



의자 넘어짐 받침대 최적화

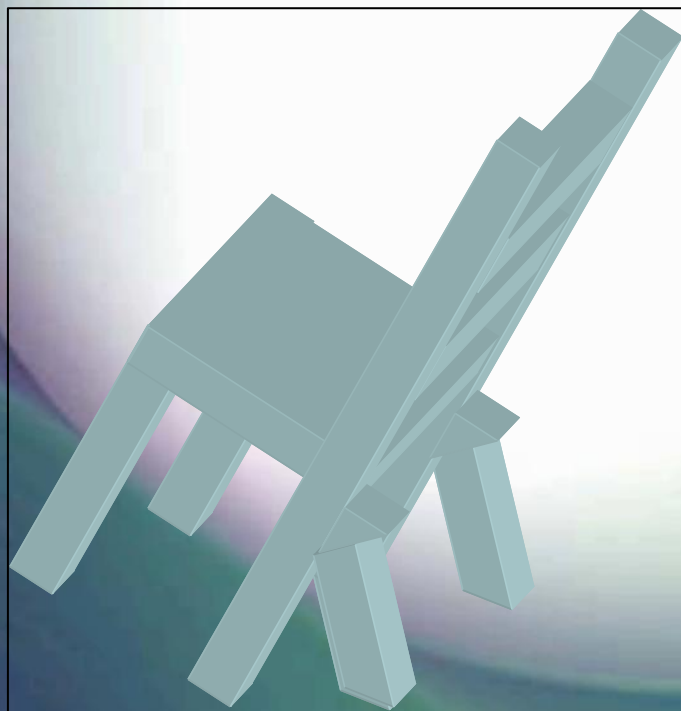
급 조

김민석(2003005974)
이용한(2004007036)



설계주제설명

설계주제설명

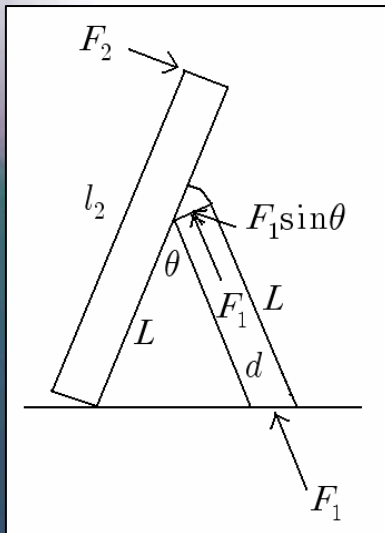




Assumption

- 받침대에 힘은 축 방향으로 작용한다.
- 의자의 등받이에 작용하는 힘은 순간적으로 충격(Impact)으로 작용하며, 최대 충격력 W 는 앉은 사람의 몸무게의 2배로 가정하고 이를 최적화 값에 적용한다.
- 경우에 따라 복잡한 식을 간단한 식으로 근사화한다.

Modeling & Analysis



$$F_2 \cdot l_2 = F_1 \cdot \sin \theta \cdot \left(L + \frac{d}{2} \cdot \sin \theta \right)$$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{\sin \theta \cdot \left(L + \frac{d}{2} \cdot \sin \theta \right)} = \frac{F_2 \cdot l_2}{L \cdot \sin \theta + \frac{d}{2} \cdot \sin^2 \theta}$$

$$\approx \frac{F_2 \cdot l_2}{L \cdot \sin \theta} \quad \text{for } (L \gg d)$$



Step1 : Project/Problem Statement

의자 넘어짐 받침대의 무게를 최소로 하는 형상을 설계한다.

Step2 : Data & Information collection

의자에 힘이 가해지는 높이 : $l_2 \approx 0.5$

재료(목재) 물성치

의자에 가해지는 힘 :

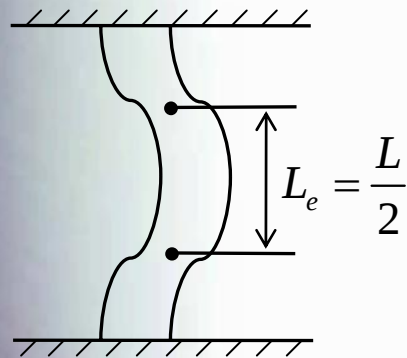
$$F_2 \approx 2 \cdot W = 1568N$$

안전계수(Factor of safety) : 5

	Density (kg/m ³)	Compressin Ultimate Strength(MPa)	Modulus of Elasticity (GPa)
Douglas fir	470	50	13
Spruce, Sitka	415	39	10
Shortleaf Pine	500	50	12
Western white pine	390	34	10
Ponderosa pine	415	36	9
White oak	690	51	12
Red oak	660	47	12
Western hemlock	440	50	11
Shanbark hickory	720	63	15
Redwood	415	42	9



