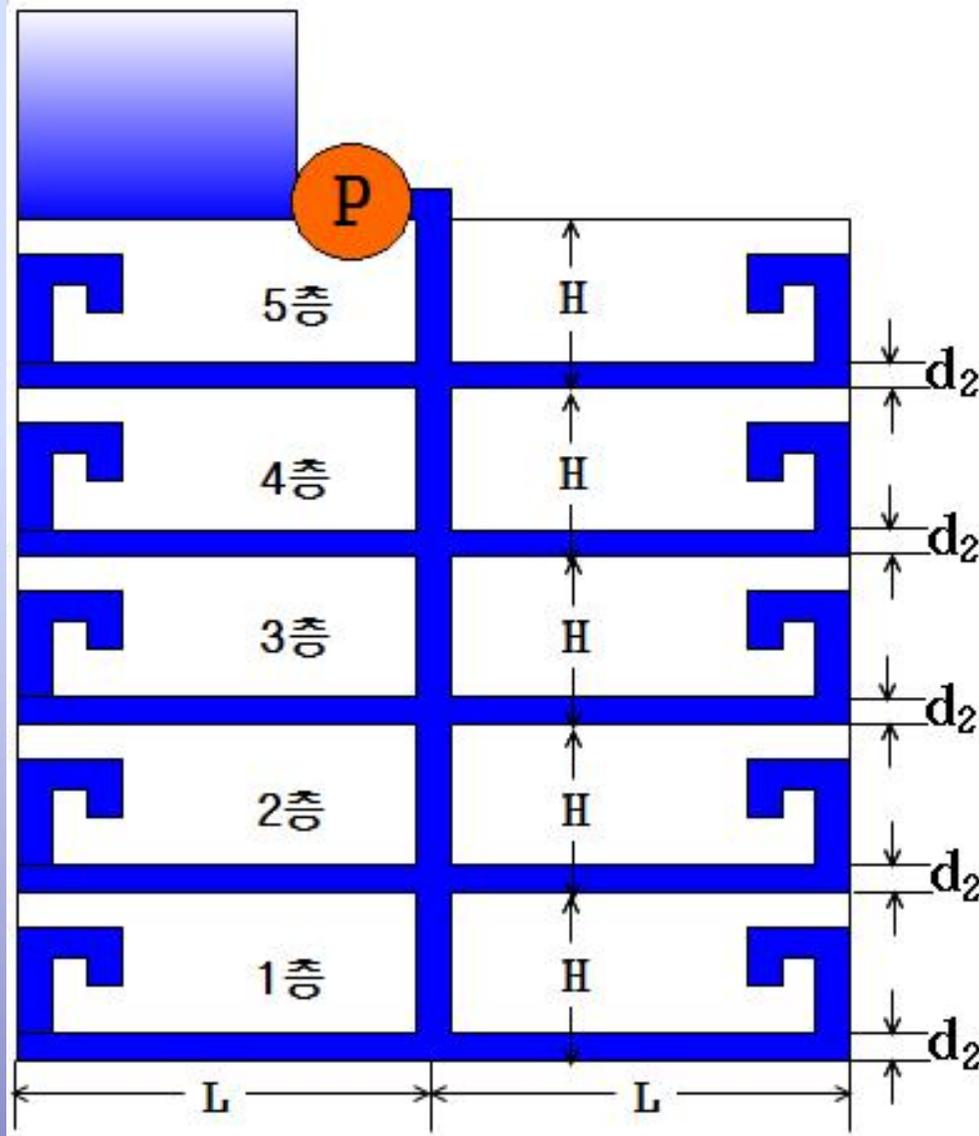
PUMP

김휘수 2005005981

노정훈 2005057670

장지웅 2003006353

Step.1 Problem Statement



- 각 층에 필요한 유량과 만족할만한 수압을 내기 위한 최저비용의 수도관을 설계한다.

- 본 건물의 급수방식은 가장 일반적인 고가수조방식을 기본으로 하고 한 층에 4인기준 2가구가 거주한다고 가정하고 설계한다.

- 펌프는 필요에 따라 사용하고 불필요한 경우에는 사용하지 않는다.

- 관마찰 계수는 속도와 관의 크기의 관계 없이 0.03으로 가정한다.

- 관은 강관(KSD3595)을 사용 하는것으로 한다.

