

Topology Optimization

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea



한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

CDL Computational
Design
Lab

목차

- 예제 문제
 - 2D structure example:
 - compliance minimization problem
 - volume minimization problem
 - eigenvalue maximization problem
 - Practical example: automotive control arm (with manufacturing constraint)
 - volume minimization problem
- 해석 프로세스
 - 기하형상 생성
 - 재료 물성 및 특성 입력
 - 요소망 생성
 - 구속조건 설정
 - 하중조건 설정
 - 최적설계 문제 정식화 및 최적설계 실행
 - 후처리

TOPOLOGY OPTIMIZATION

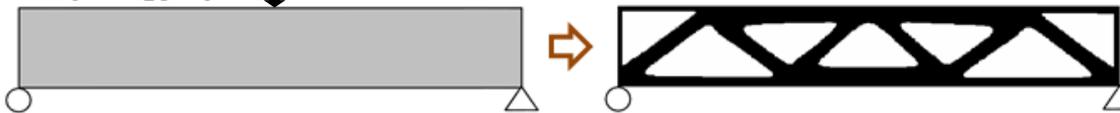
Size optimization



Shape optimization



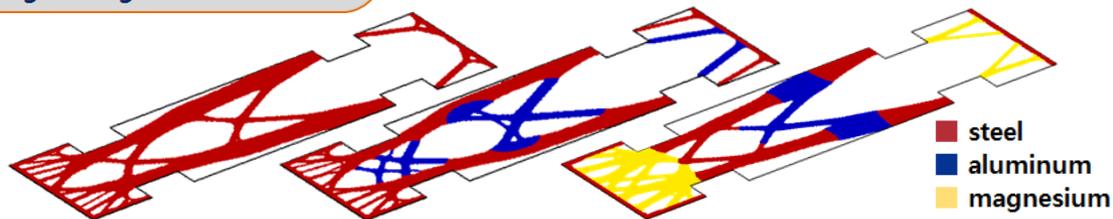
Topology optimization



BIW design for weight reduction



Underbody design using light-weight material



TOPOLOGY OPTIMIZATION: NFX

표 5.11.1 목적함수에 따른 문제구성 종류

목적함수	설계 제약조건	관련 해석	제조조건(공통)
정적 컴플라이언스(최소)	부피비	· 선형 정적 해석	· 성형 방향 · 대칭 조건 (1~3축 대칭)
동적 컴플라이언스(최소)	부피비	· 주파수 응답 해석	
부피비(최소)	변위/응력	· 선형 정적 해석 · 주파수 응답 해석 (변위제약)	
평균 고유치(최대)	부피비	· 모드 해석	
부피비(최소)	모드	· 모드 해석	

표 5.11.2 재료 보간 방법

	SIMP solid isotropic material with penalization	RAMP ¹² rational approximation of material properties
보간식	$k_e(x_e) = x_e^p k_{e0}$	$k_e(x_e) = \frac{x_e}{1+q(1-x_e)} k_{e0}$
미분식	$\frac{\partial k_e}{\partial x_e} = p x_e^{p-1} k_{e0}$	$\frac{\partial k_e}{\partial x_e} = \frac{1+q}{[1+q(1-x_e)]^2} k_{e0}$
관련해석	선형 정적	모달, 주파수 응답
벌칙계수	$p = 3.0 \sim 4.0$	$q = 5.0 \sim 6.0$

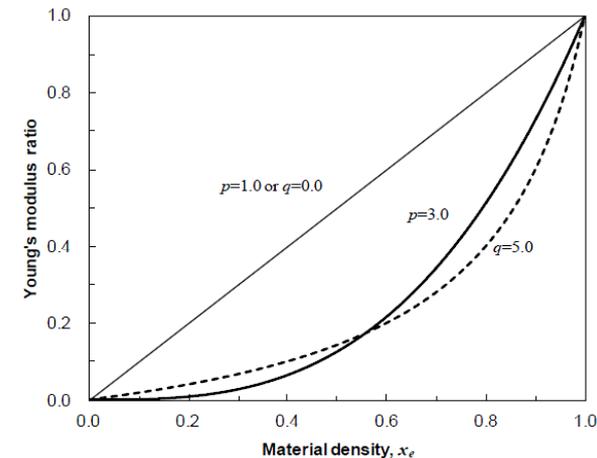
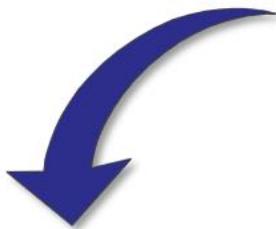


그림 5.11.1 재료보간모델별 밀도에 따른 강성비

TOPOLOGY OPTIMIZATION: NFX

최적화 문제 구성



최적화 문제 구성 예

목적함수	부피 최소화
구속조건	변위제한 0.05mm
설계변수	요소 형상 밀도

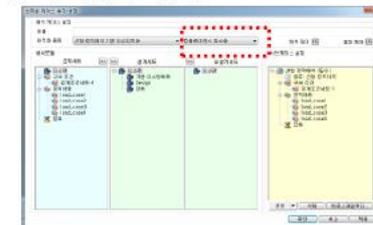
➤ 위상최적화란?

최적설계를 하고자 하는 설계영역의 구속조건과 설계변수를 설정하고 목적함수를 만족하는 최적모델을 생성하는 해석입니다

➤ 최적화 문제 구성

- 목적함수는 부피나 질량과 같이 줄이거나 키우고 싶은 값을 의미합니다.
- 구속조건은 변위나 응력처럼 만족해야 하는 설계조건을 의미합니다.
- 설계변수는 치수나 재료 특성처럼 결정해야 할 설계인자들입니다.

① 목적함수 정의



② 구속조건 정의



③ 설계변수 정의

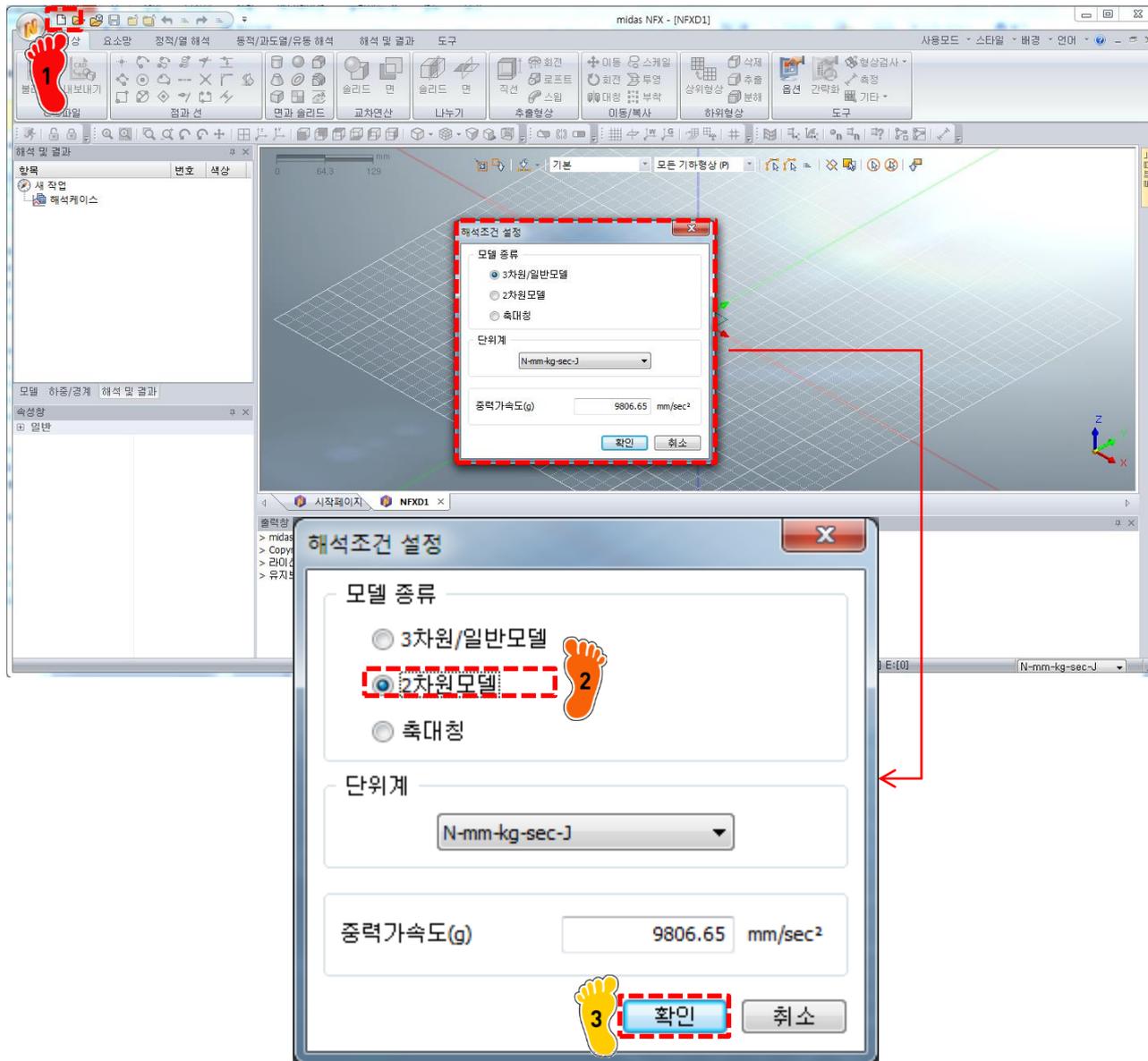


2D STRUCTURE

목적함수: 컴플라이언스 최소화
구속조건: 부피율



기하형상 생성 [1]

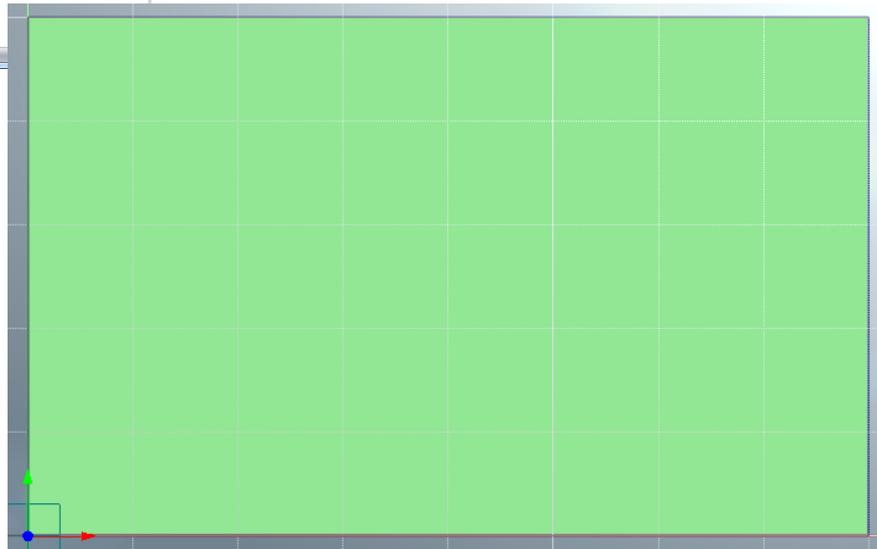
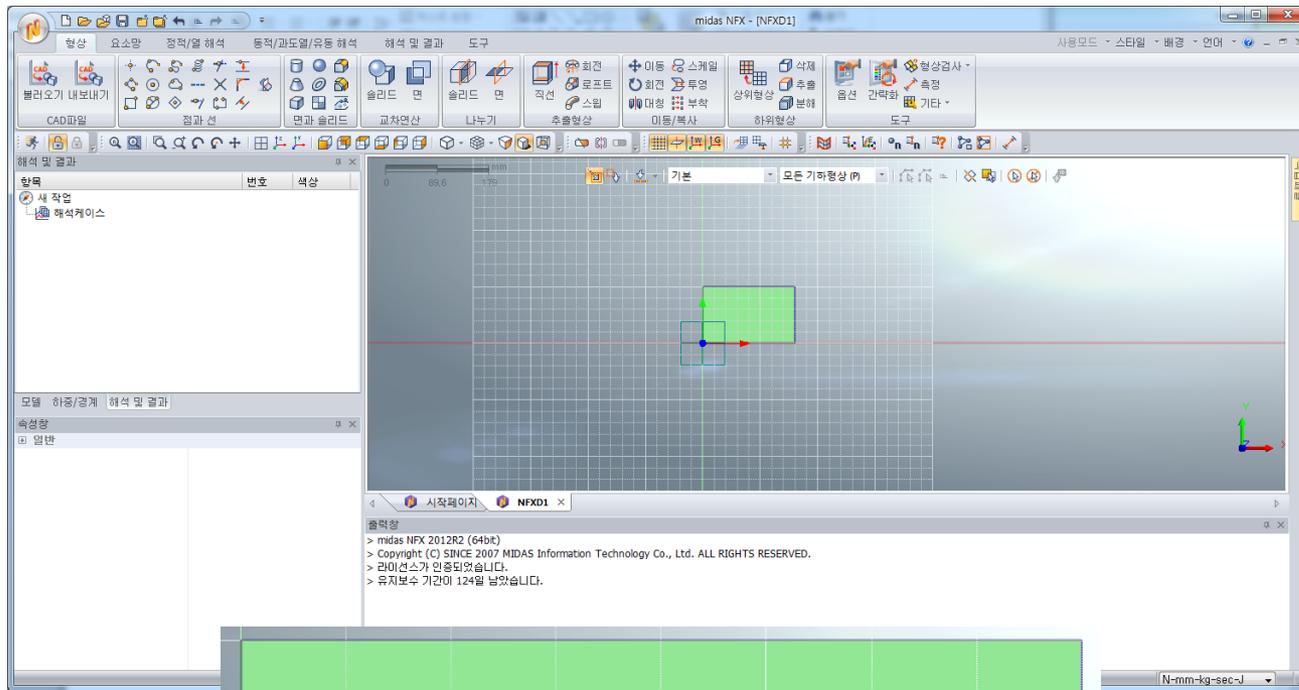


1 새로 만들기 클릭

2 2차원 모델 선택

3 확인

기하형상 생성 [2]



가로 160 mm
세로 100 mm

직사각형 생성

재료 물성 및 특성 입력



두께 1 mm
2차원 특성 생성

재료는 기본 재료인
Alloy Steel 이용

2차원 특성 생성/변경

판

번호 1 이름 2차원 특성 색상

재료 1: Alloy Steel

재료좌표계

좌표계 전체직교좌표계

각도 0 [도]

