

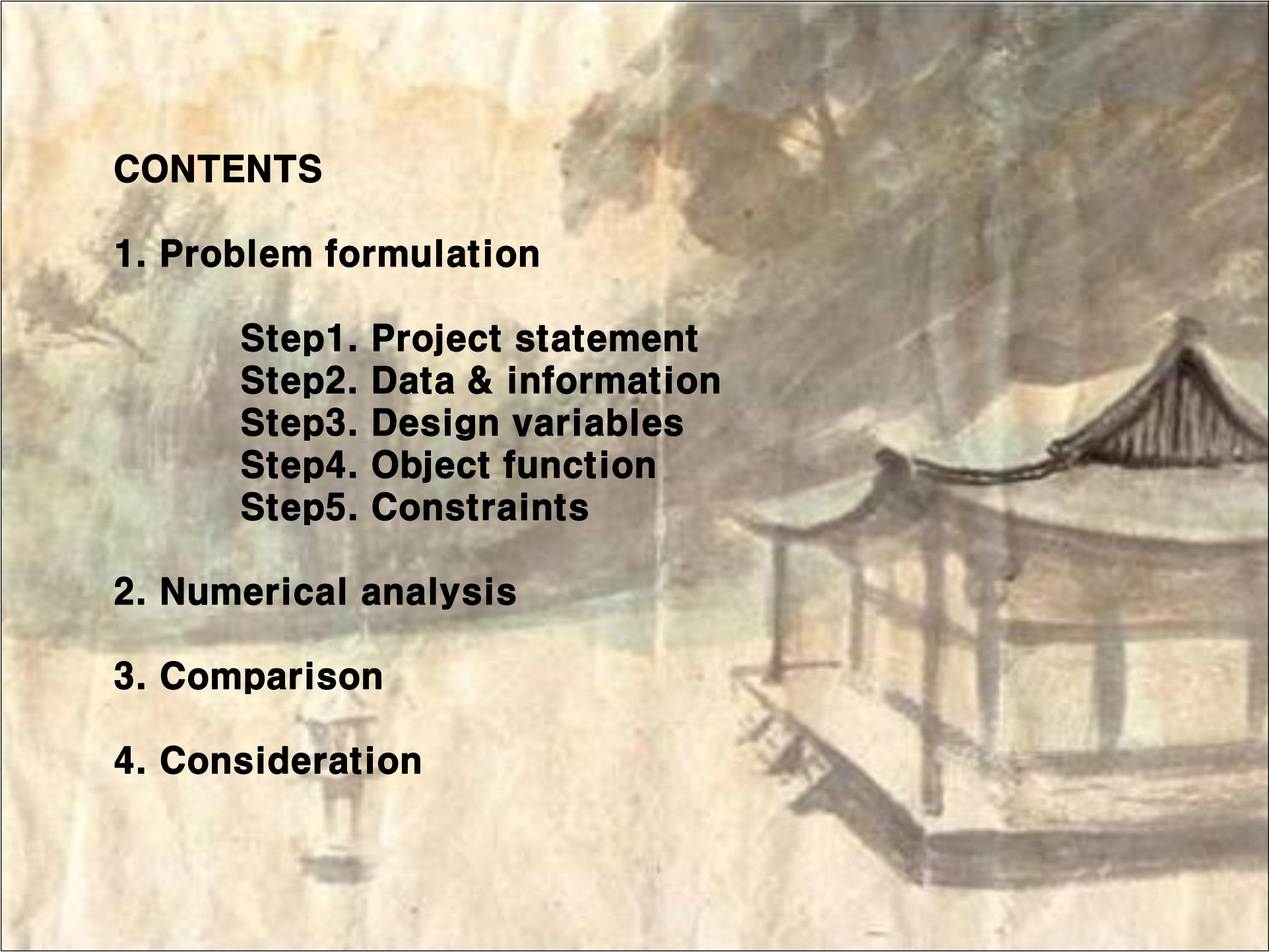
배흘림기둥에 기대서서

전통 건축양식 배흘림기둥을 설계해보자

최적신랑감

2004006129 김준호

2004007768 이홍익

The background of the slide is a traditional Chinese ink and wash painting. It depicts a multi-tiered pavilion with a dark, tiled roof and wooden structure, situated on a hillside. Lush, dark green trees are visible behind the pavilion, and a small, simple lantern hangs from a post in the foreground on the left. The overall style is soft and atmospheric, with a muted color palette of greens, browns, and greys.