Buckling Condition : 받침대의 양단이 고정되어있다고 생각하면,
좌굴의 유효길이 $L_e = \frac{L}{2}$ 가 되므로,



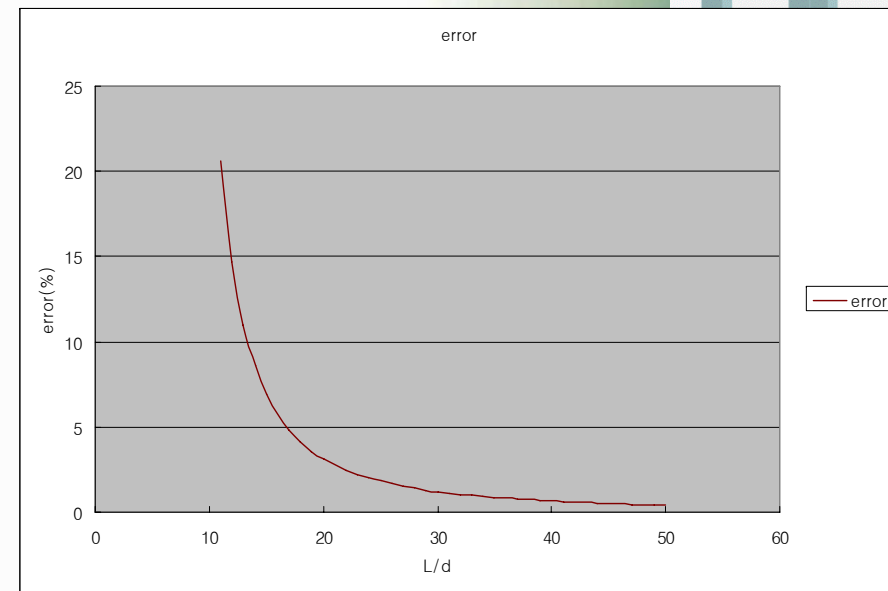
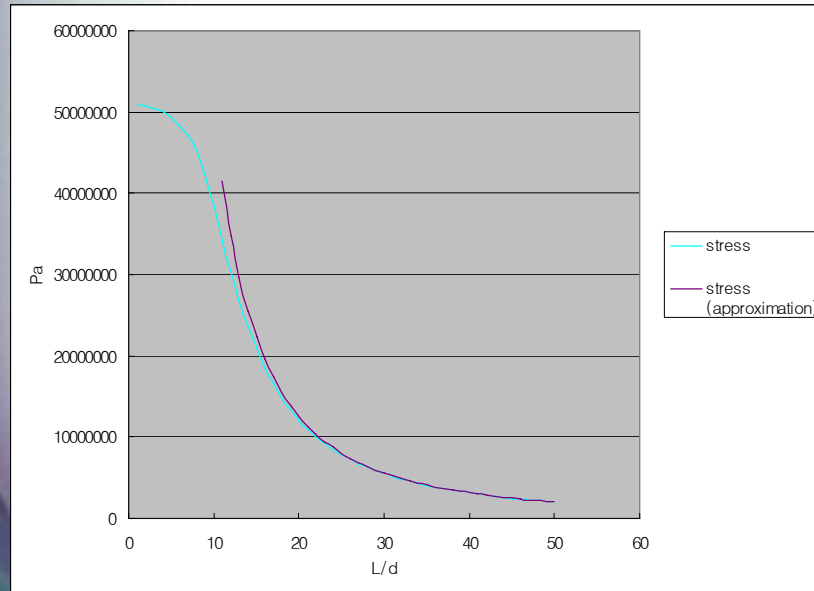
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_e^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2 / 4} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot d^4}{3 \cdot L^2}, \quad (I = \frac{d^4}{12})$$

Allowable Stress : $\sigma_{all} = \sigma_C \cdot C_P$

$$C_P = \frac{1 + (\sigma_{CE} / \sigma_C)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (\sigma_{CE} / \sigma_C)}{2c} \right]^2 - \frac{\sigma_{CE} / \sigma_C}{c}} \quad c = 0.9$$

$$\sigma_{CE} = \frac{K_{CE} \cdot E}{(L/d)^2} \quad K_{CE} = 0.418 \quad \text{에서 } c \approx 1 \text{로 가정하면}$$

$$\sigma_{all} \approx \sigma_{CE} = \frac{K_{CE} \cdot E}{(L/d)^2} \quad \text{으로 식이 유도된다.}$$



다음과 같이 $c=1$ 로 가정하여 실제 식과 비교해 보면, L/d 가 어떤 값 이상의 지점부터 그래프가 매우 근사함을 알 수 있다.