Step.2 Data and Information collection

- 한 층에 뺏어 갈수 있는 최대 거리 : $L=10\text{m}$
- 각 층의 높이: $h=3\text{m}$
- 중앙 수도관과 각 층의 관의 반지름 : d_1, d_2
- 한 층에 필요한 유량 :
<아파트의 경우> 1인 사용하는 물의양 : 200l (10시간)

$$Q_d = 200\text{l} \times 4\text{인} \times 2\text{가구} \times 5\text{층} = 8000\text{l} : \text{1일 총급수량}$$

$$Q_h = \frac{8000\text{l}}{18\text{h}} = 444.4\text{l} / \text{hour} : \text{시간평균수량}$$

$$Q_p = \frac{4}{60} \times Q_h = \frac{4}{60} \times 444.4 = 29.6\text{l} / \text{min}$$

$$= \frac{29.6 \times 10^{-3} \text{m}^3}{60\text{s}} = 0.00049 \text{m}^3 / \text{s} : \text{순간 최대 급수량}$$

Step.2 Data and Information collection

-급수의 압력

가정용 기구의 최저 필요 압력 : 0.8 kg/cm³

가정용 기구의 최고 필요 압력 : 4 kg/m³

$$\frac{P_{pump}}{\gamma} + H \geq H_1 + H_2$$

H : 최고층에 가장 불리한 조건의 있는 수전 등과 고가수조의 저수위면 까지의 높이 (m)

H₁ : H의 조건에 있는 수정 등이 필요로 하는 압력에 상당하는 높이 (mAg)

H₂ : H₁의 수전 등까지의 전마찰 손실 수두 (관마찰 손실 + 부차적 손실) (mAg)

$$H_2 = \lambda \frac{H V^2}{d 2g} = \lambda \frac{H}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 = \lambda \frac{8HQ^2}{\pi^2 d^5 g} \quad \left(V = \frac{4Q}{\pi d^2} \right)$$

Step 3. Identification / Define of design Variable

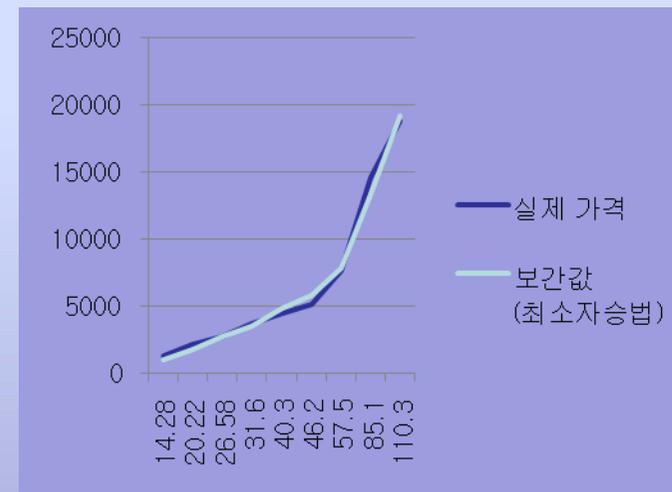
- P_{pump} : 펌프의 압력
- d_1 : 중앙 수도관의 반지름.
- d_2 : 각 층의 수도관의 반지름.

Step 4. Identification of a Criterion to be optimized

$$\text{cost} = 15m \times f(d_1) + 100m \times f(d_2) + f(\text{pump})$$

- $f(P)$: 펌프의 가격 - 사용 여부에 따라 가격을 포함하거나 뺀다
- $f(d_1)$: 관의 가격 - 중앙 관의 지름의 비례
- $f(d_2)$: 관의 가격 - 총 관의 지름에 비례

강관	외경	두께	내경	가격/미터
138U	15.88	0.8	14.28	1400
208U	22.22	1	20.22	2130
258U	28.58	1	26.58	2710
308U	34	1.2	31.6	3715
408U	42.7	1.2	40.3	4485
508U	48.6	1.2	46.2	5130
608U	60.5	1.5	57.5	7620
758U	76.3	1.5	73.3	
808U	89.1	2	85.1	14580
1008U	114.3	2	110.3	18798



$$\text{price} = 587000 x^2 + 116000 x - 727$$

Step 4. Identification of a Criterion to be optimized

$$\begin{aligned} \text{cost}(d_1, d_2, i) = & \\ & 15m(587000 d_1^2 + 116000 d_1 - 727) \\ & + 100m(587000 d_2^2 + 116000 d_2 - 727) \\ & + i \times 102000 \end{aligned}$$

여기서 i 변수는 펌프의 사용 여부에 따라 0과 1의 값을 가지는 변수 이다.
또한 펌프는 가격이 102000원, 출력이 125W, 최고 양정이 10M, 최대 유량이 30 l/min 이다.