CONTENTS

1. Problem formulation

- Step1. Project statement**
- Step2. Data & information**
- Step3. Design variables**
- Step4. Object function**
- Step5. Constraints**

2. Numerical analysis

3. Comparison

4. Consideration

1. Problem formulation

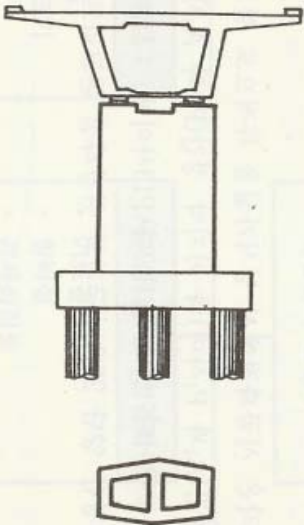
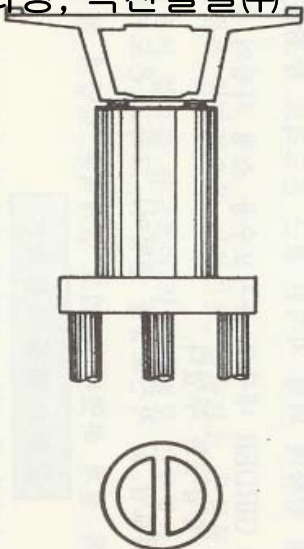
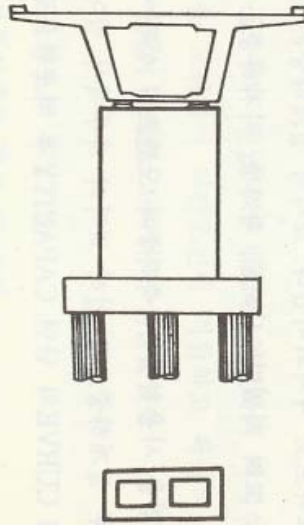
Step1. Project statement

행주대교의 교각은 사다리꼴 형태로 제작

-> 배흘림 기둥으로 교각을 설계하여 질량 감소



1. Problem formulation

구분	1 안	2 안	3 안
Step2. Date & information 단면형태 행주대교(상) 건설지 - 서울지방국토관리청, 벽산건설(주)			
특징	- 기존 신행주대교와 조화 - 미관 양호 - 시공이 양호 - 유속 흐름에 다소 불리함. - 구조적으로 안전하다.	- 기존 신행주대교와 부조화 - 구조적으로 안전하다. - 시공성 다소 불량 - 유속의 흐름에 양호 - 곡선 사용으로 우아미	- 기존 신행주대교와 부조화 - 구조적으로 안전하다. - 시공성 양호 - 유속 흐름에 불리하다. - 직선 조합으로 단순미
선택안	기존 신행주대교와 조화를 이루고 미관이 양호한 1안으로 선택함.		

1. Problem formulation

Step2. Data & information

Assumption

실제 행주대교 교각은 철근+콘크리트 구조

해석을 위해 두 재료의 물성치를 고려한 homogeneous한 재료로 가정

$$\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$$

$$\sigma_a = 800 \text{ Mpa}$$

$$E = 25 \text{ Gpa}$$

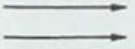
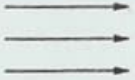
베흘림 기둥의 높이 : $H = 10 \text{ m}$ (행주대교 교각의 높이는 13 m)

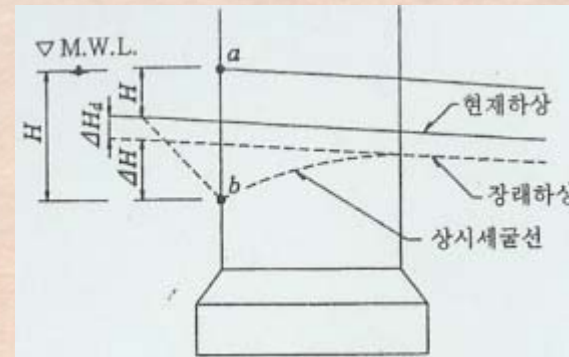
1. 기둥은 오일러의 좌굴하중에서 buckling이 발생한다.
2. 베흘림기둥의 기울기는 2차 포물선으로 가정한다.
3. 홍수시 최고 수심은 교각 높이보다 2 m 아래여야 한다.
도로교설계기준(하부구조편) 해설 - 건설교통부, 대한토목학회