두께

균일두께

기준함수 없음

T / T1 1 mm T2 1 mm

T3 1 mm T4 1 mm

비구조질량 0 kg/mm²

면내회전자유도 포함

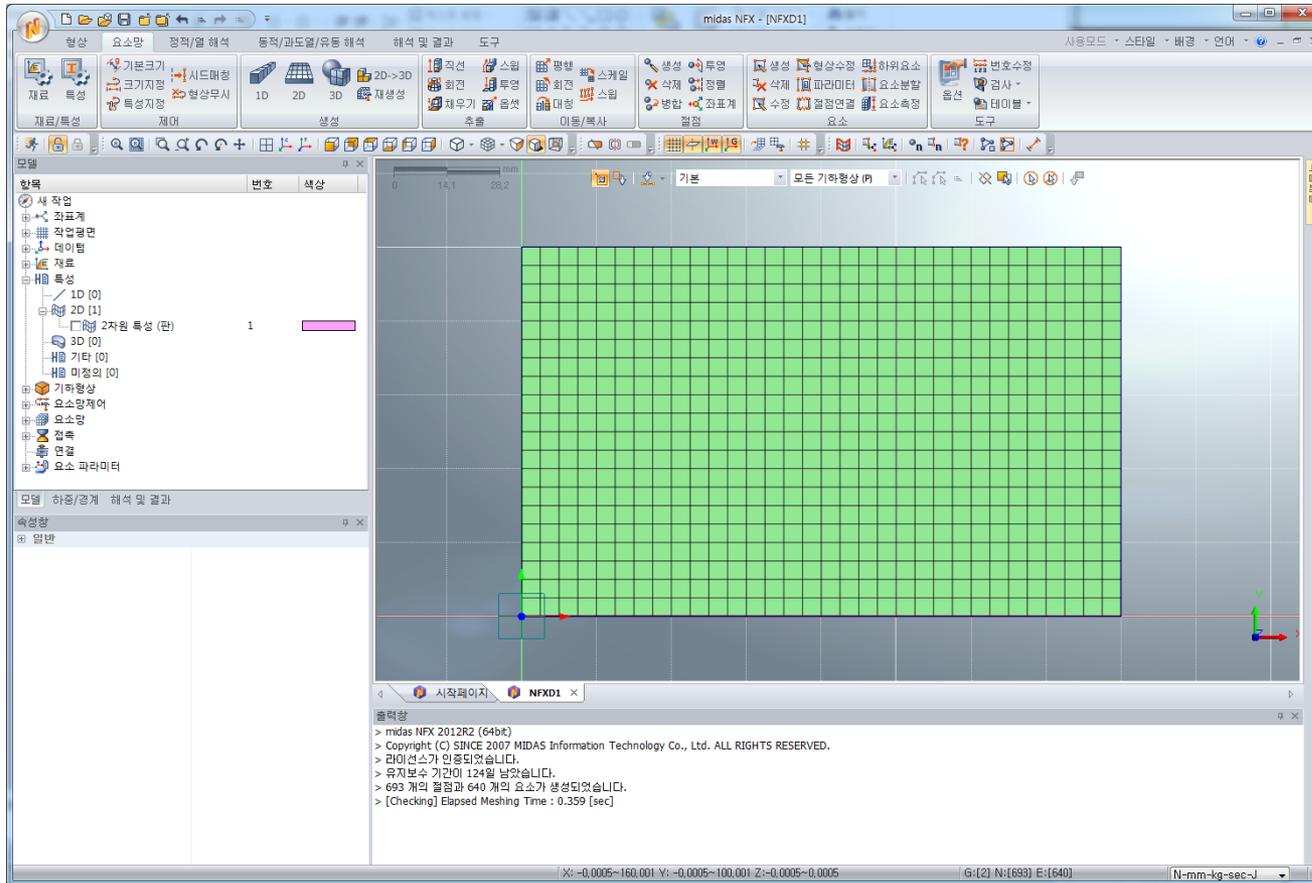
특성 추가/수정

번호	이름	종류	하위종류	생성
1	2차원 특성	2D	판	<input type="button" value="생성"/> <input type="button" value="수정..."/> <input type="button" value="복사"/> <input type="button" value="삭제"/>

요소망 생성



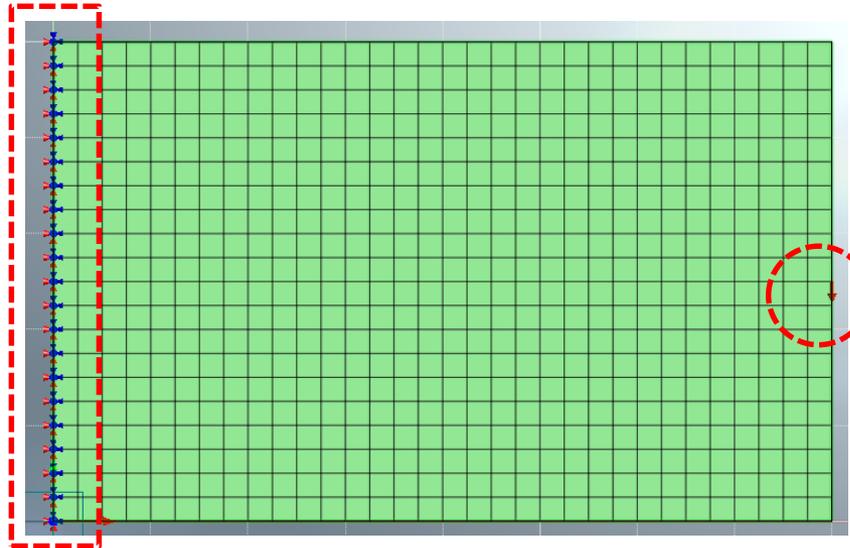
크기 5인 2차원 요소망 생성



구속조건 및 하중조건 설정

1 고정구속

2 가운데 절점에 Y방향 단위 하중 (-1N) 입력



집중하중

집중하중 모멘트하중

이름: 집중하중-1

대상형상 종류: 절점

1개 대상 선택됨

하중타입: 총합력 개별하중

참조방향 종류: 좌표계

참조좌표계: 전체직교좌표계

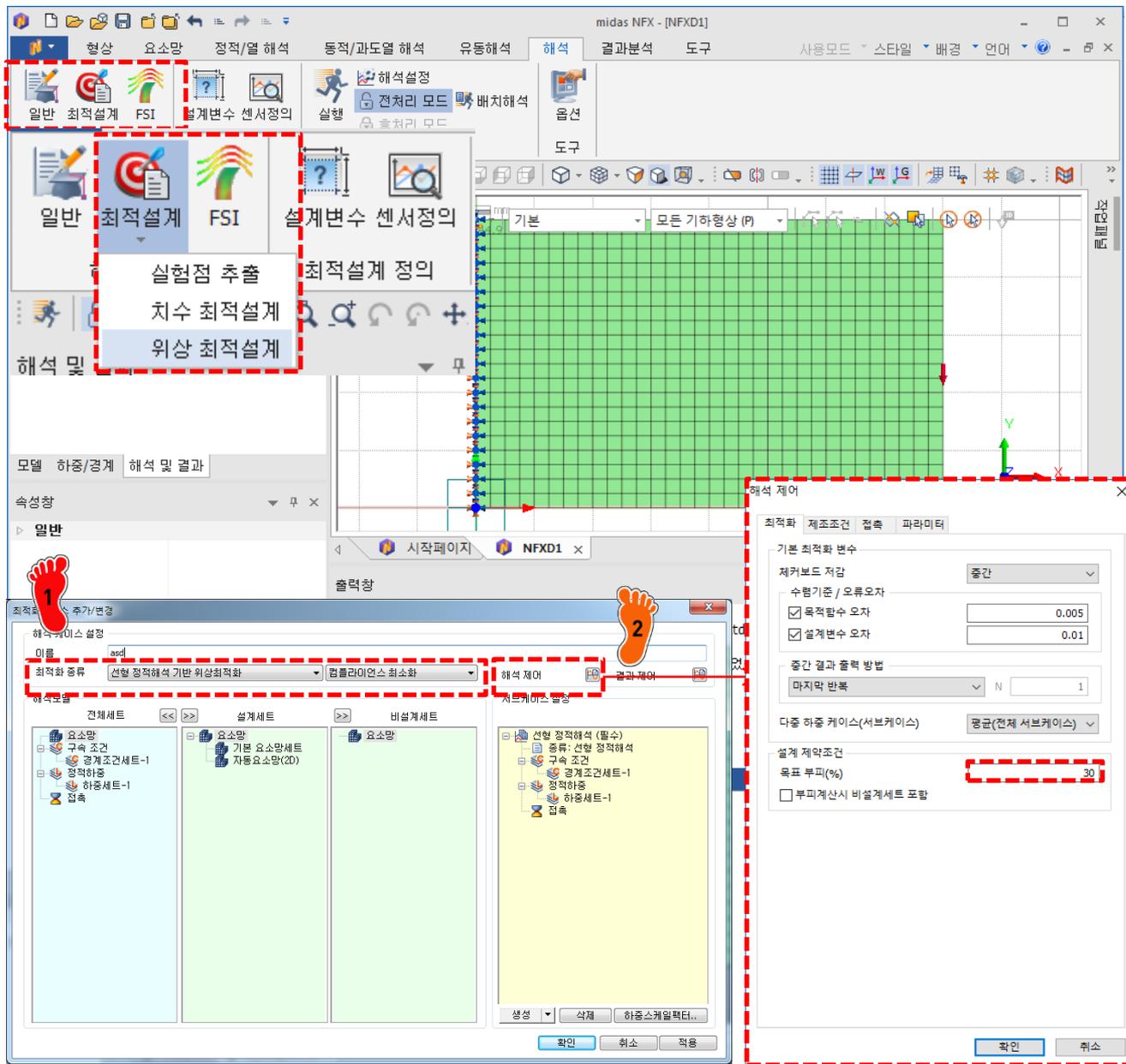
하중성분 기준함수: 없음

X	0	N
Y	-1	N
Z	0	N

하중세트: 하중세트-1

확인 취소 적용

해석 케이스 정의 및 해석 실행



해석 케이스
선형 정적해석 기반 위상최적화, 컴플라이언스 최소화 선택



해석 제어에서
설계변수 오차 체크 후 목표 부피 30% 변경

최적화 수행



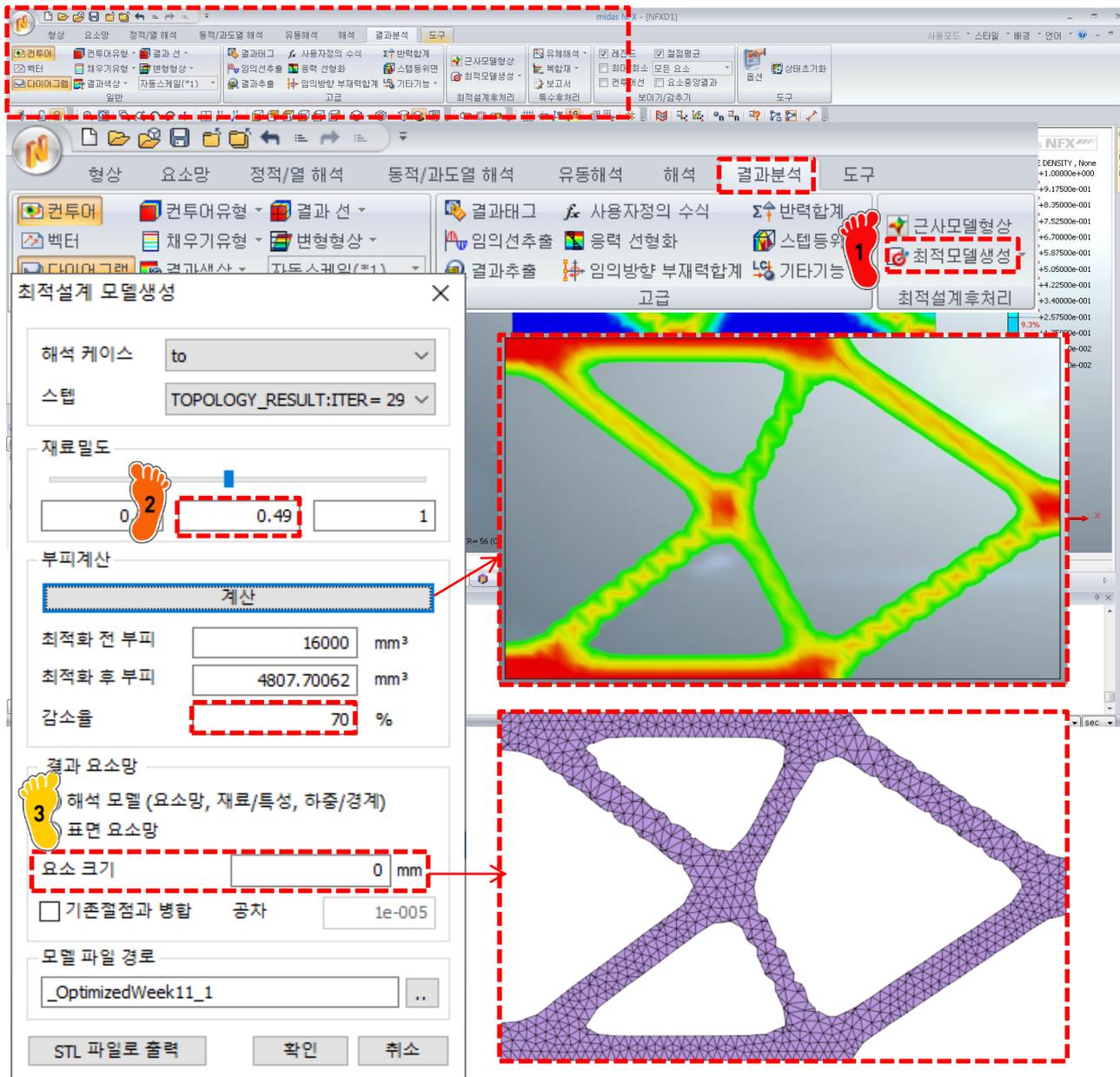
후처리 [1]

The screenshot shows the Midas NFX post-processing interface. On the left, the '해석 및 결과' (Analysis and Results) tree is visible, with the final iteration 'ITER= 29 (OBJ)=2.683e-00...' selected. The main window displays a stress distribution plot on a star-shaped structure. A legend on the right indicates stress values ranging from 3.2% to 14.6%. At the bottom, a graph titled 'Objective Function vs. Iteration' shows the convergence of the objective function over 30 iterations, starting at 2.00e-003 and stabilizing around 0.25e-003.