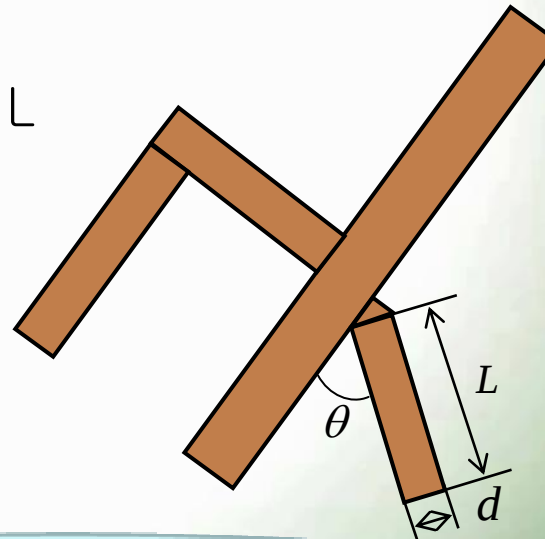
두 그래프의 오차는 약 $L/d=17$ 인 지점부터 오차가 5% 미만이 된다. $L/d > 20$ 의 제한조건을 잡으면 근사식 $\sigma_{all} \approx \sigma_{CE} = \frac{K_{CE} \cdot E}{(L/d)^2}$ 을 사용할 수 있다.



Step3 : Identification/Definition of Design Variables

단면 모양 결정 : d 길이 : L

멈춤각도 : θ



Step4 : Identification of a Criterion to be optimized

질량 최소 : $f = f(d, L, \theta) = \rho_{\text{wood}} \cdot d^2 \cdot L$



Step5 : Identification of Constraint

$$(a) \begin{cases} P_{cr} \geq fs \cdot F_1 / 2 \\ \frac{\pi^2 \cdot E \cdot d^4}{3 \cdot L^2} \geq 5 \cdot \frac{F_2 \cdot l_2}{2 \cdot L \cdot \sin \theta} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \sigma_{all} > fs \cdot F_1 / (2 \cdot d^2) \\ \frac{K_{CE} \cdot E}{(L/d)^2} \geq \frac{5F_2 \cdot l_2}{2 \cdot L \cdot d^2 \cdot \sin \theta} \end{cases}$$

$$(c) \quad 0 \leq L \leq l_2, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq d \leq d_0, \quad 20 \leq L/d \leq 50$$