1. Problem formulation

Step2. Data & information

표 2.1.8 교량의 저항계수, K

교각의 유수방향	단부의 형상	계수
		0.07
		0.04
		0.02
	유송잡물이 집적되는 교각	0.07



$$A = r_t \cdot r_b \text{ (연직투영면적을 근사)}$$

$$P_{cr.m} = K v_f^2 \left(\frac{B_a + B_b}{2} H_n \right) : \text{세굴의 영향을 고려한 전유수압(행주대교 교각)}$$

$$P = 10 K v_f^2 A : \text{베הל림 기둥에 작용하는 전유수압}$$

$H_n = 8 \text{ m}$ (홍수시 설계수심)

$v_f = 2.5 \text{ m/s}$ (홍수시 최대 유속, 건설부 하천시설 기준 유속 2~3 m)

$B_a, B_b = 1.5 \text{ m}$ (a,b에 있어서 폭, 행주대교 교각의 폭 평균치 사용)

1. Problem formulation

Step2. Data & information

베를린 기둥의 강도 설계

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad (\text{circular})$$

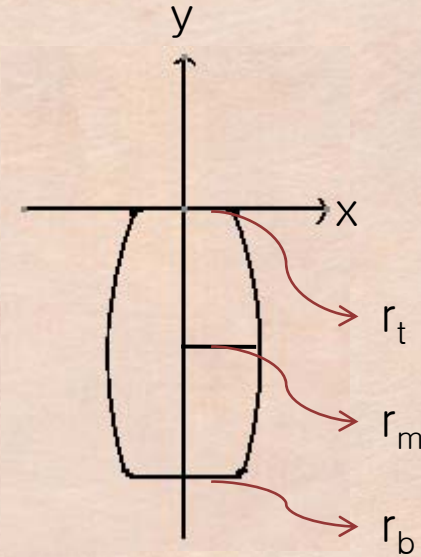
$$P_{cr} = \frac{4\pi EI}{L^2} \quad (\text{파손은 최대변위지점인 기둥의 중앙부에서 발생})$$

$$r(y) = \left(\frac{2r_m - r_b - r_t}{50} \right) y^2 + \left(\frac{4r_m - r_b - 3r_t}{10} \right) y - r_t$$

$$V(y) = \int_0^y A dy = \int_0^y \pi r^2 dy = \pi \int_0^y \left\{ \left(\frac{2r_m - r_b - r_t}{50} \right) y^2 + \left(\frac{4r_m - r_b - 3r_t}{10} \right) y - r_t \right\}^2 dy$$

$$F(y) = P + \rho g V(y) = P + \rho \pi \int_0^y \left\{ \left(\frac{2r_m - r_b - r_t}{50} \right) y^2 + \left(\frac{4r_m - r_b - 3r_t}{10} \right) y - r_t \right\}^2 dy$$

$$\sigma(y) = \frac{F(y)}{A(y)}$$



1. Problem formulation

Step3. Design variables

윗단면적 반지름 : r_{top}
밑단면적 반지름 : r_{bottom}

(중간단면적 반지름 r_{mid} 은 구속조건으로 구함)

Step4. Object function

$$M = -\pi\rho(23.67r_m^2 + 2.488r_b^2 + 6.221r_t^2 - 14.525r_m r_b + 6.9358r_b r_t - 17.792r_m r_t)$$