1 해석 및 결과 창에서 맨 마지막 결과의 재료밀도 클릭

2 재료 밀도가 1에 가까울수록 중요한 파트라고 볼 수 있음

후처리 [2]



1 '결과분석' 탭메뉴에서 '최적 모델 생성' - 위상최적화 클릭

2 재료밀도를 조절하여 감소율 70%로 조정 후 계산 클릭 및 형상 확인

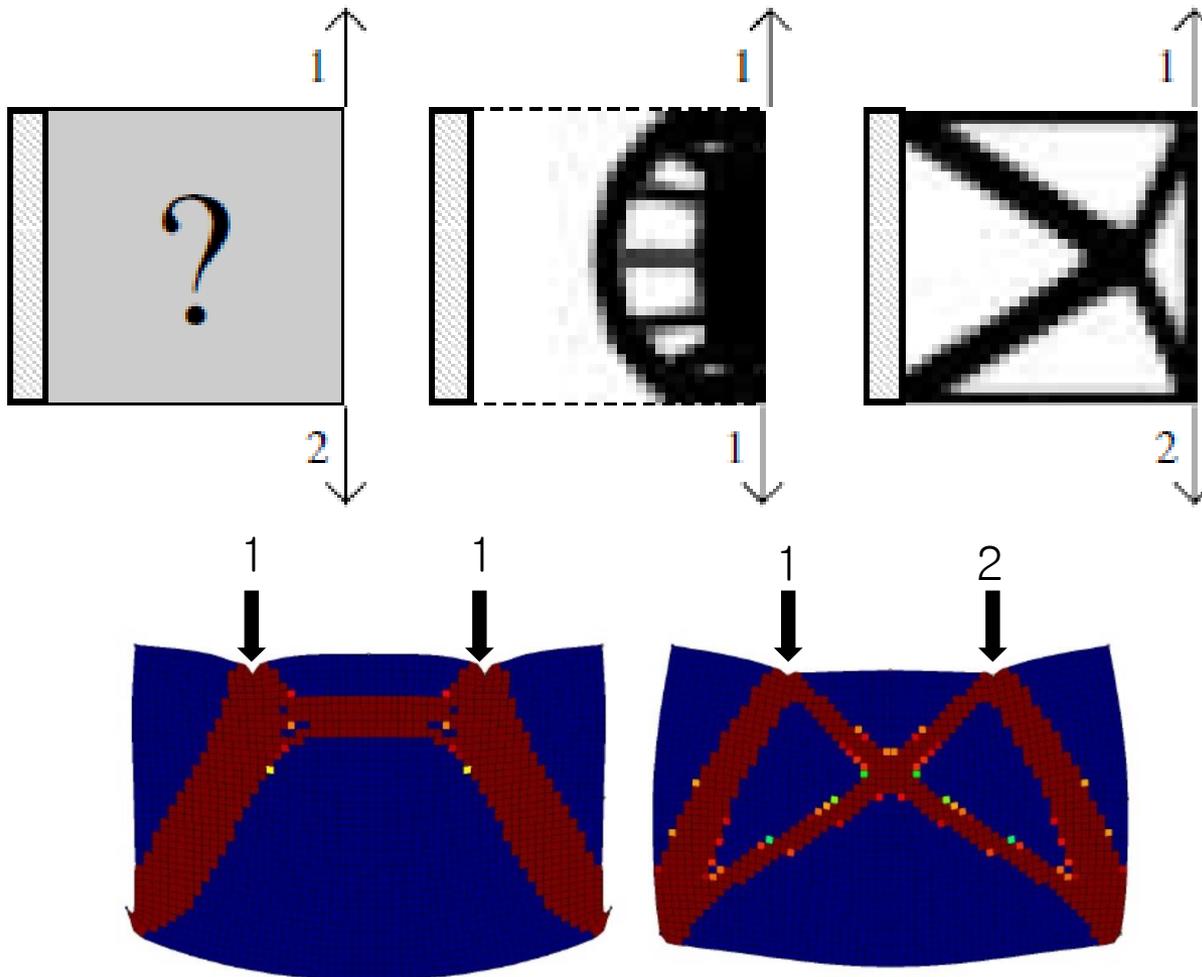
3 요소 크기를 입력한 후 확인을 누르면 최적설계 결과가 유한요소모델로 자동 생성 (절점에 부여한 하중 및 경계조건은 사라짐)

2D STRUCTURE (다중 하중)

목적함수: 컴플라이언스 최소화
구속조건: 부피율

다중 하중 조건

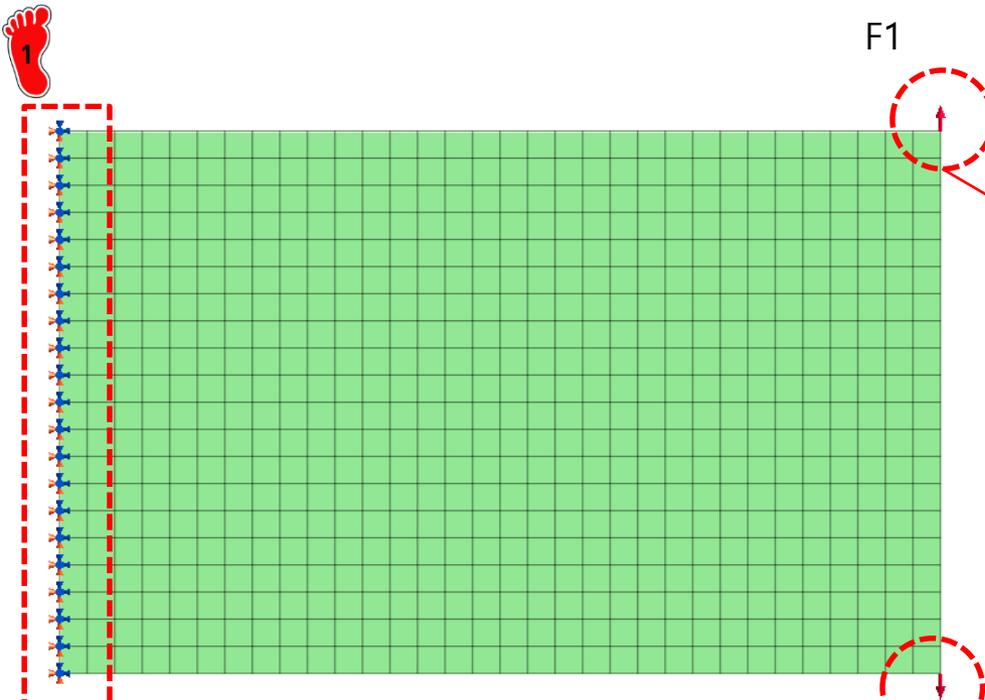
- Combined load vs. Multiple loads



2001, O. Sigmund, "A 99 line topology optimization code written in Matlab", *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 21

2008, F. Wein, "Topology Optimization Using the SIMP Method", Presentation at LSE

구속조건 및 하중조건 설정



2

진동하중

진동하중 모인트하중

이름 진동하중-3

대상할상 종류 결연

대상선택

하중종류 통합력 개별하중

참조방향 종류 좌표계

참조좌표계 전체적고좌표계

하중성분 기준함수 없음

X	0	N
Y	1	N
Z	0	N

하중세트 하중세트-1

확인 취소 적용

F1

F2

진동하중

진동하중 모인트하중

이름 진동하중-4

대상할상 종류 결연

대상선택

하중종류 통합력 개별하중

참조방향 종류 좌표계

참조좌표계 전체적고좌표계

하중성분 기준함수 없음

X	0	N
Y	-1	N
Z	0	N

하중세트 하중세트-2

확인 취소 적용

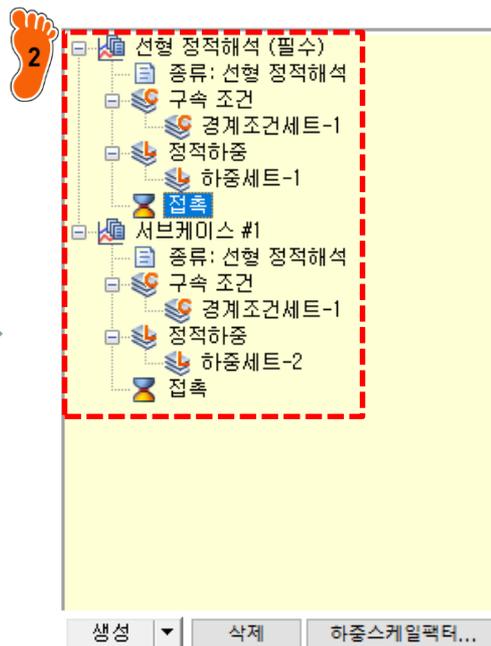
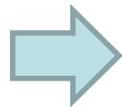
1

고정구속

2

두 가지 하중 조건에 대해 이름 다르게 하중 세트 생성

해석 케이스 정의 및 해석 실행



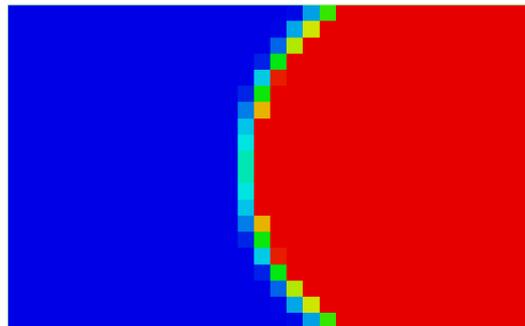
1 생성 → 선형 정적 해석 클릭

2 그림과 같이 구속 조건 및 하중 조건 세팅

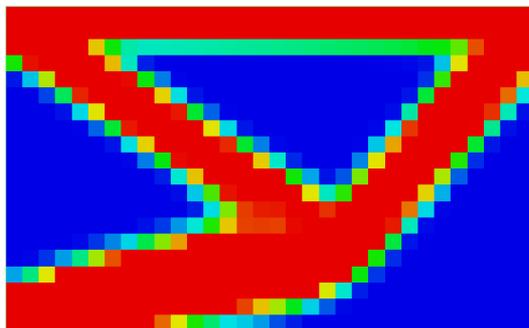
최적화 수행

최적화 결과

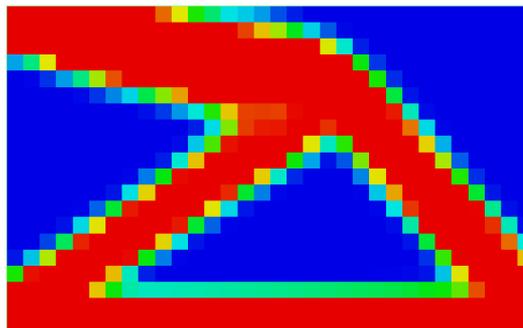
Combined load



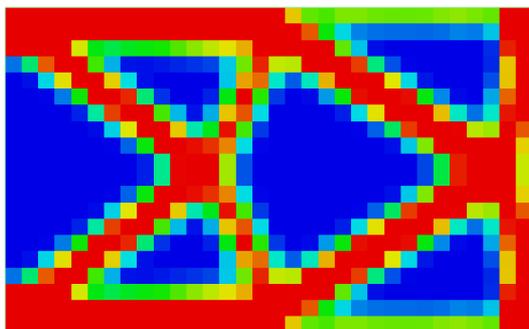
Single load 1



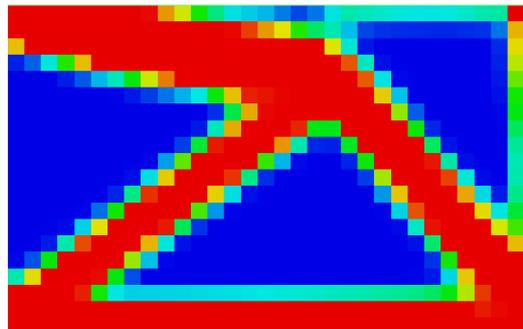
Single load 2



Multiple loads (F1:F2=1:1)



Multiple loads (F1:F2=1:2)



Combined load의 경우 하중을 동시에 적용한 경우에 대해, Multiple loads의 경우 각각의 하중 모두에 대한 최적화 결과가 나타나게 됨

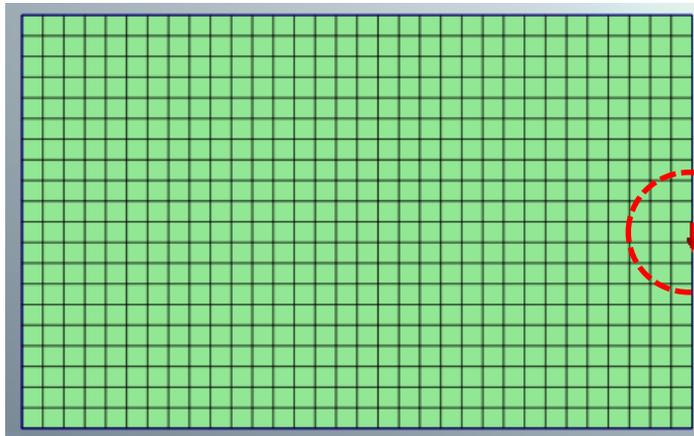
2D STRUCTURE

목적함수: 부피 최소화
구속조건: 변위

하중조건 변경



하중 크기를 -500 N 으로 변경



집중하중

집중하중 모멘트하중

이름 집중하중-2

대상형상
종류 절점

1개 대상 선택됨

하중타입
 총합력 개별하중

참조방향
종류 좌표계

참조좌표계 전체직교좌표계

하중성분
기준함수 없음

X	0	N
Y	-500	N
Z	0	N

하중세트 하중세트-1

확인 취소 적용

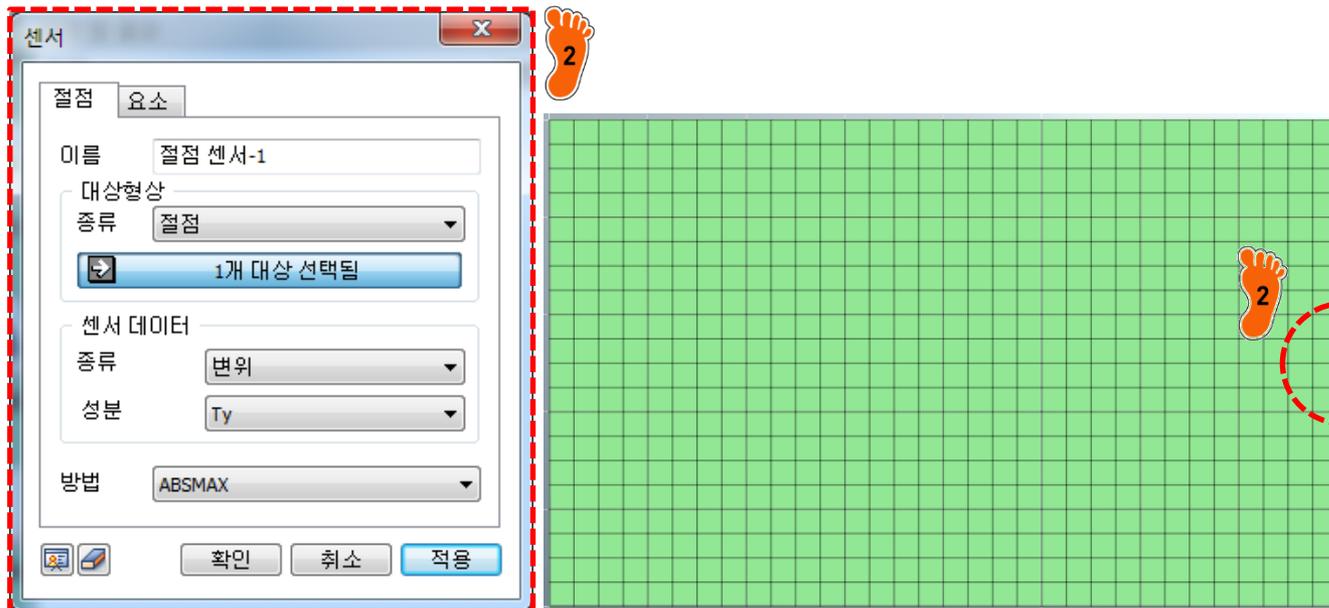
센서 추가



1 해석 탭 메뉴에서 '센서정의' 클릭

2 하중점 선택 후
변위, Ty, ABSMAX 선택

확인



해석 케이스 변경: 변위제한조건

최적화케이스 추가/변경

해석 케이스 설정

이름: asd

최적화 종류: 선형 정적해석 기반 위상최적화

부피 최소화

해석 제어

결과 제어

해석모델

전체세트

설계세트

비설계세트

서브케이스 설정

서브케이스 제어

서브케이스 결과

종류: 선형 정적해석 (결과)