$$g_1 \leq \frac{2E\pi^2 d^4 \sin \theta}{15F_2 l_2}$$

$$g_2 \leq \frac{4K_{ce} E d^4 \sin \theta}{5w l}$$

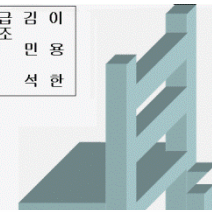
$$g_3 \geq 20d$$

$$g_4 \leq 50d$$

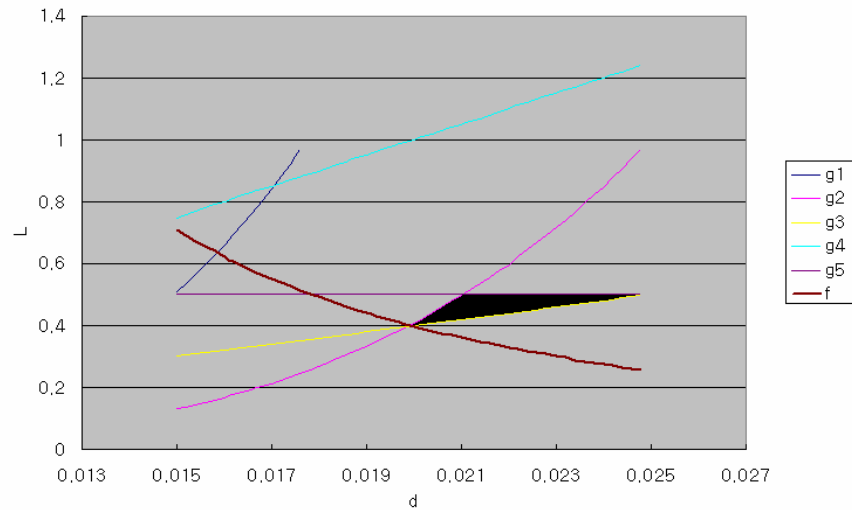
$$g_5 \leq 0.5$$

최적값 예측

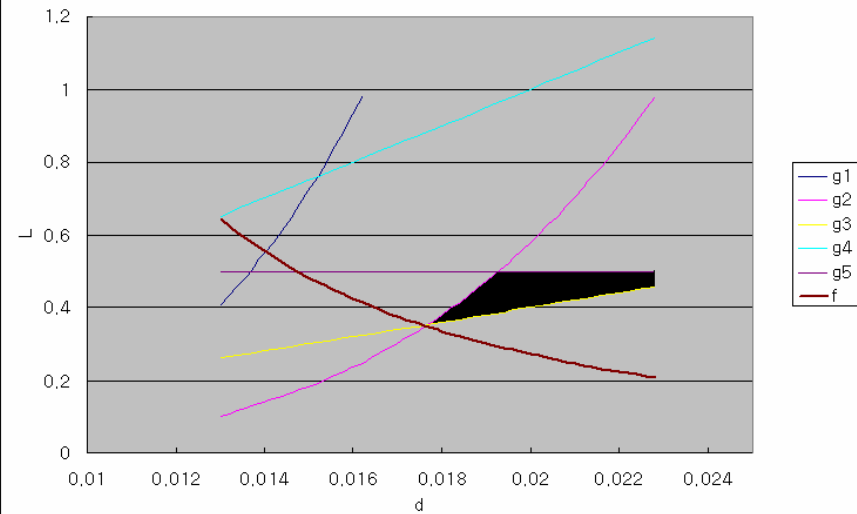
금
조
감
이
만
용
석
한



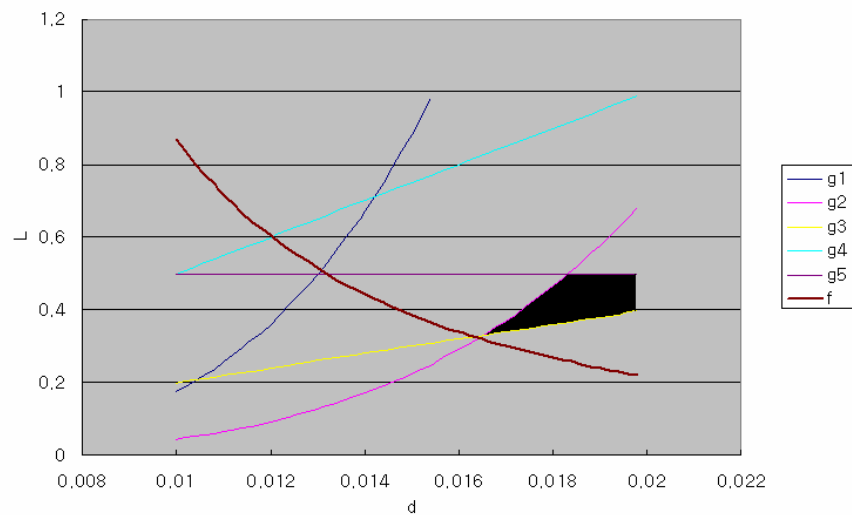
angle=30 f=0.11



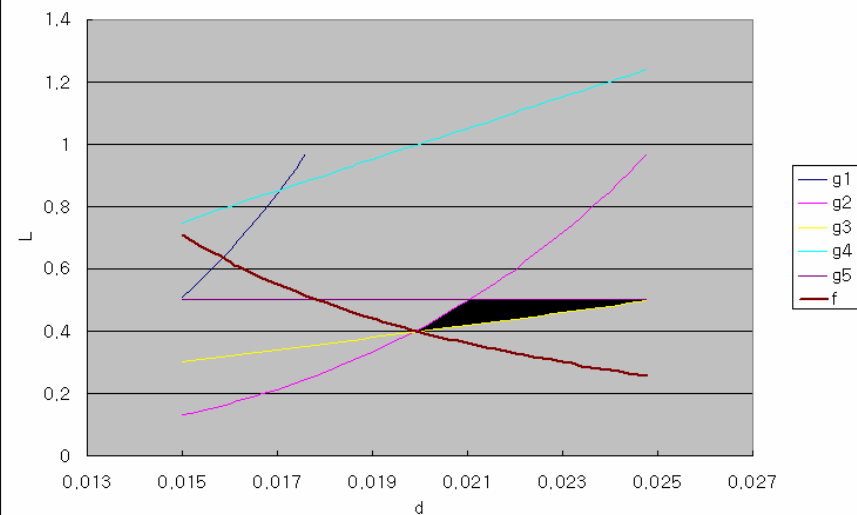
angle=45 f=0.075



angle=60 f=0.06



angle=75 f=0.11





angle θ	weight(f, kg)
30	0.11
45	0.075
60	0.06
75	0.11

최적해 θ 는 60도 부근에 존재할 것이고, L과 d는 그래프에서 확인되듯이 대략 $L=0.4\text{m}$, $d=0.02\text{m}$ 부근에 존재한다고 예상할 수 있다. 설계프로젝트 2에서 이 최적화 문제를 풀 때, 이 값을 초기값으로 활용할 수 있을 것이다.



참 고

참고문헌 :

- 1.Arora, J. S., Introduction to Optimum Design
- 2.F.P.Beer., Mechanics of Material Fourth Ed
- 3.www.thesimpsons.com