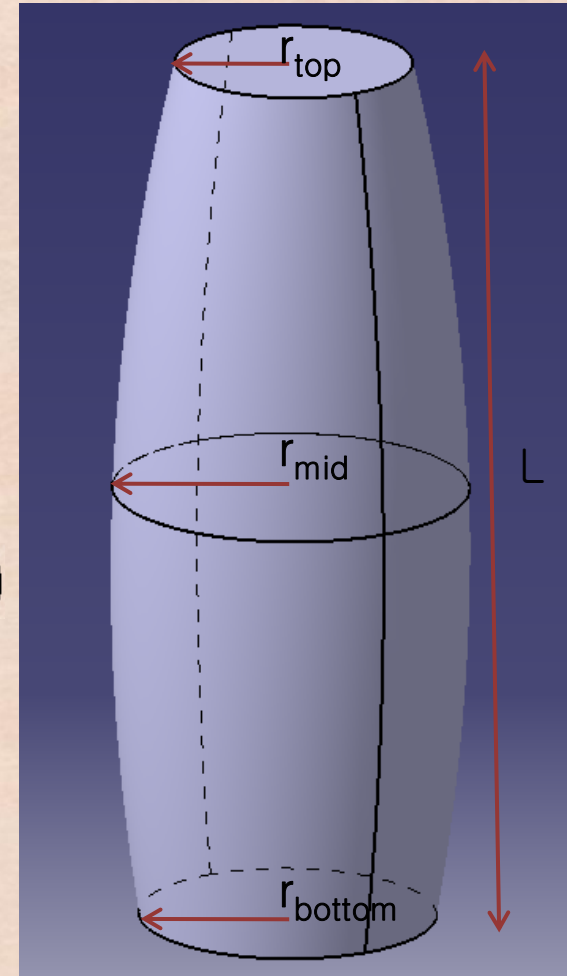
ρ : density

L : length of column

r_t : radius of top area

r_m : radius of mid area

r_b : radius of bottom area



Concept by using
catia

1. Problem formulation

Step5. Constraints

$$g1 = \frac{P}{\sigma_a \pi} - r_t \leq 0$$

$$g2 = \frac{L^2 P}{\pi^2 E} - r_m^4 \leq 0$$

$$g3 \sim g12 : \frac{P + \rho g V(y)}{A(y)} - \sigma_a \leq 0 \quad (y = -1, -2, \dots, -10)$$