구속 조건

경계조건세트-1

정적하중

하중세트-1

접촉

서브케이스 제어

설계 제약조건

제약조건 종류

응력

변위

피로

변위제약조건

	센서	조건	값
1	1: 질점 센서-	1: 이하 (<=)	0.1000

제약조건이 설계 민감도

확인

취소

1 최적화 종류
선형 정적해석 기반 위상최
적화, 부피 최소화 선택

2 서브케이스 제어에서 제약
조건 타입 변위 선택

절점 센서 입력
조건 이하로 입력
값 0.1 입력

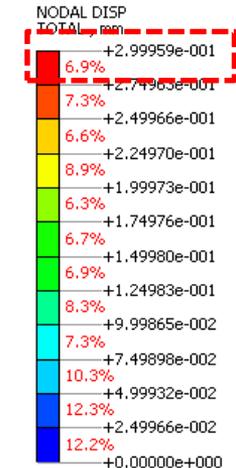
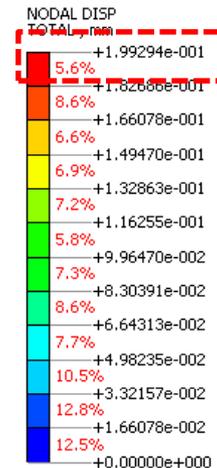
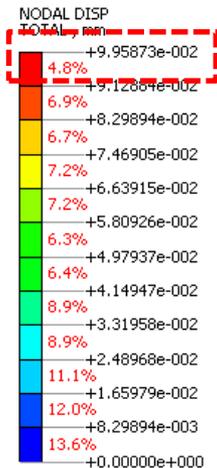
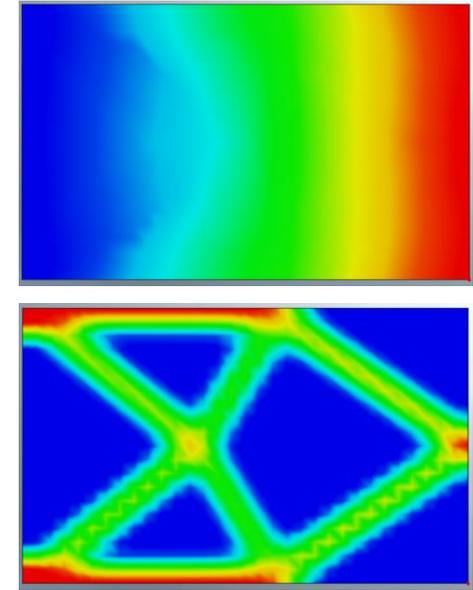
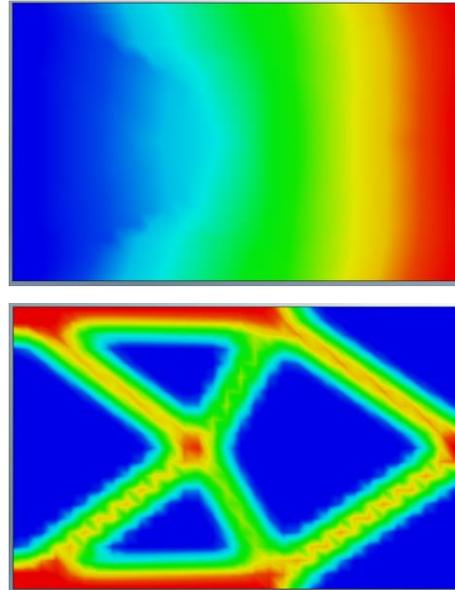
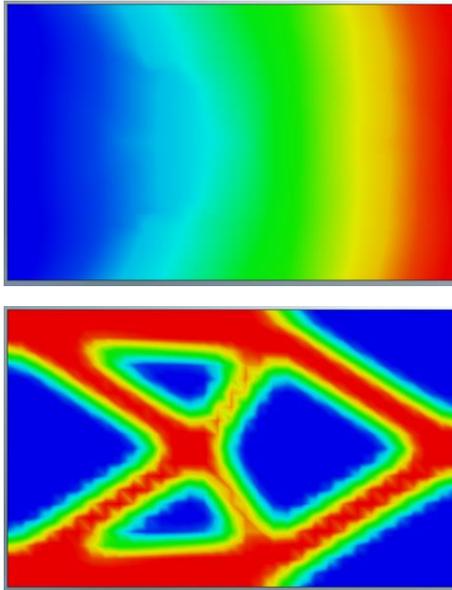
최적화 수행

후처리

변위 제약조건 0.1
→ 부피율: 50.8%

변위 제약조건 0.2
→ 부피율: 32.5%

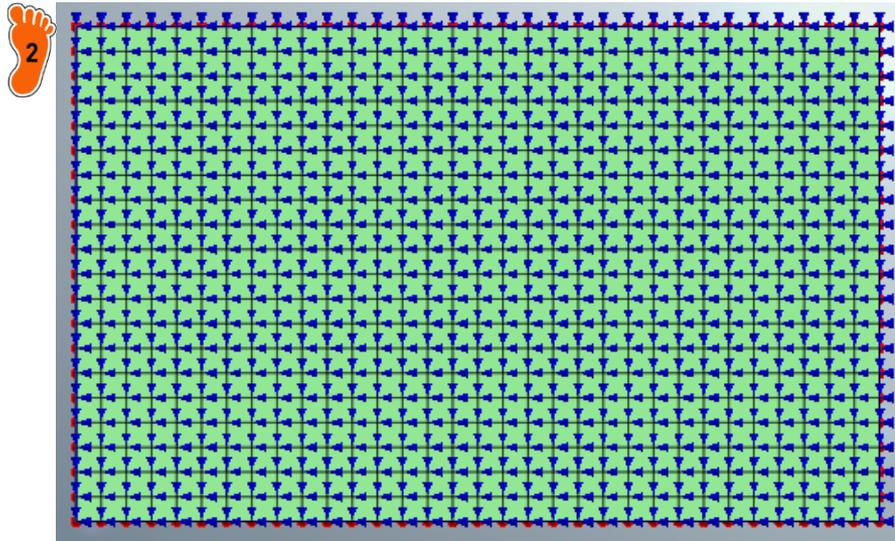
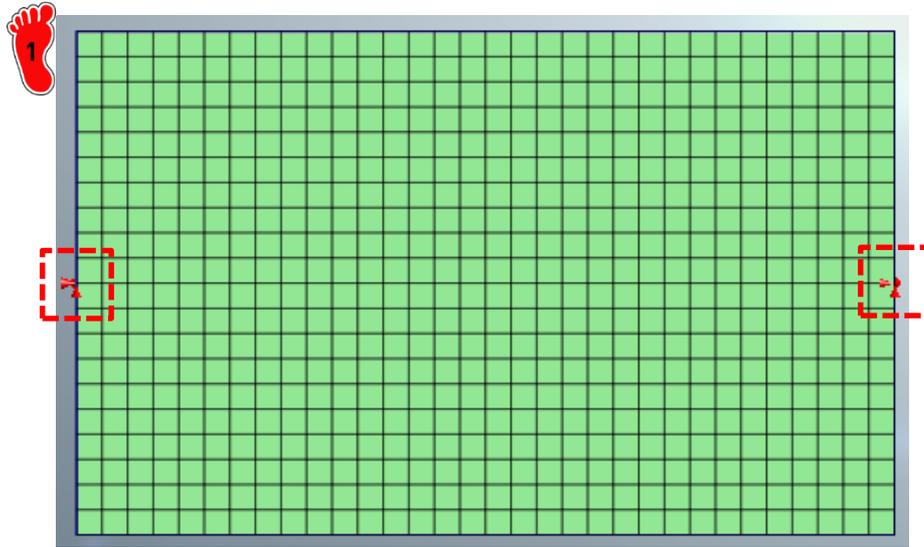
변위 제약조건 0.3
→ 부피율: 26.7%



2D STRUCTURE

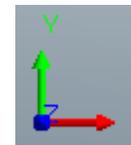
목적함수: 고유주파수 최대화
구속조건: 부피율

구속조건 변경



1 양 끝 가운데 절점을 핀지
로 구속조건 설정

2 전체 절점
Tz, Rx, Ry 구속
(3차원의 경우)



해석 케이스 변경

최적화 케이스 추가/변경

해석 케이스 설정

이름: asd

최적화 종류: 모드해석 기반 위상최적화 | 고유치 최대화

해석 제어 | 결과 제어

해석모델

전체세트 << >> 설계세트 >> 비설계세트

요소망
구속 조건
경계조건세트-1
접촉

요소망
기본 요소망세트
자동요소망(2D)

요소망

서브케이스 설정

모드해석 (필수)
종류: 고유치
구속 조건
경계조건세트-1
접촉

생성 삭제 하중스케일팩터..

확인 취소 적용

해석 제어

최적화 | 제조조건 | 접촉 | 파라미터

기본 최적화 변수

체커보드 저감: 중간

수렴기준 / 오류오차

목적함수 오차: 0.005

설계변수 오차: 0.01

중간 결과 출력 방법

마지막 반복: N 1

설계 제약조건

목표 부피(%): 70

부피계산시 비설계세트 포함

고유벡터

대상 모드 개수: 1

모드 가중 패턴: 상수

MAC값을 활용한 모드 추적

확인 취소

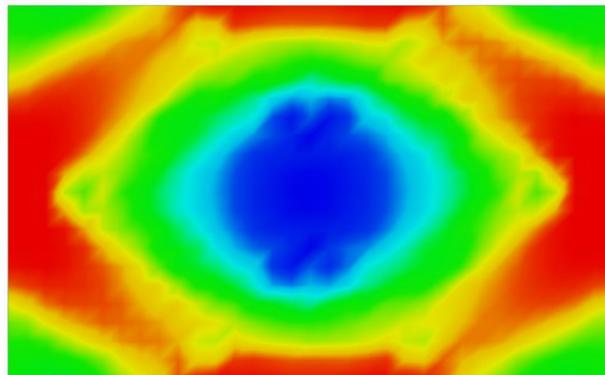
1 최적화 종류
모드해석 기반 위상최적화,
고유치 최대화 선택

2 해석 제어에서 목표 부피
70% 입력

최적화 수행

후처리

최적화 결과

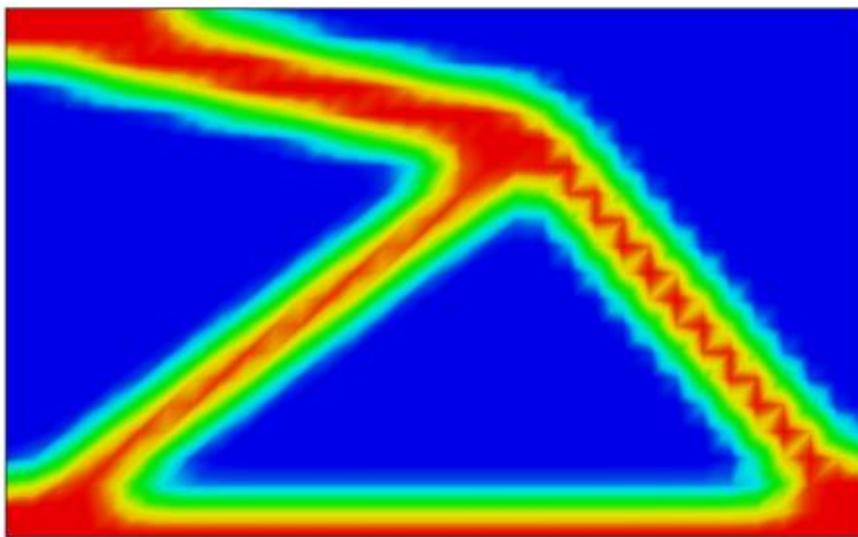
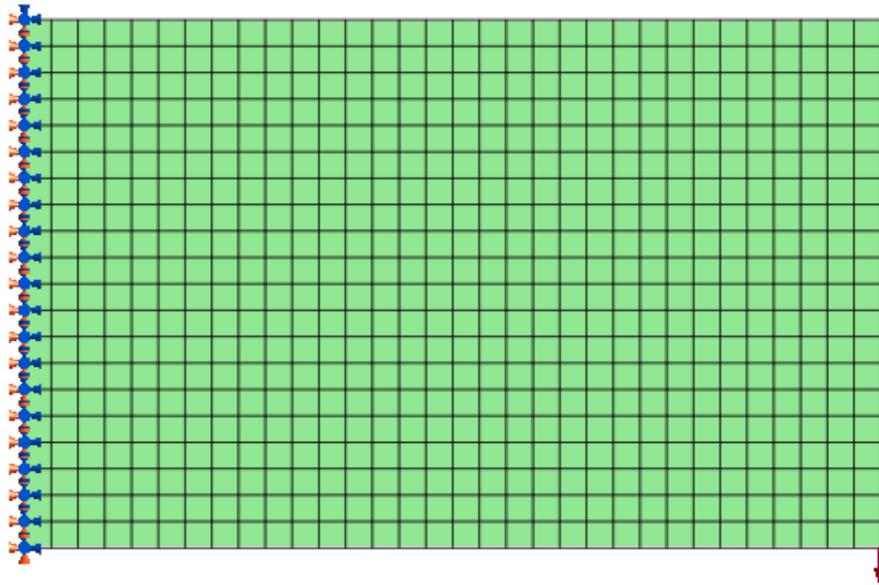


모드 차수	1차	2차	3차
변형 형상			
고유주파수	7179	8245	8331

2D STRUCTURE

목적함수: 컴플라이언스 최소화
구속조건: 부피율 + 대칭조건

하중조건 변경



OBJ = 2.2e-4

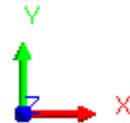


한쪽면 고정구속

하단 끝점 Y방향 집중하중 (-1N) 부여



최적설계 결과 확인 (부피30%)



해석 제어

최적화 | 제약조건 | 접촉 | 파라미터

기본 최적화 변수

체커보드 저감: 중간

수렴기준 / 오류오차: 목적함수 오차 (0.005) 설계변수 오차 (0.01)