Step 5. Identification of Constraint

$$\frac{P_{pump}}{9789} + 3m \geq 8m + 0.03 \frac{8 \cdot 3 \cdot (0.00049)^2}{\pi^2 d_1^5 \cdot 9.8} + 0.03 \frac{8 \cdot 10 \cdot (0.000049)^2}{\pi^2 d_2^5 \cdot 9.8}$$

$$\frac{P_{pump}}{9789} + 15m \geq 40m + 0.03 \frac{8 \cdot 3 \cdot (0.00049)^2}{\pi^2 d_1^5 \cdot 9.8} \left(1 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \right) + 0.03 \frac{8 \cdot 10 \cdot (0.000049)^2}{\pi^2 d_2^5 \cdot 9.8}$$

$$14.28mm < d_1 < 110.3mm$$

$$14.28mm < d_2 < 110.3mm$$

Solution by Excel

```

(일반) cost
Function cost(d1, d2, P)
    If P > 0 Then
        i = 1
    Else
        i = 0
    End If
    cost = 15 * (587000 * d1 ^ 2 + 116000 * d1 - 727) + 100 * (587000 * d2 ^ 2 + 116000 * d2 - 727) + i * 102000
End Function
    
```

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	초기치	d1	d2	P					
2		0.04	0.04	20000					
3	결과 값	d1	d2	P	g1	g2	cost		
4		0.024281	0.01428	52000	-8.3E-07	-20.2541	243454		

해 찾기 모델 설정

목표 셀(E): 실행(S)

해의 조건: 최대값(M) 최소값(N) 지정값(V): 닫기

값을 바꿀 셀(B): 추정(G) 옵션(O)...

제한 조건(U):

-
-
-
-
-
-
-

 추가(+)... 변경(C)... 삭제(D)

초기화(B) 도움말(H)

결과:여기서의 cost는 보간된 파이프의 가격이므로 다시 실제 파이프가격으로 계산해서 해를 구해야 한다. 중앙관은 158U, 각 층의 관은 138U로 한다. 이렇게 해서 구한 해는 **282,650원**이 된다.

Solution by Simplex

Type your linear programming problem below. (Press "Example" to see how to set it up.)

```

Minimize p = 12304400x + 12069600y + 0z subject to
-4451.9x - 1483y - (1/9789)z <= -296
9794.9x + 1483y + (1/9789)z <= 566
x <= 0.1103
y <= 0.1103
x >= 0.01428
y >= 0.01428
z <= 255000
    
```

Solution:
 Optimal Solution: p = 348061; x = 0.01428, y = 0.01428, z = 0

Solve Example Erase Everything Rounding: 6 significant digits

Mode: **Decimal**
 Fraction
 Integer

The tableaux will appear here.

Tableau #1	x	y	z	s1	s2	s3
s4	-4451.9	-1483	-0.000102155	1	0	0
0	0	0	0	0	0	-296
9794.9	1483	0.000102155	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	566
1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0.1103
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0.1103
1	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	0.01428
0	1	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0.01428

선형화를 해서 Simplex 알고리즘을 이용해서 최적값을 구해봤다.

D1=1.4cm , D2=1.4cm

Cost=476060원

이 나왔다.

중앙관은 138U를, 각층의 관은 138U를 사용하여 구한 해는 312,000원 이 된다.

Solution by Linprog

```
Editor - C:\Program Files\MATLAB704\work\project.m
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - f = [12304400; 12069600; 0]
2 - A = [-4451.9 -1483 -1/9789
3       9794.9 1483 1/9789
4       1 0 0
5       0 1 0
6       -1 0 0
7       0 -1 0
8       0 0 1];
9 - b = [-296; 566; 0.1103; 0.1103; -0.01428; -0.01428; 255000];
10
11 - [x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(f,A,b,[],[],lb);
```

선형화된 식을 써서 Linprog 알고리즘을 이용하여 해를 구하였다. $D1=5.05\text{cm}$, $D2=3.03\text{cm}$, $\text{cost}=1,107,900\text{원}$ 이 나왔다. 중앙관은 608U을, 각층관은 308U를 사용하여 구한해는 **587,800원** 이 나왔다

```
>> x(1),x(2),x(3)
ans =
0.0505
0.0303
2.5500e+005
>> f(1)*x(1)+f(2)*x(2)+120081
ans =
1.1079e+006
>>
```

결과 및 고찰

- 세가지 방법 중 선형화 과정을 거치지 않은 Excel Solver가 가장 정확
- 나머지 방법은 -5차 식이 포함되어 있어서 선형화 과정에서 오차가 크게 생긴 것으로 판단
- 비연속적인 관의 직경과 가격을 최소 자승법으로 연속적으로 표현