$$g13 = 10 K v_f^2 r_b r_t - P_{cr.m} \leq 0$$

$$g14 = -r_t \leq 0$$

$$g15 = -r_m \leq 0$$

$$g16 = -r_b \leq 0$$

2. Numerical analysis

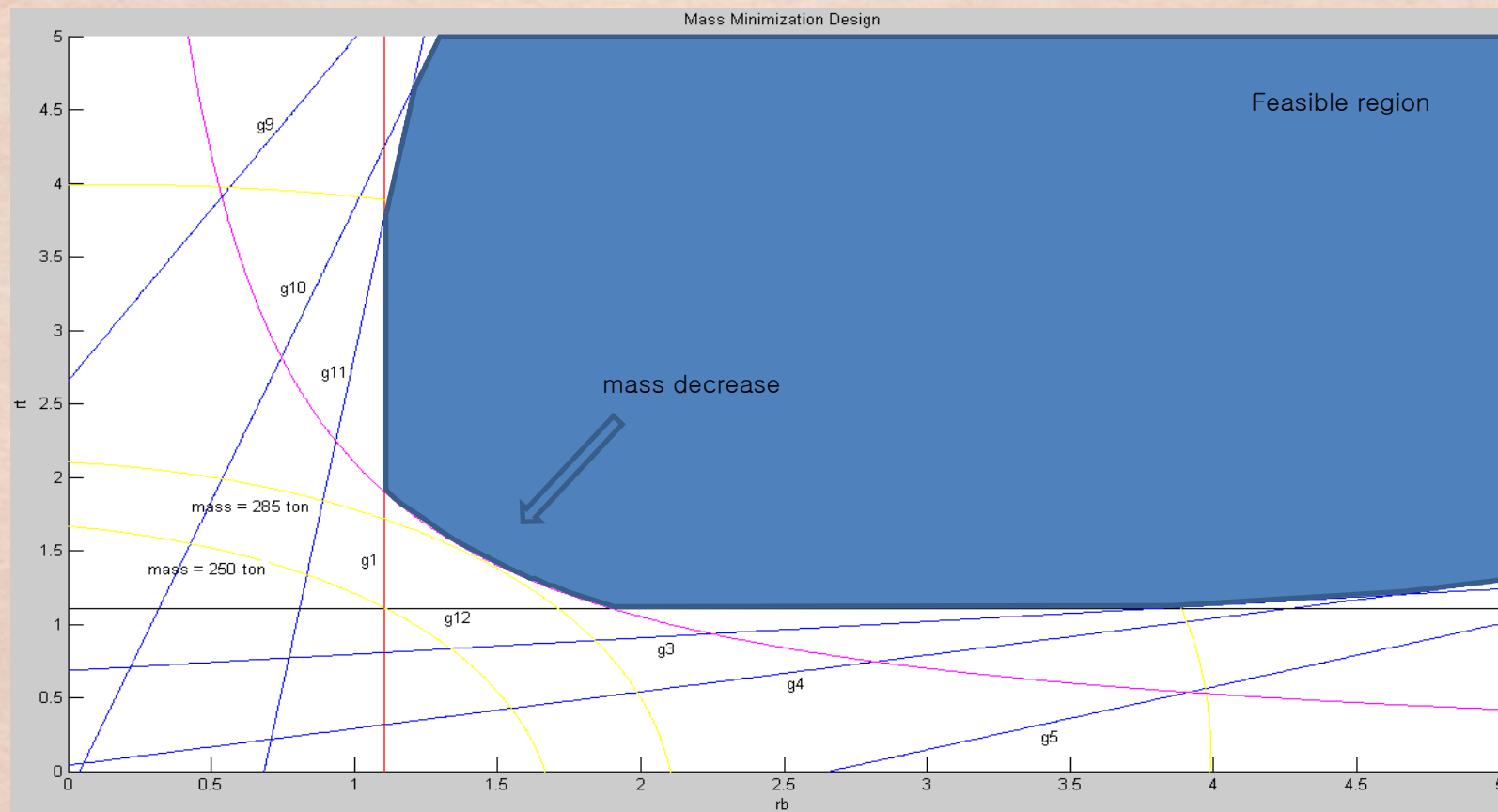
1. Graphic

MATLAB CODE(주요 부분)

```
1 - sigma=800*10^6; E=31*10^9; d=3500; L=10; g=9.806; LL=13;
2 - P=pi*pi+E*1.6875/(LL^2); vf=2.5; Pm=0.07*vf^2+8*(4.5/3);
3 - %%rm=((L^2+P)/(pi^2+E))^(0.25) 좌굴에 대한 최소 rm
4 - rm=1.6926; %% 행주대교 교각 단면적 환산 rm
5 - [rb,rt]=meshgrid(0:0.01:5,0:0.01:5);
6 - a=(2*rm-rb-rt)/50; b=(4*rm-rb-3*rt)/10;
7 - x=0; r1=abs((1./50)*(2.*rm-rb-rt).*x.^2+(1./10)*(4.*rm-rb-3.*rt).*x-rt);
8 - A1=pi.*r1.^2; V1=-pi.*(0.2.*a.^2*x.^5+(1./3).*b.^2.*x.^3+rt.^2.*x+0.5.*a.*b.*x.^4-(2./3).*a.*rt.*x.^3-b.*rt.*x.^2);
9 - W1=d.*V1.*g; F1=P+W1;
10 - y=-9; %% -1부터 -9까지 변화시키며 그래프
11 - r2=abs((1./50)*(2.*rm-rb-rt).*y.^2+(1./10)*(4.*rm-rb-3.*rt).*y-rt);
12 - A2=pi.*r2.^2; V2=-pi.*(0.2.*a.^2*y.^5+(1./3).*b.^2.*y.^3+rt.^2.*y+0.5.*a.*b.*y.^4-(2./3).*a.*rt.*y.^3-b.*rt.*y.^2);
13 - W2=d.*V2.*g; F2=P+W2;
14 - z=-10; r3=abs((1./50)*(2.*rm-rb-rt).*z.^2+(1./10)*(4.*rm-rb-3.*rt).*z-rt);
15 - A3=pi.*r3.^2; V3=-pi.*(0.2.*a.^2*z.^5+(1./3).*b.^2.*z.^3+rt.^2.*z+0.5.*a.*b.*z.^4-(2./3).*a.*rt.*z.^3-b.*rt.*z.^2);
16 - W3=d.*V3.*g; F3=P+W3;
17 - c=10.*vf.^2+0.04*rb.*rt-Pm;
18 - Realsigma1=F1./A1-sigma;
19 - Realsigma2=F2./A2-sigma;
20 - Realsigma3=F3./A3-sigma;
21 - massfunction=W3./g;
22 - xlabel('rb'),ylabel('rt')
23 - title('Mass Minimization Design')
24 - hold on
25 - cv=[0 10];
26 - const1=contour(rb,rt,Realsigma1,cv,'k');
27 - const2=contour(rb,rt,Realsigma2,cv,'b');
28 - const3=contour(rb,rt,Realsigma3,cv,'r');
29 - cm=[0 250000 285000 500000]
30 - const4=contour(rb,rt,massfunction,cm,'y');
31 - cn=[0 100];
32 - const5=contour(rb,rt,c,cn,'m');
33 - hold off
```

2. Numerical analysis

1. Graphic



2. Numerical analysis

2. Optimization decision

fmincon – 목적함수, 구속조건이 모두 비선형이므로 가장 적합

fminsearch – 구속조건을 이용할 수 없지만, 그래프로부터 구속조건 g12 위에서
목적함수가 최소값이 되는 지점이 있을 것으로 예측 가능

새로운 목적함수 = 목적함수² + g12² (≥ 0)
새로운 목적함수의 최소값(0, 즉 active)을 찾음

Genetic algorithm – 비선형 구속조건을 사용할 수 있음
단, 문제의 특성상 fmincon, fminsearch에 비하여
정확도와 효율성이 떨어질 것으로 예상