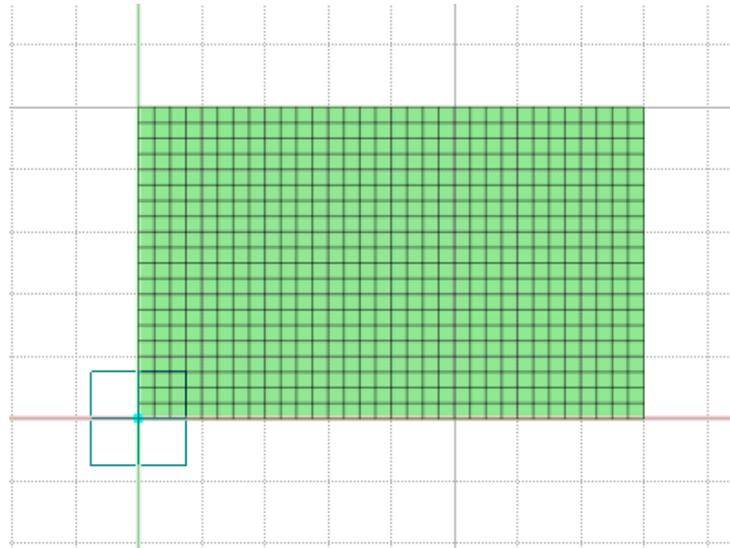
중간 결과 출력 방법: 마지막 반복 (N: 1)

다중 하중 케이스(서브케이스): 평균(전체 서브케이스)

설계 제약조건: 목표 부피(%) (30) 부피계산시 비설계세트 포함

[확인] [취소]

모델 위치 변경



대칭 조건을 위한 모델 위치 변경



요소망 '평행' 기능 이용



요소망 이동/복사

이동 회전 대칭 스케일 스윙

대상 선택
 요소망세트 요소 절점
 1개 대상 선택됨

방향
 ? 방향 선택
 2점 벡터 x y z
 0, 0, 0
 1, 0, 0

방법
 이동 복사 (일정간격) 복사 (불일정간격)

거리: -80
 반복: 1

요소망세트: 복사된 요소망

확인 취소 적용 >>

요소망 이동/복사

이동 회전 대칭 스케일 스윙

대상 선택
 요소망세트 요소 절점
 1개 대상 선택됨

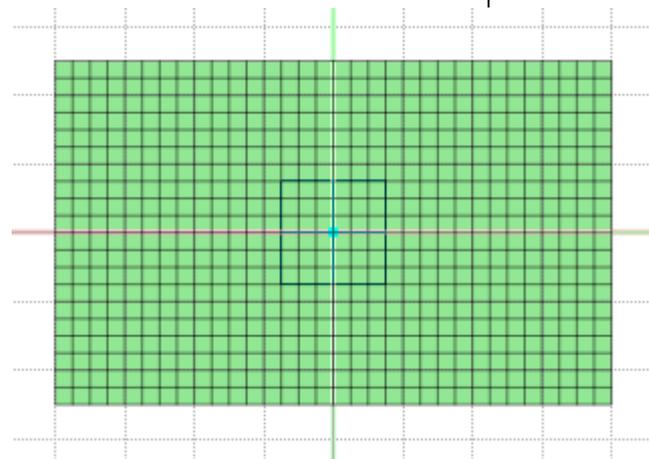
방향
 ? 방향 선택
 2점 벡터 x y z
 0, 0, 0
 0, 1, 0

방법
 이동 복사 (일정간격) 복사 (불일정간격)

거리: -50
 반복: 1

요소망세트: 복사된 요소망

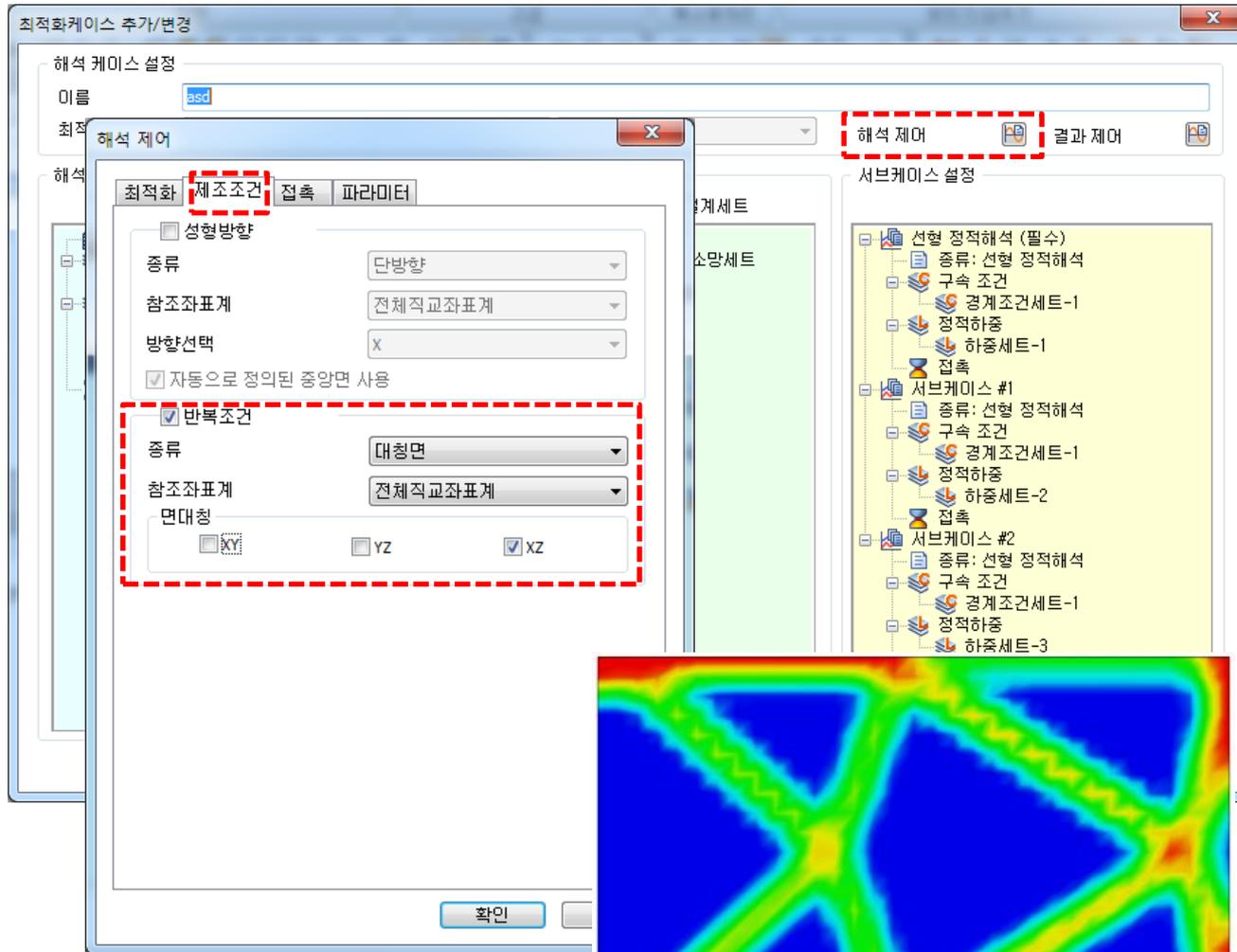
확인 취소 적용 >>



제조조건 입력



해석 제어 메뉴에서 제조조건 탭 메뉴 클릭



반복조건 체크

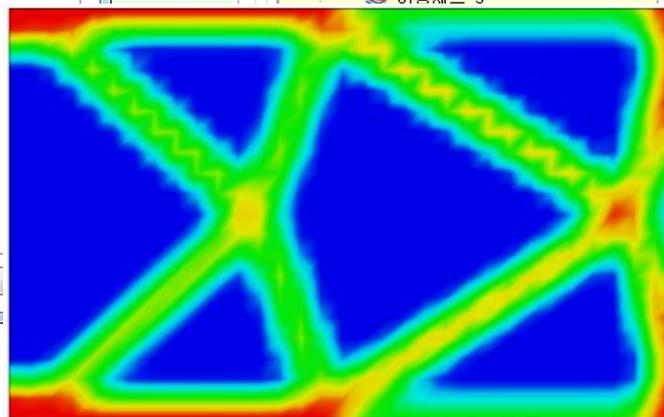
종류: 대칭면

참조좌표계: 전체직교좌표계

면선택: XZ

입력

최적화 수행



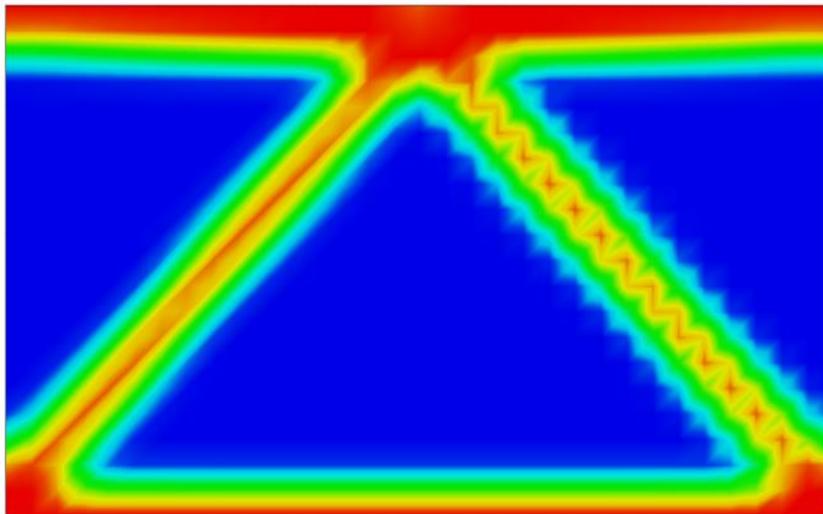
$$OBJ = 3.8e-4$$

제조조건 입력



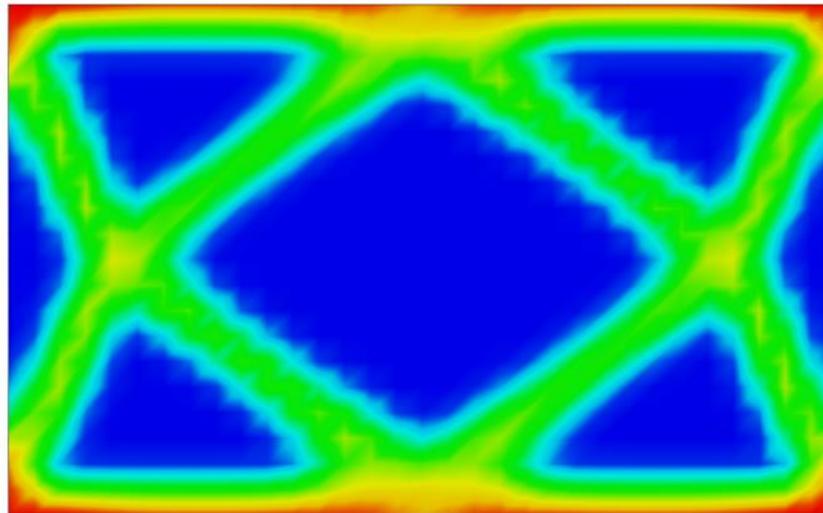
YZ, YZ+ZX 대칭에 대해 수행

YZ 대칭

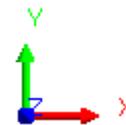


OBJ = $2.6e-4$

YZ+ZX 대칭



OBJ = $6.6e-4$



제조조건을 부여하는 경우
목적함수가 증가하는 것 확인
(대칭 없는 경우 $2.2e-4$)

3D STRUCTURE AUTOMOTIVE CONTROL ARM

목적함수: 부피 최소화

구속조건: 변위 + 성형 방향 고려

서스펜션의 종류

Hotchkiss

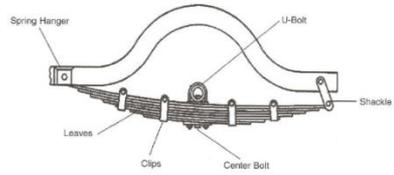
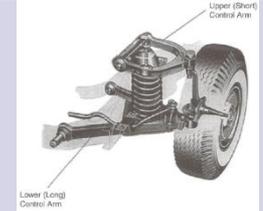
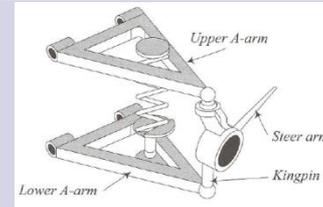


Figure 8.17. A multi-leaf spring. Adapted from TM 9-8000 (1985).



