



Introduction to Optimum Design

공분산의 최소화를 통한 최적 주식투자

– fund, call option, put option 의 분산투자

**E.S.O (Engineering
Stock & Option Team)**

발표일 : 2010년 10월 15일

담당교수 : 민승재 교수님

조 원 : 조현수, 홍순욱

조 이름 : Engineering
Stock & Option



Contents

1. Problem statement

2. Data & Information collection

3. Design variables

4. Identification of a Criterion to be optimized

5. Identification of constraints



1. Problem Statement

주식투자에 공학을 이용하는 이유?

- 금융공학(financial engineering)은 다양한 금융자산을 효율적으로 관리하는데 필요한 이론과 실무적 기법을 포괄적으로 다루는 첨단학문임.
- 금융기관과 기업의 투자활동과 관련하여 주가, 이자율, 환율, 원유, 원자재 가격의 급격한 변동으로 경영위험이 해를 거듭할수록 증폭되고 있으므로 이를 효과적으로 관리하는 것이 경영의 중요한 목표가 되고 있음.
- 이러한 위험을 분석하고 효율적으로 관리하기 위한 학문이 금융공학임.



1. Problem Statement

달걀을 한 바구니에 절대 담지 마라 - 분산투자

분산투자란 종목의 개별 위험등 집중투자의 위험을 방지하기 위하여 여러 개의 종목에 나누어 투자하는 방법을 일반적으로 뜻한다. 1960년대에서 70년대를 거치면서 새로운 투자세대에 의하여 현재까지 포트폴리오 구성의 주류로 인정을 받고 있는 방법이다. 1960년대와 70년대, 80년대는 투자론 분야에서 수학을 많이 이용한 방법론들이 성행하였고, 학자(경제학과 수학, 물리학 등)들이 투자분야의 현업에 많이 뛰어들기도 하였다. 그러한 시대적 흐름에 의하여 집중투자의 리스크(잃을 수 있는 확률)를 줄이면서 일정 투자수익률을 올릴 수 있는 분산투자가 큰 호응을 이끌어 내었다. 개인투자자들의 경우에도 특출한 능력을 보유하고 있지 않다면 분산투자가 적합한 투자방법이라고 생각된다

투자 수익률 간의 공분산
(상관관계)가 높다
= 달걀을 한 바구니에
담는다

투자 수익률 간의 공분산
(상관관계)가 낮다
= 달걀을 여러 바구니에
나누어 담는다

**투자 수익률 간의
분산 최소화가 필수적!**



2. Data & Information collection

주식(Stock)

- 주식회사의 자본을 이루는 단위로서의 금액 및 이를 전제로 한 주주의 권리·의무(주주권).

콜 옵션(call option)

- 옵션거래에서 특정한 기초자산을 만기일이나 만기일 이전에 미리 정한 행사가격으로 살 수 있는 권리.



2. Data & Information collection

풋 옵션(Put option)

- 옵션거래에서 특정한 기초자산을 장래의 특정 시기에 미리 정한 가격으로 팔 수 있는 권리.

공매(Short selling)

- 실물 없이 주식 등을 파는 행위.
(본 프로젝트에서 변수가 음수가 나올 경우, 공매에 해당됨.)