2. Numerical analysis

3. Analysis

GA : $r_b = 1.442$, $r_t = 1.456$, mass = 286112 kg

정확도 향상을 위해 옵션 조절 → 시간이 오래 걸림

Population size 20 → 300

Initial penalty 10 → 100

Penalty factor 100 → 1000

fminsearch : $r_b = 1.449$, $r_t = 1.448$, start point (1,1), iteration 38

mass함수와 g12함수의 dimension을 맞춰주지 않으면 최적값에 수렴하지 않음
→ 새로운 목적함수가 두 함수의 제곱의 합이기 때문

다른 세 가지 start point(fmincon부분 참조)에 비해 가장 적은 반복 횟수
→ fmincon이 시작점 (1,1)에서 최적값에 수렴하지 않은 것과 비교됨

mass = 286040 kg

2. Numerical analysis

3. Analysis

fmincon : rb = 1.449, rt = 1.449, mass = 286108 kg

```
1 function [history,searchdir] = runfmincon
2     history.x = []; history.fval = []; searchdir = [];
3     n=0; x0 = [2 2];
4     options = optimset('outputfcn',@outfun,'display','iter','largescale','off');
5     xsq1 = fmincon(@mass,x0,[-1 0; 0 -1],[0; 0],[[]],[[]],[[]],[[]],@gg,options);
6     function stop = outfun(x,optimValues,state)
7         stop = false;
8         switch state
9             case 'init'
10                 hold on
11             case 'iter'
12                 n=n+1;
13                 if n<=8,
14                     history.fval = [history.fval; optimValues.fval];
15                     history.x = [history.x; x];
16                     searchdir = [searchdir;optimValues.searchdirection'];
17                     plot(x(1),x(2),'x');
18                     title('Sequence of Points Computed by fmincon');
19                 else
20                     end
21             case 'done'
22                 hold off
23             otherwise
24                 end
25         end
26     end
```

```
xx=x(2));
*b,*xx.^4-(2./3).*a.*x(2).*xx.^3-b.*x(2).*xx.^2);

x(2));
*z.^4-(2./3).*a.*x(2).*z.^3-b.*x(2).*z.^2);
```

2. Numerical analysis

3. Analysis

fmincon : 초기값에 의한 영향 검토

그래프를 통해 예상되는 최적값의 위치는 $r_b=1.4$ m, $r_t=1.4$ m 근방이므로,

네 가지 초기값에 대하여,

Start point 1 : (1,1)

Start point 2 : (1,2)