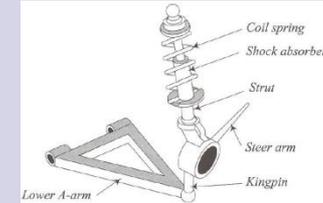
Double wishbone



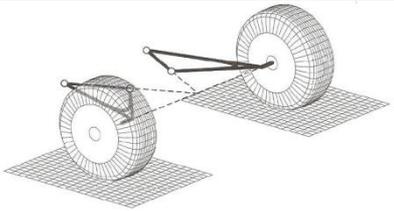
Trailing arm with twisted(torsion) beam



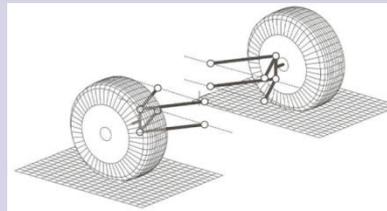
MacPherson



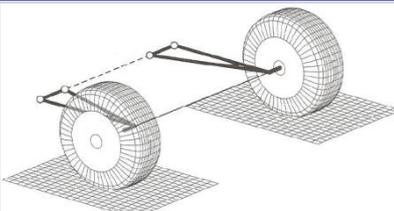
Semi-trailing arm



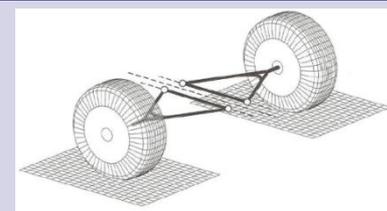
Multi-link



Trailing arm



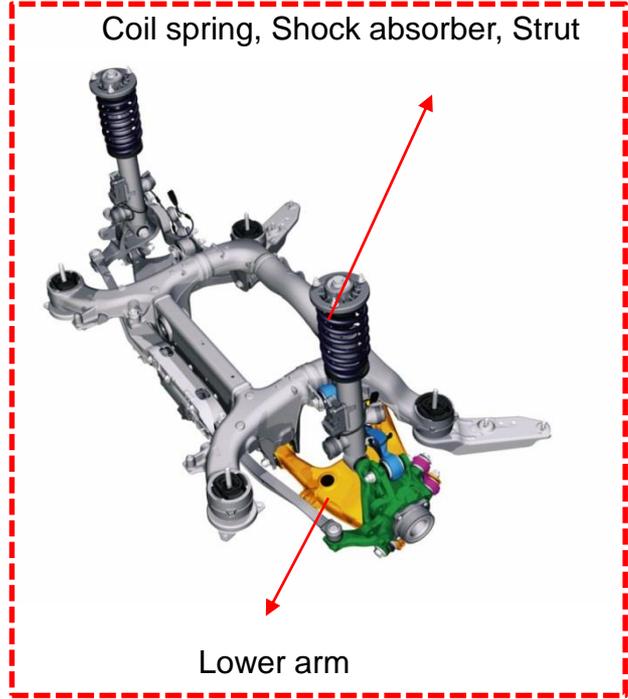
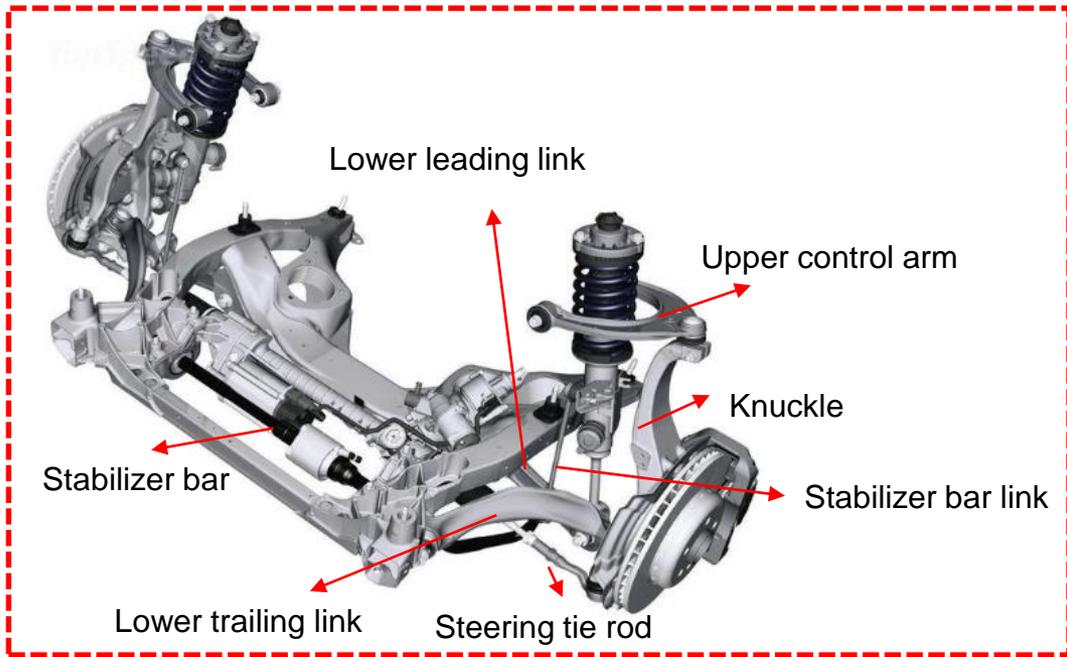
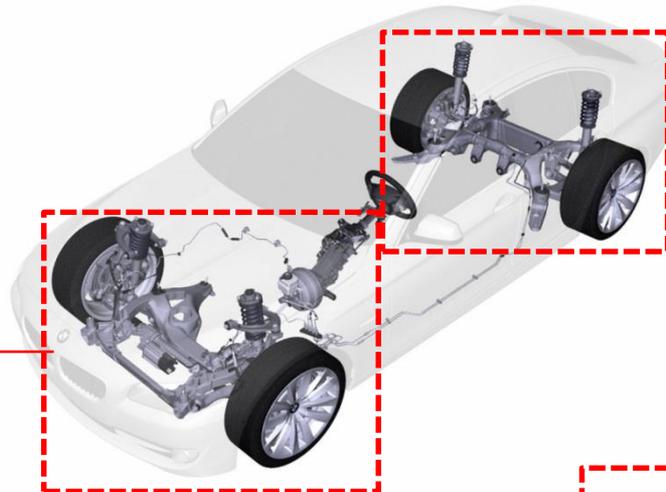
Swing(space) arm



BMW NEW 5 SERIES

Front: Double wishbone type

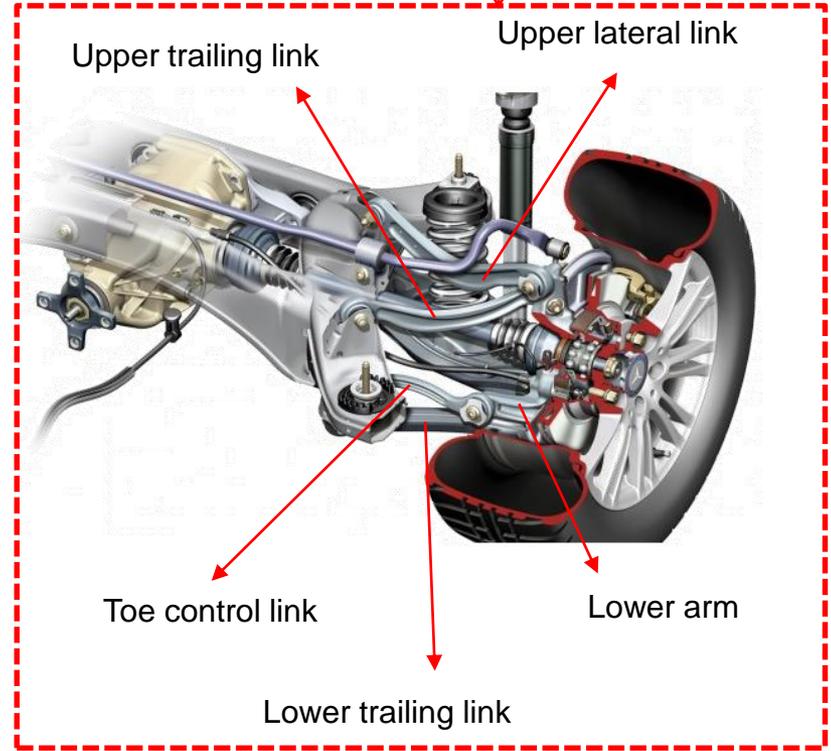
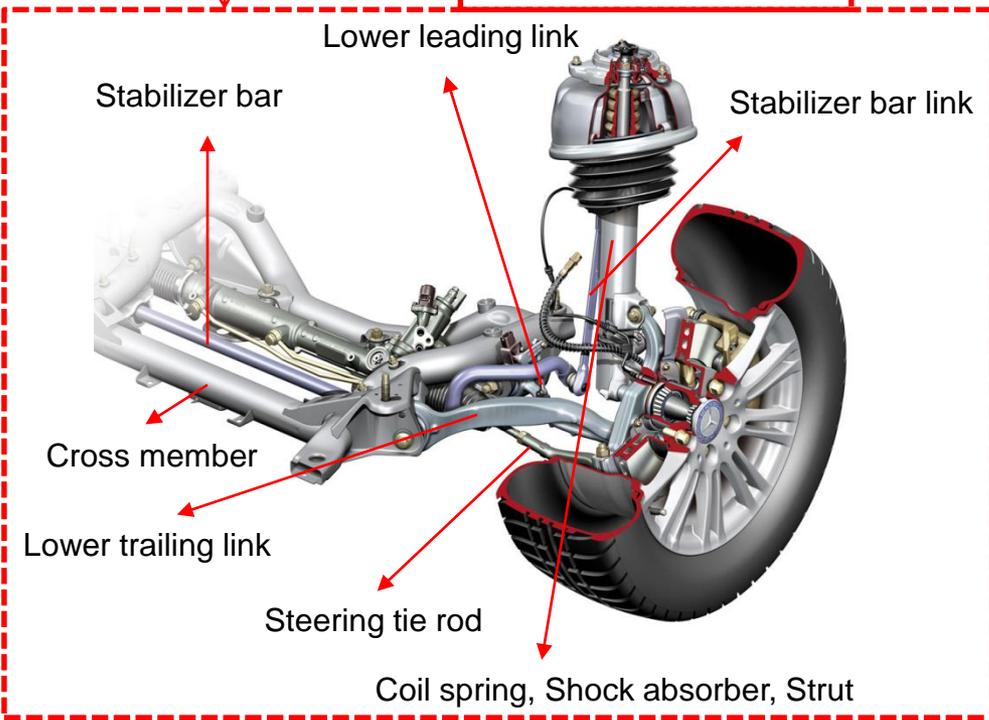
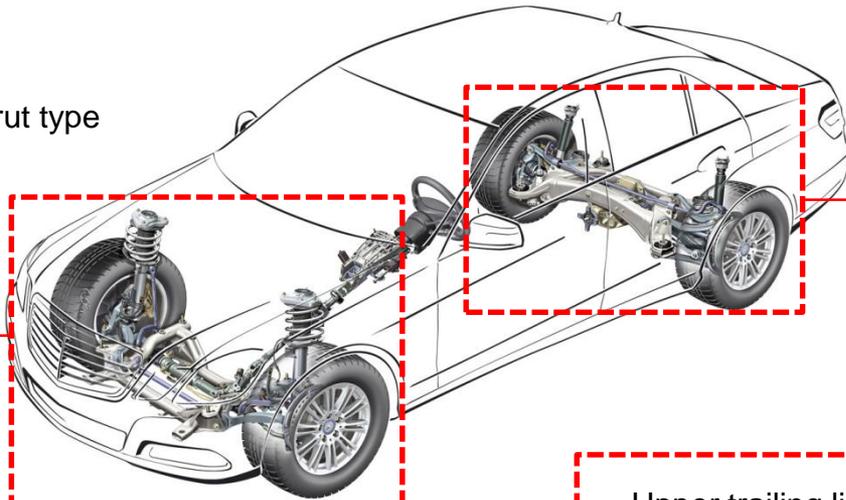
Rear: Macpherson type



BENZ E CLASS

Front: Modified Macpherson strut type

Rear: Multi(5) link type



예제: AUTOMOTIVE CONTROL ARM

기하 형상, 하중 및 경계조건

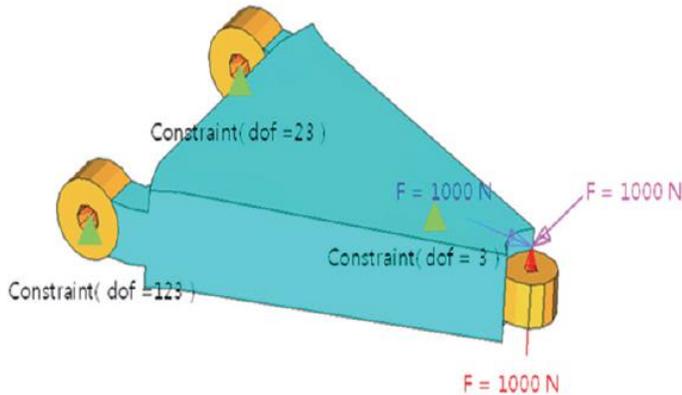


Fig 1 Finite element analysis

최적화 결과

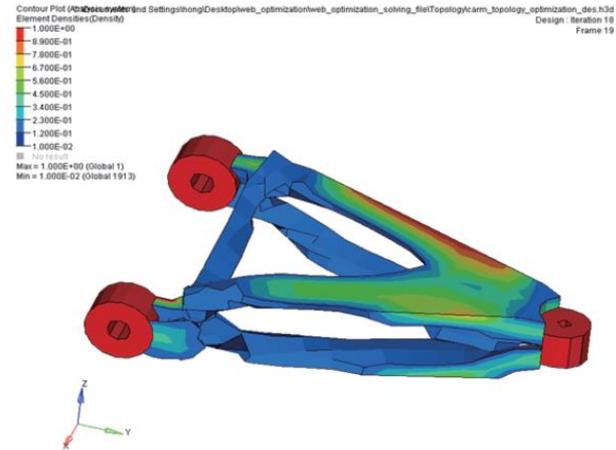
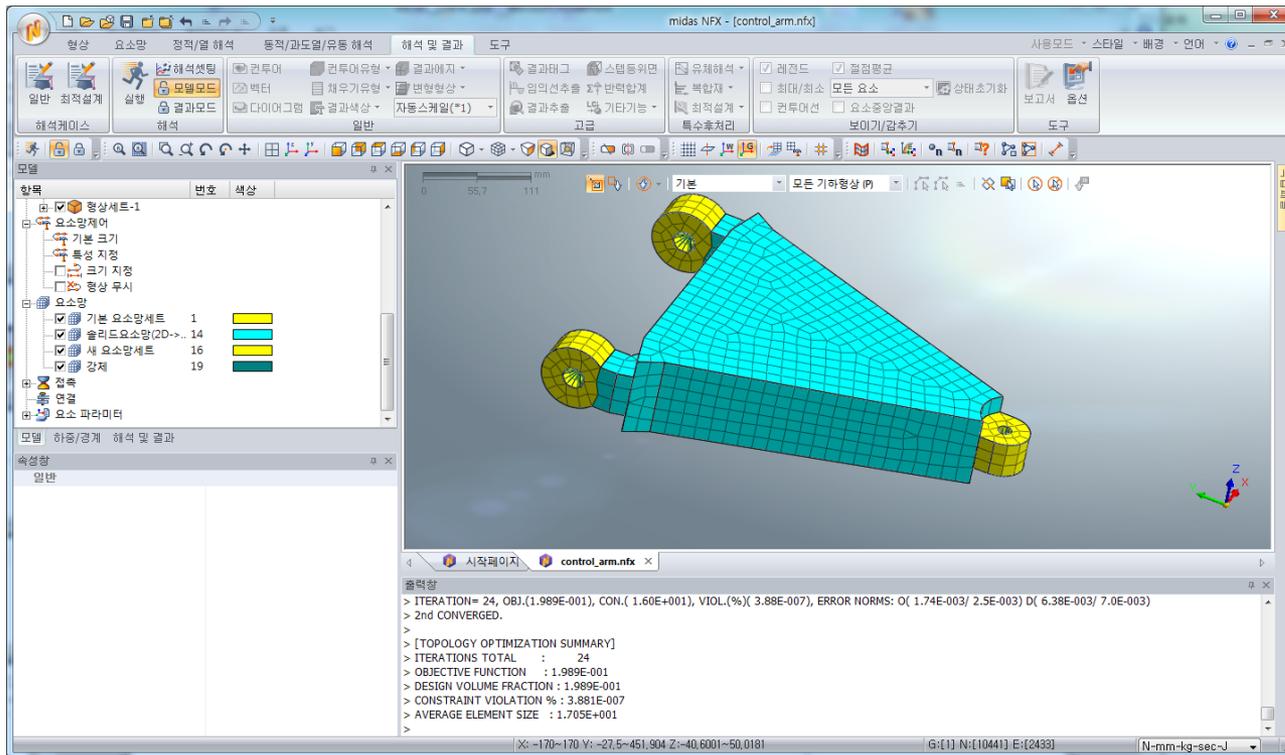


Fig 2 results of the Topology optimization

최적설계 문제 정식화

Objective:	Minimize volume.	
Constraints:	SUBCASE 1 -	The resultant displacement of the point where loading is applied must be less than 0.05mm.
	SUBCASE 2 -	The resultant displacement of the point where loading is applied must be less than 0.02mm.
	SUBCASE 3 -	The resultant displacement of the point where loading is applied must be less than 0.04mm.
Design variables:	Element density (and corresponding stiffness of the element) of each element in the design space.	