2. Data & Information collection

Call 매도



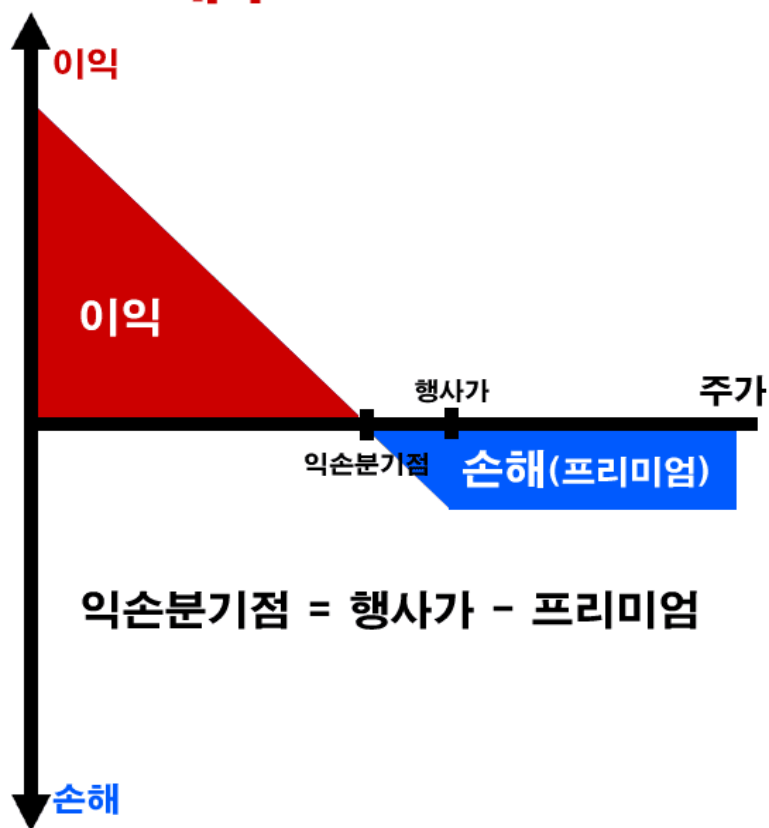
Call 매수





2. Data & Information collection

Put 매수

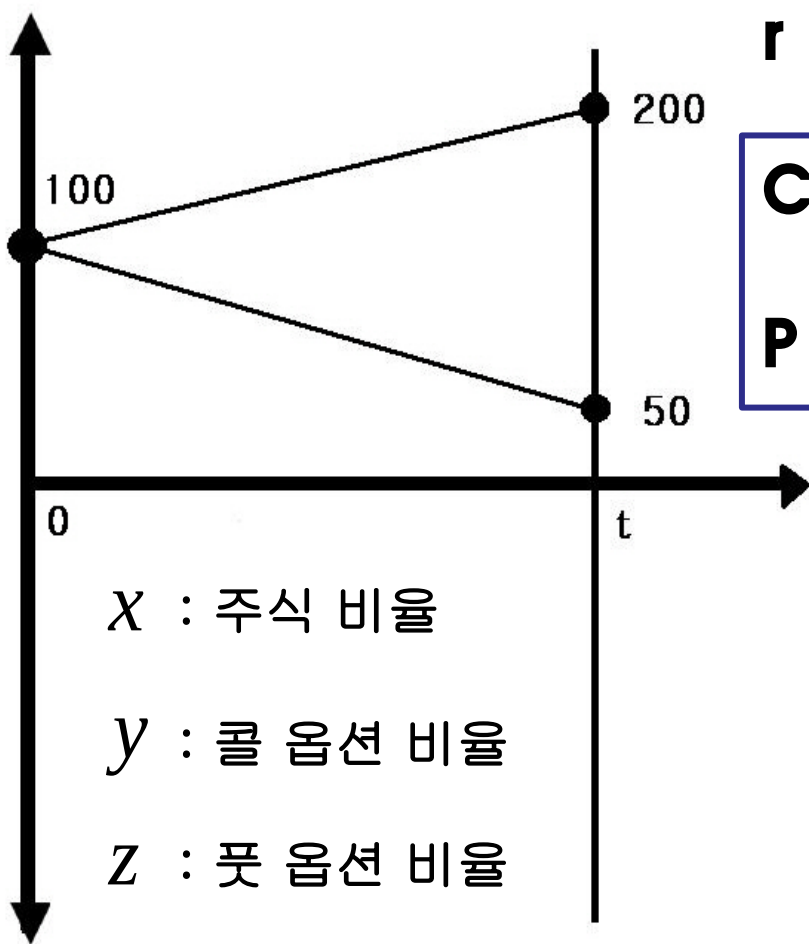


Put 매도





2. Data & Information collection



$$r = 5.25\%$$

$$C = \$30$$

$$P = \$20$$

옵션행사가격 : \$150

x : 주식 비율

y : 콜 옵션 비율

z : 풋 옵션 비율

주식이 \$200 일 때
: $200x + (200 - 150)y$

주식이 \$50 일 때
: $50x + (150 - 50)z$



2. Data & Information collection

자산가치가 동등 하려면(즉, 주가에 상관없이 일정 하려면)
주가가 \$200으로 올랐을 때, \$50으로 내렸을 때가 동일해야
하므로,

$$200x + (200 - 150)y = 50x + (150 - 50)z$$



$$3x + y = 2z$$

위 식을 만족 해야 한다.