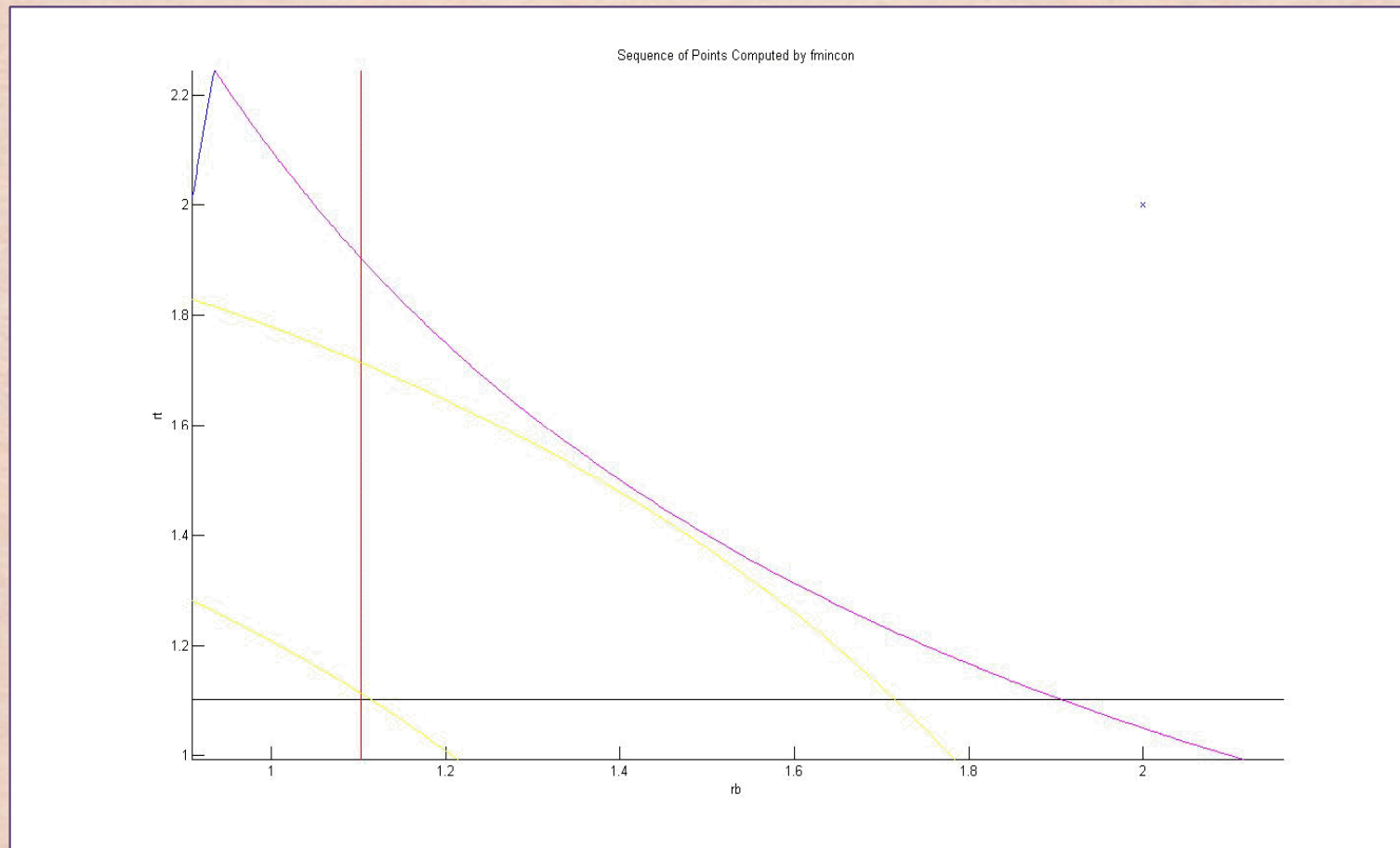
Start point 3 : (2,1)

Start point 4 : (2,2)

반복 과정에서 변수의 이동 경로, 수렴과정과 반복 횟수, 최종 결과를 비교 분석

2. Numerical analysis

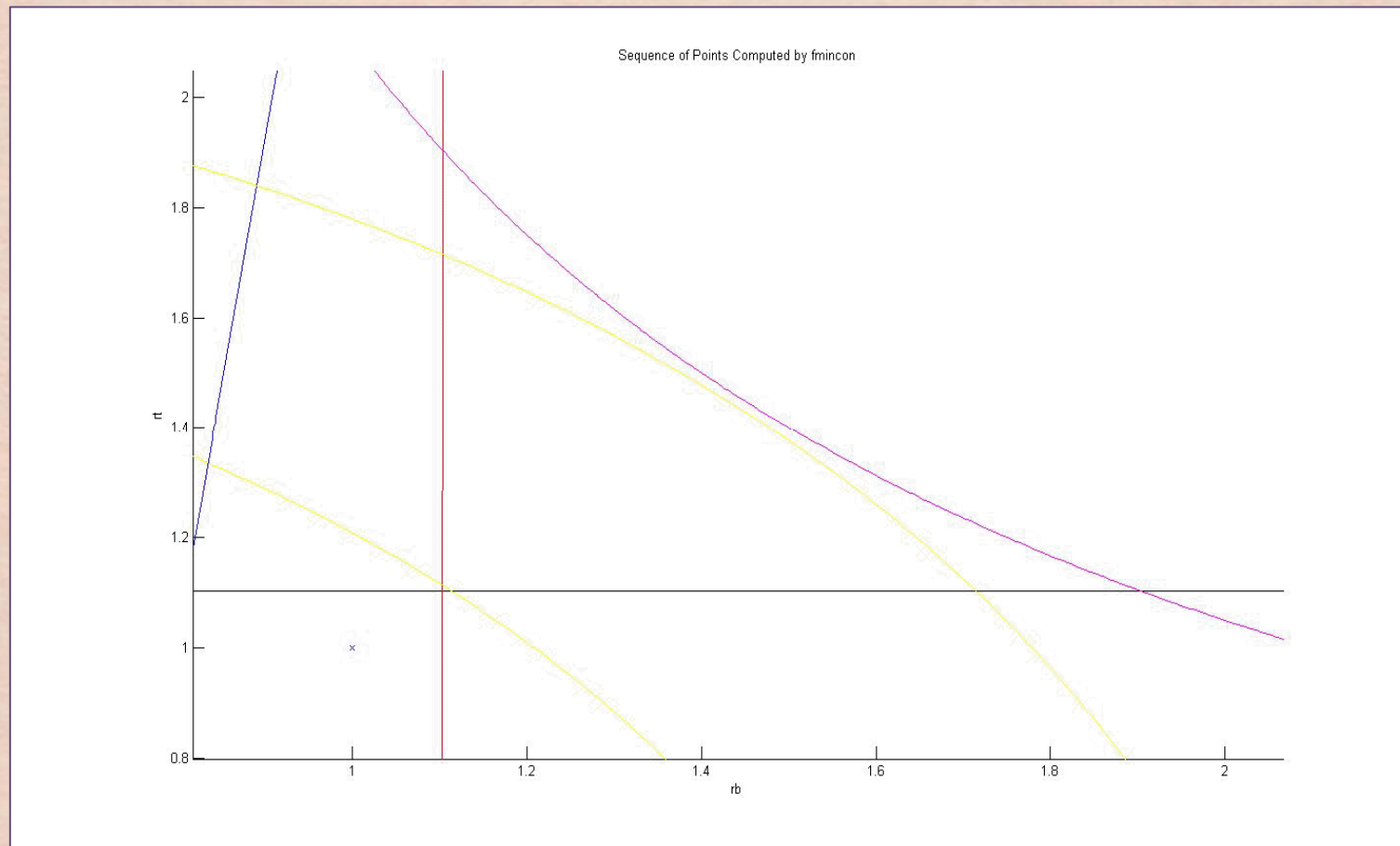
Start point (2,2) iteration : 9 ※ 최적값에 수렴하지 않음!