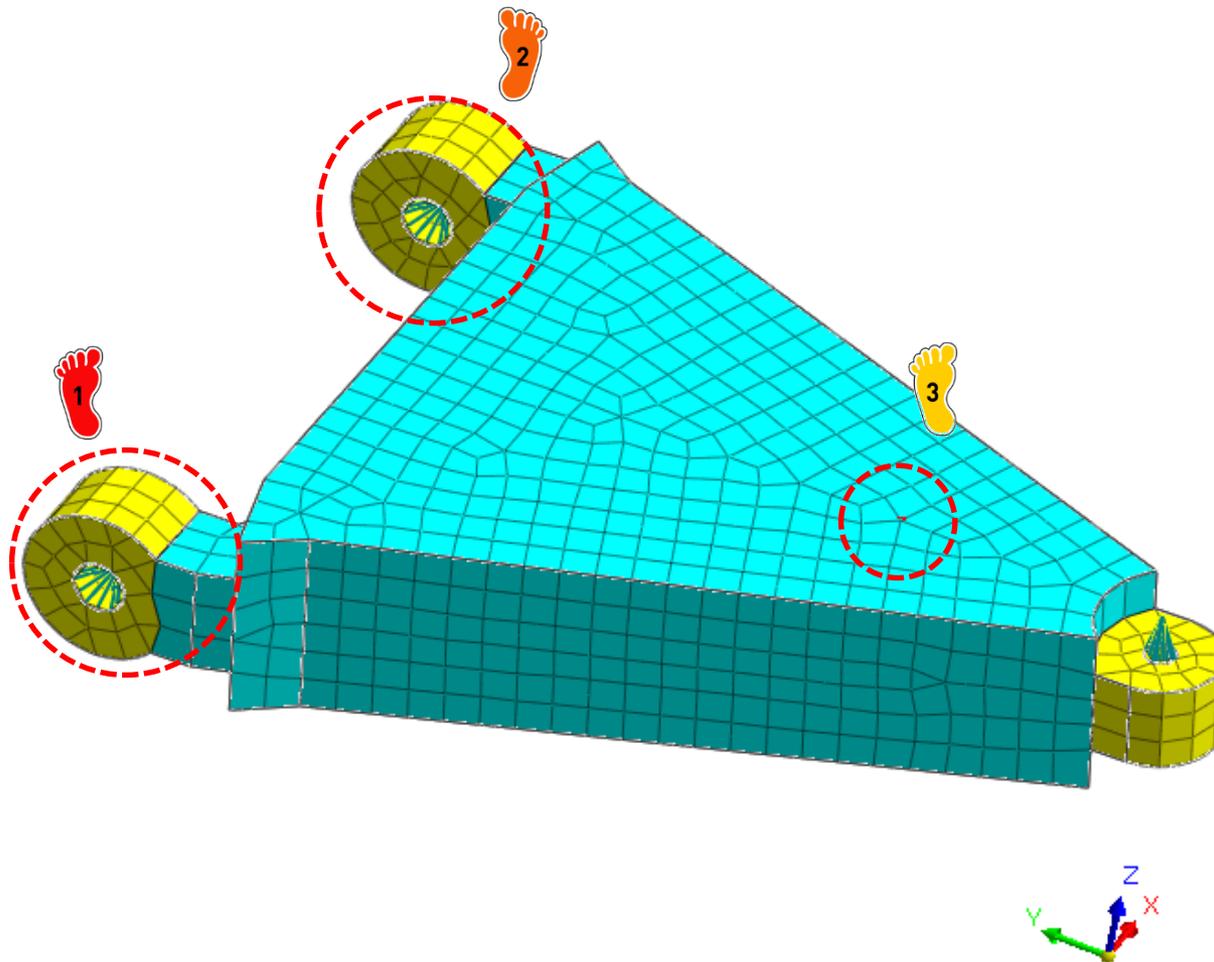
기하형상 불러오기



제공한 모델 파일을 열어
기하형상 확인

메시, 재료 물성 및 특성은
입력되어있는 상태

구속조건 및 하중조건 설정 [1]



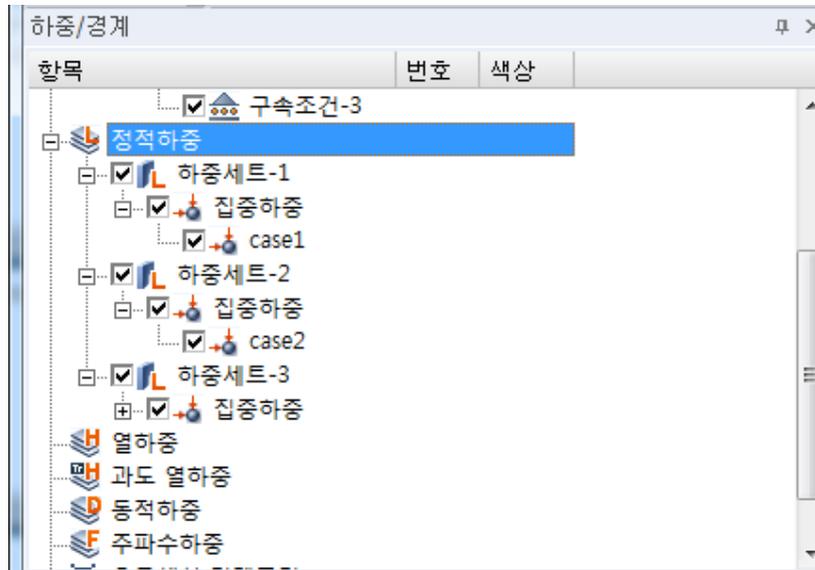
1 T_x, T_y, T_z 구속

2 T_y, T_z 구속

3 T_z 구속

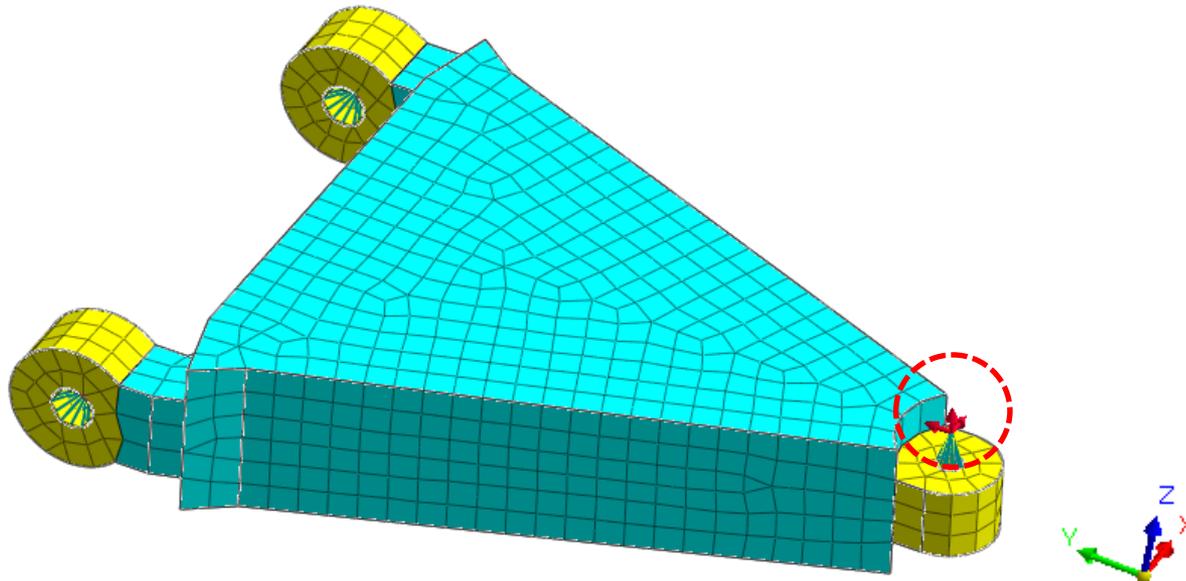
강체요소 가운데 절점을 구속조건으로 설정

구속조건 및 하중조건 설정 [2]

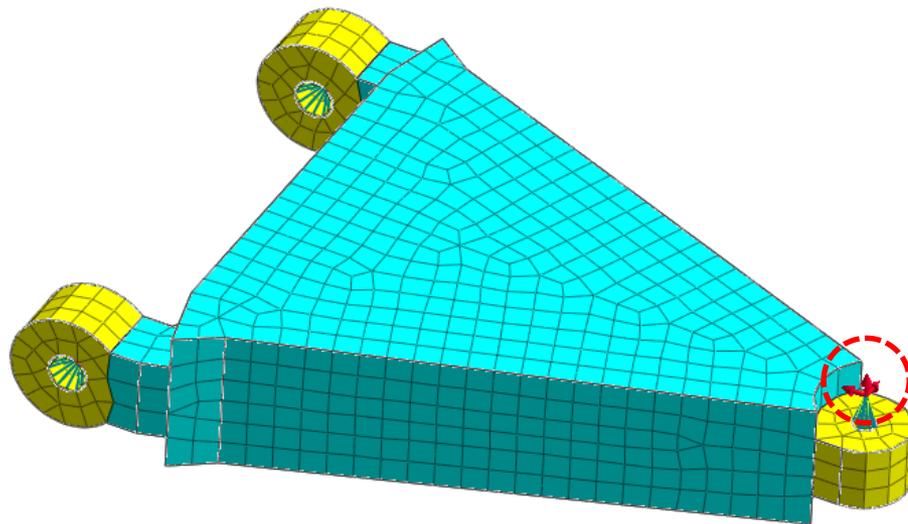


하중조건인 경우 하중세트를 구별하여 총 3가지의 하중을 생성

case1: x 방향 1000 N
 case2: y 방향 1000 N
 case3: z 방향 1000 N



변위 센서 설정



1 구속조건을 입력할 센서 생성 (각 x,y,z방향)

센서 [X]

절점 요소 시스템

이름: [절점 센서-1]

대상형상

종류: [절점]

[1개 대상 선택됨]

센서 데이터

스텝값: 모든스텝 0

종류: [변위]

성분: [Tx]

방법: [ABSMAX]

센서 [X]

절점 요소 시스템

이름: [절점 센서-2]

대상형상

종류: [절점]

[1개 대상 선택됨]

센서 데이터

스텝값: 모든스텝 0

종류: [변위]

성분: [Ty]

방법: [ABSMAX]

센서 [X]

절점 요소 시스템

이름: [절점 센서-3]

대상형상

종류: [절점]

[1개 대상 선택됨]

센서 데이터

스텝값: 모든스텝 0

종류: [변위]

성분: [Tz]

방법: [ABSMAX]

해석 케이스 정의 및 해석 실행 [1]

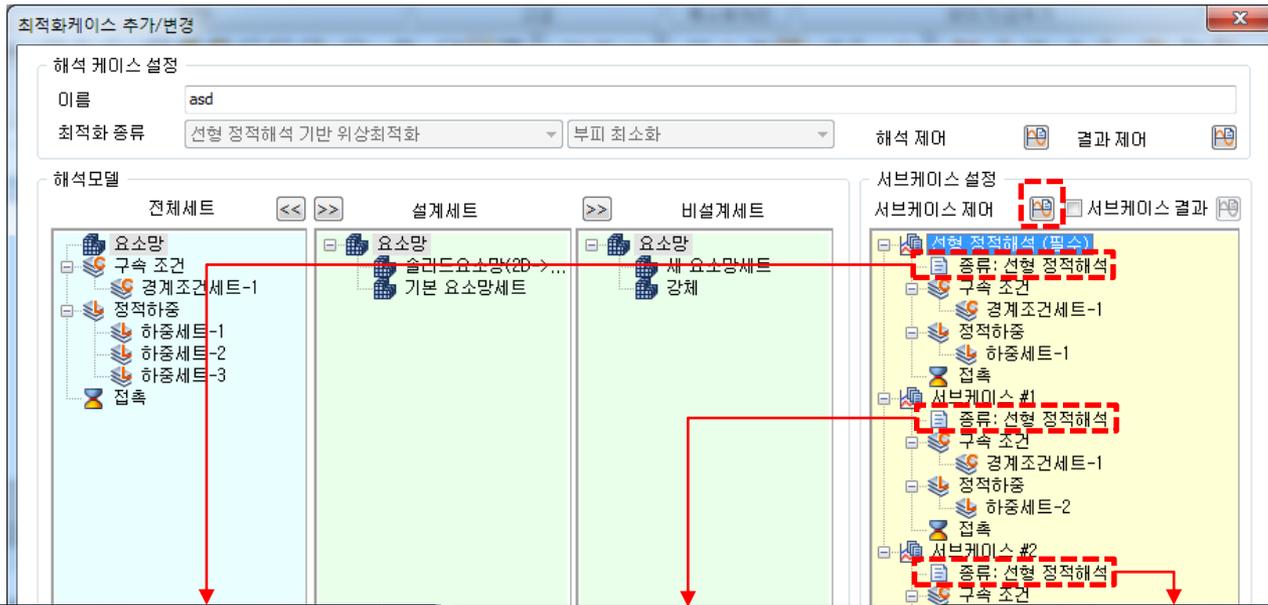


1 최적화 종류는 선형 정적해석 기반 위상최적화, 부피 최소화 선택

2 비설계세트에 새 요소망세트 및 강체 요소 입력

3 아래 생성 메뉴를 이용하여 서브케이스 2개 추가 생성 및 하중 세트를 구별해서 입력

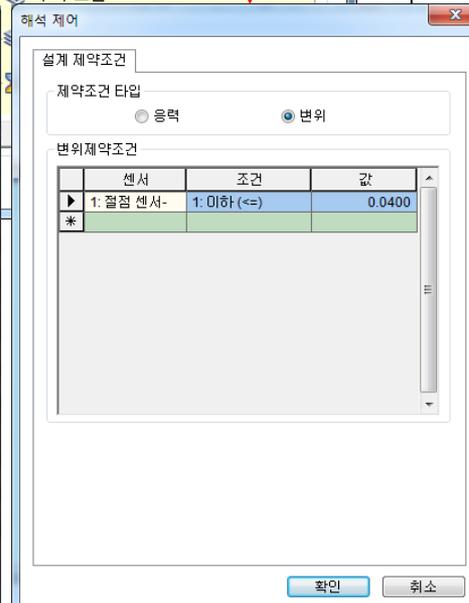
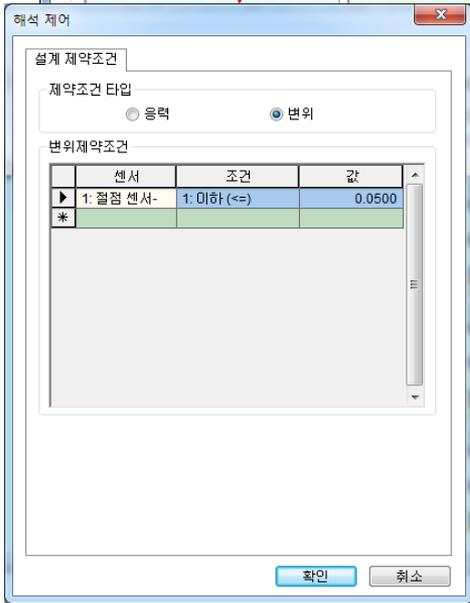
해석 케이스 정의 및 해석 실행 [2]