2. Data & Information collection

주식과 콜 옵션, 풋 옵션은 그 수량을 비율로써 가지므로,
각 비율의 합은 '1'이 되어야 한다. 따라서,

$$x + y + z = 1$$

위 관계를 $3x + y = 2z$ 에 대입하면,

$$3x + y = 2z$$

$$x + y + z = 1$$

$$5x + 3y = 2$$



2. Data & Information collection

주가가 \$200 으로 올랐을 때, 시점 $t=0$ 에서 투자한 돈의 $t=t$ 에서의 미래가치는 $t=t$ 에서의 수익률보다 작아야 하므로,

$$(50y + 200x) - (100x + Cy + Pz)(1 + r) \geq 0$$

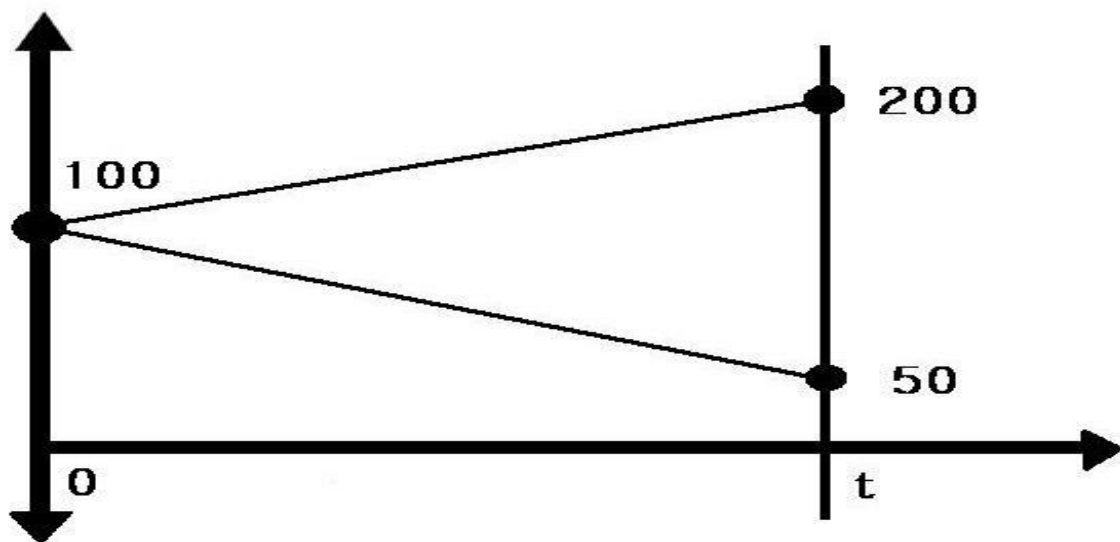
주가가 \$50 으로 내렸을 때, 시점 $t=0$ 에서 투자한 돈의 $t=t$ 에서의 미래가치는 $t=t$ 에서의 수익률보다 작아야 하므로,

$$(100z + 50x) - (100x + Cy + Pz)(1 + r) \geq 0$$

– 위 식들은 Constraints 가 됨!!