2. Numerical analysis

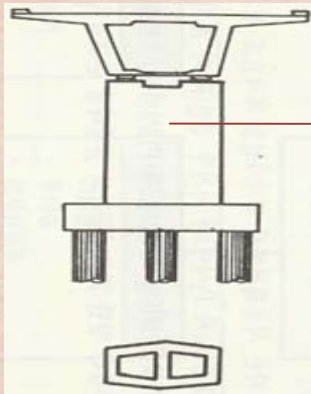
Start point (1,1) iteration : 10

※ 비선형 구속조건을 g13로만 사용한 경우 수렴



3. Comparison

기존 설계와의 비교 (가정 : $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$)



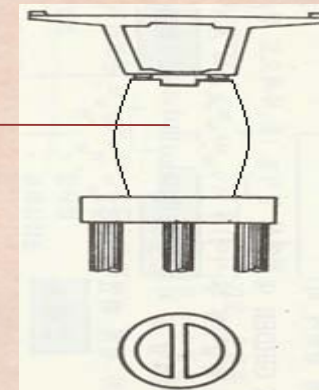
→ 행주대교 교각의 질량 : 409500 kg

사다리꼴 단면적 9 m^2
교각 높이 13 m

WIN 베هل림 기둥 교각의 질량 : 286108 kg ←

$r_b = 1.449 \text{ m}$, $r_t = 1.449 \text{ m}$, $r_m = 1.6926 \text{ m}$
베هل림 기둥 높이 10 m

약 30.1%의 질량감소 효과



4. Consideration

1. 행주대교 교각을 베הל림 기둥 형태로 설계해 본 결과,
약 30.13%의 질량 감소 효과
2. 하지만 이는 formulation 과정에서 사용한 많은 가정이 전제되어 있음
 - > 실제 교각의 설계는 고정하중, 활하중, 충격하중, 프리스트레스, 콘크리트 크립, 건조수축의 영향, 토압 수압, 부력, 양압력, 풍하중, 온도변화의 영향, 내진설계 등 고려해야 할 요소가 훨씬 더 많음
3. 모든 nonlinear inequality constraints를 포함한 m-file를 사용하여 최적해를 구할 경우, 시작점이 $r_b \leq 1$, $r_t \leq 1$ 인 영역에서 해에 수렴하지 않음
 - > 결정적인 constraints(g13)로만 최적해를 찾아도 반복 횟수가 10번으로 가장 많음
 - > 원인 추측
 - 구속조건 g13가 쌍곡선 형태의 함수이기 때문에 반대편의 영향을 받음
 - g1~g12에 의한 간섭

Q&A



감사합니다!

結