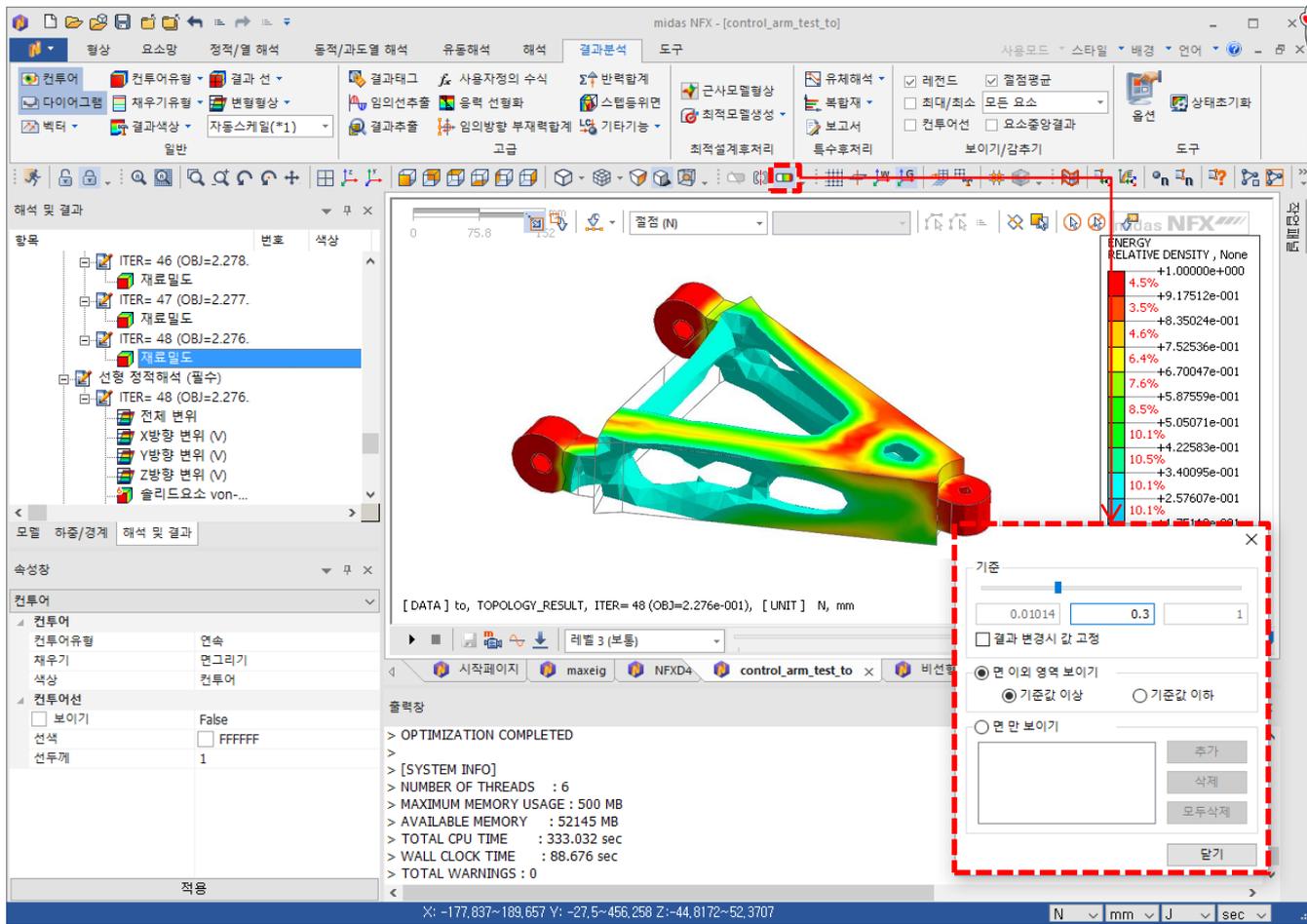
서브케이스 별로 '서브케이스 제어' 메뉴를 통해 변위 제약조건 입력

- x방향 0.05 이하
- Y방향 0.02 이하
- z방향 0.04 이하

최적화 수행



최적화 결과



결과 형상 확인



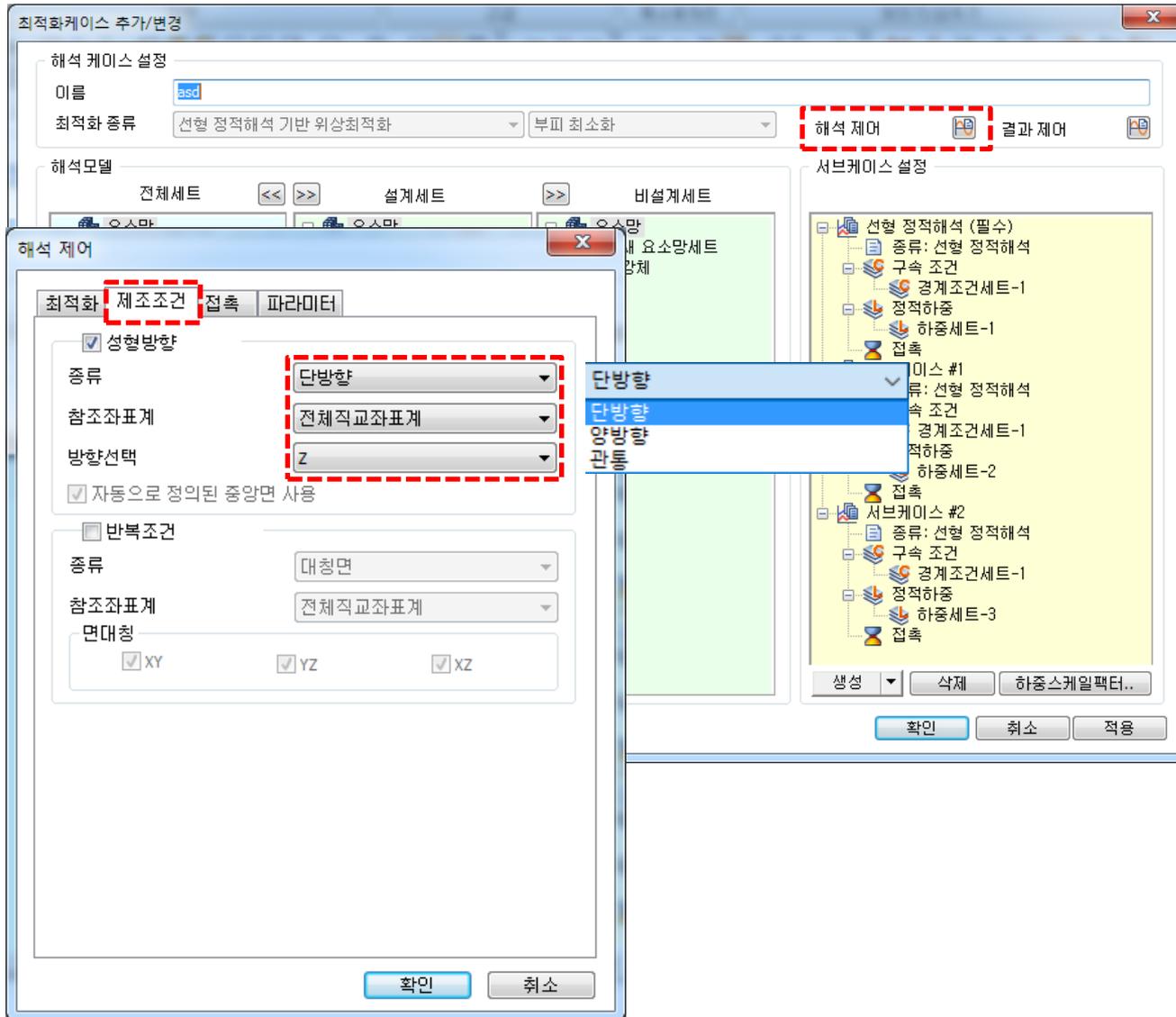
특정 결과면 보이기' 기능을 이용하여 낮은 밀도 제외

AUTOMOTIVE CONTROL ARM (VOLUME MINIMIZATION PROBLEM) 제조 조건 추가

제조조건 입력



해석 제어 메뉴에서 제조조건 탭 메뉴 클릭



성형방향 체크

종류: 단방향

참조좌표계: 전체직교좌표계

방향선택: Z

입력

최적화 수행

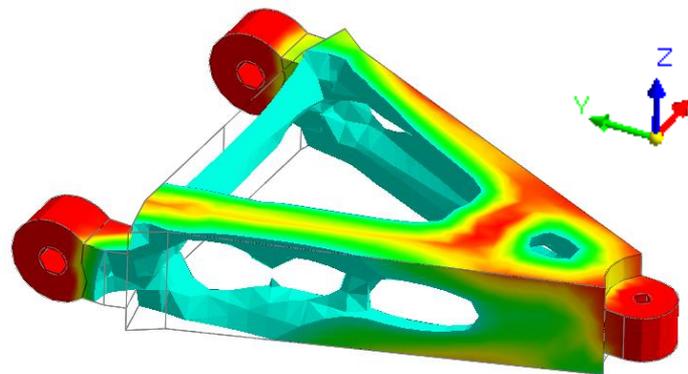
최적화 결과 비교

제조조건 X

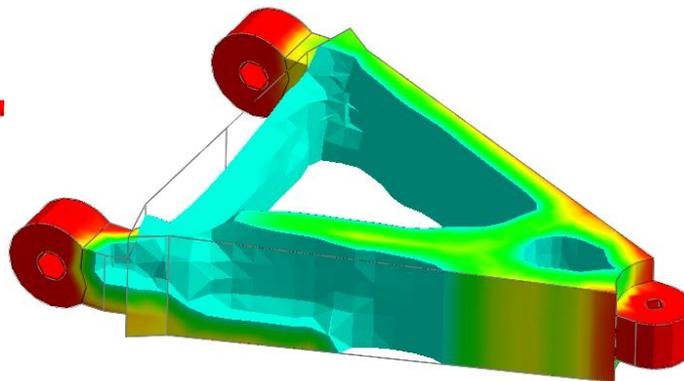
단방향 제조조건



각 제조 조건에 대한 결과 비교



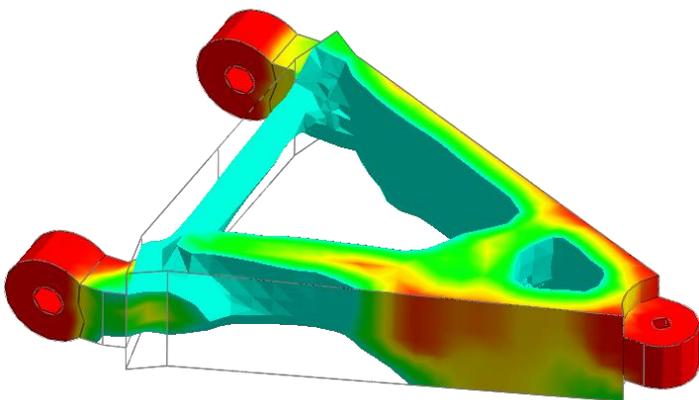
Obj. = 0.20



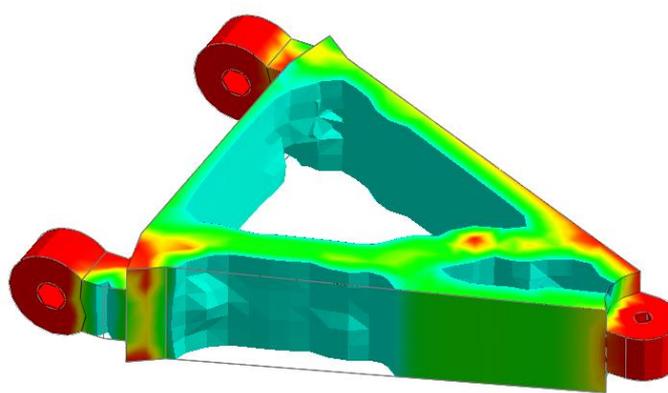
Obj. = 0.26

양방향 제조조건

관통 제조조건



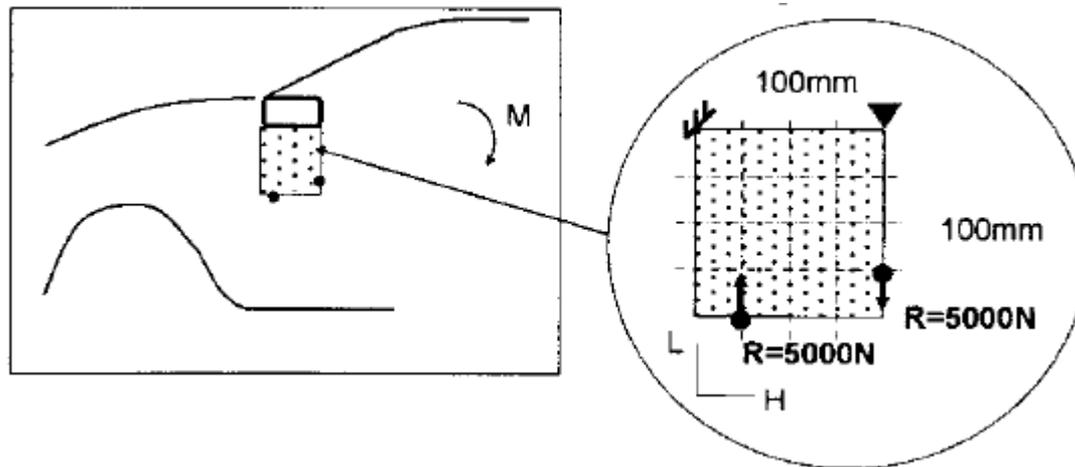
Obj. = 0.24



Obj. = 0.28

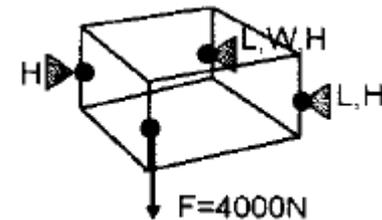
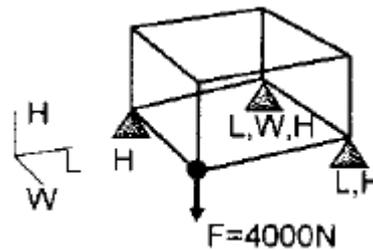
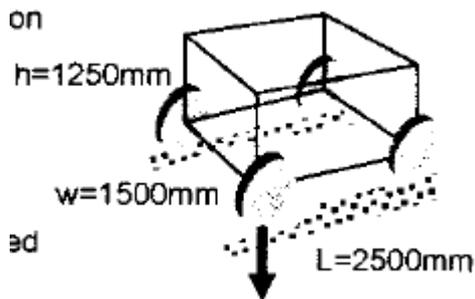
숙제: 2D 문제

- The steering column bracket holds the steering column at two points (the solid black circle above). When the maximum moment is applied to the steering column, the bracket must react loads at the attachment R as shown.
- Determine the optimal shape of the steel bracket to maximize the stiffness under loads R . The bracket is flat ($w=0$) and at most 100mm x 100mm



숙제: 3D 문제

- The van shown is supported on three wheels with the fourth wheel unsupported. This condition applies a force downward at the left front suspension ($F=4000\text{N}$). We wish to maximize the stiffness under this load condition for a fixed volume of structural material. The structure is made of a set of interconnected steel beams which are enclosed by the area shown.
- Determine the optimal shape for the four conditions shown below.



Suspension attachment: (1) at corners (2) mid-way up edge