2. Data & Information collection



x : 주식 비율

y : 콜 옵션 비율

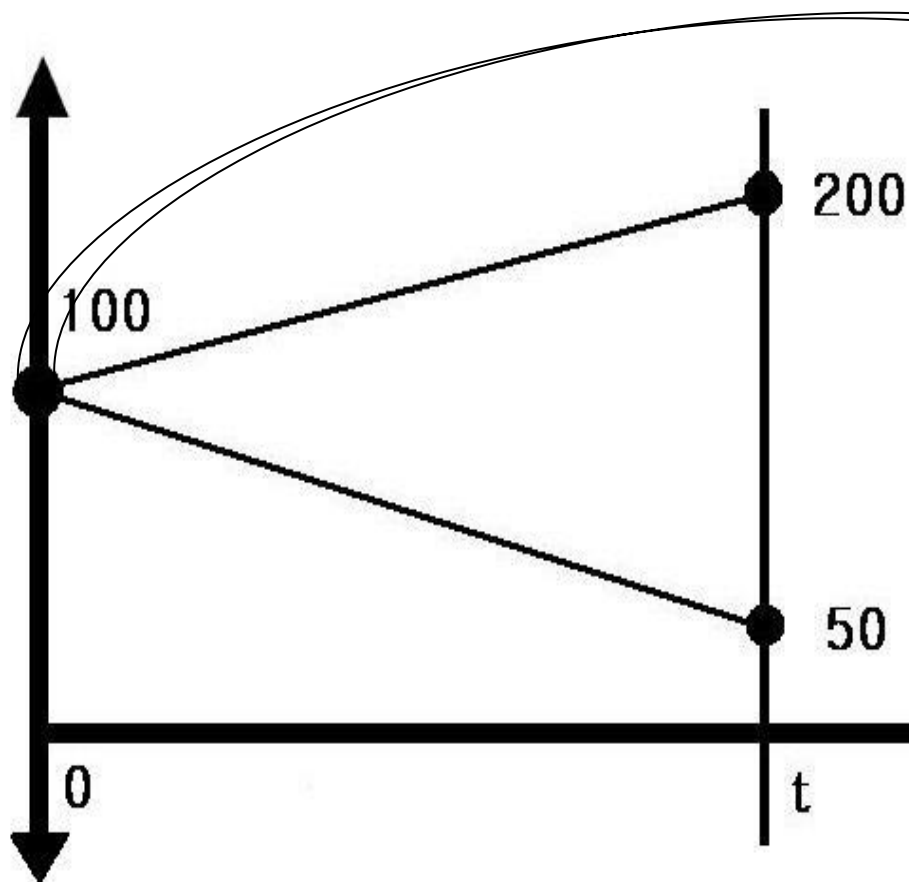
z : 풋 옵션 비율

$$(50y + 200x) - (100x + Cy + Pz)(1+r) \geq 0$$

$$(100z + 50x) - (100x + Cy + Pz)(1+r) \geq 0$$



3. Design variables



X : 주식 비율

y : 콜 옵션 비율

Z : 풋 옵션 비율



3. Design variables

투자 자금을 주식과 콜 옵션, 풋 옵션으로 분산하여 투자

- 3개의 종목: X (주식), Y (콜 옵션), Z (풋 옵션)
- 투자비중: x, y, z ($x + y + z = 1$)
- 각각의 투자수익률: $R1, R2, R3$
- 포트폴리오의 투자수익률: $R = xR1 + yR2 + zR3$



3. Design variables

- 투자수익률의 포트폴리오: $(R1, R2, R3)$
- 투자 비중: x, y, z (독립변수) ($x + y + z = 1$)
- 포트폴리오의 투자수익률:
$$R = xR1 + yR2 + zR3 \text{ (실제: 2변수함수)}$$
- 목적함수: $Var(R)$



4. Identification of a Criterion to be optimized

투자수익률의
공분산 행렬

각 기대 투자수익률:

$$E(R_1)=0.08$$

$$E(R_2)=0.06$$

$$E(R_3)=0.04$$

공분산	X	Y	Z
X	0.0064	0.0012	0.0014
Y	0.0012	0.0025	0.0006
Z	0.0014	0.0006	0.0009



4. Identification of a Criterion to be optimized

$$\text{Objective } f(x, y) = \text{Var}(R) = \text{Cov}(R, R)$$

$$= \text{Cov}(xR1 + yR2 + zR3, xR1 + yR2 + zR3)$$

$$= x^2 \text{Var}(R1) + y^2 \text{Var}(R2) + z^2 \text{Var}(R3)$$

$$+ 2xy \text{Cov}(R1, R2) + 2xz \text{Cov}(R1, R3) + 2yz \text{Cov}(R2, R3)$$

$$= 1 \times 10^{-4} (64x^2 + 25y^2 + 9z^2 + 24xy + 28xz + 12yz)$$



4. Identification of a Criterion to be optimized

$$\text{Objective } f(x, y) = \text{Var}(R) = \text{Cov}(R, R)$$

$$= \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Var}(x) & \text{Cov}(x, y) & \text{Cov}(x, z) \\ \text{Cov}(y, x) & \text{Var}(y) & \text{Cov}(y, z) \\ \text{Cov}(z, x) & \text{Cov}(z, y) & \text{Var}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$= 1 \times 10^{-4} (64x^2 + 25y^2 + 9z^2 + 24xy + 28xz + 12yz)$$



5. Identification of constraints

Subject to :

- $y \geq -5.1425x - 1.1425$
- $y \leq -1.7498x + 2.5005$
- $5x + 3y = 2$

$$\left. \begin{aligned} (50y + 200x) - (100x + Cy + Pz)(1+r) &\geq 0 \\ (100z + 50x) - (100x + Cy + Pz)(1+r) &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} y &\geq -5.1425x - 1.1425 \\ y &\leq -1.7498x + 2.5005 \end{aligned} \right\}$$

$r = 5.25\%$
 $C = \$30$
 $P = \$20$

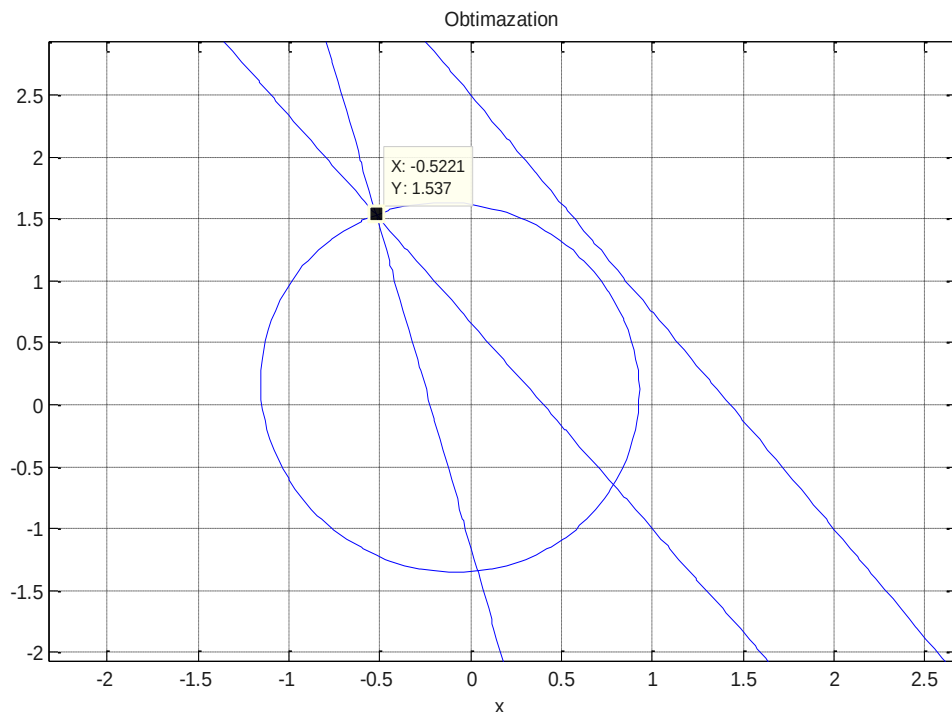


Result

-Excel 해 찾기를 통한 결과

x	-0.5205	subject to	c1	1.534164
y	1.534164		c2	3.411269
z	-0.01367			
minimize	0.005696			

-MATLAB Graph





**E. S. O (Engineering
Stock & Option Team)**

Q & A



순순히 **A+을 준다면** 유혈사태는 일어나지 않을 것입니다.