

# Buckling 해석

Computational Design Laboratory  
Department of Automotive Engineering  
Hanyang University, Seoul, Korea



한양대학교  
HANYANG UNIVERSITY

CDL Computational  
Design  
Lab

# 목차

- 예제 문제
  - Column buckling
  - Panel buckling
- 해석 프로세스
  - 기하형상 생성
  - 재료 물성 및 특성 입력
  - 요소망 생성
  - 구속조건 설정
  - 하중조건 설정
  - 해석케이스 정의 및 해석 실행
  - 후처리

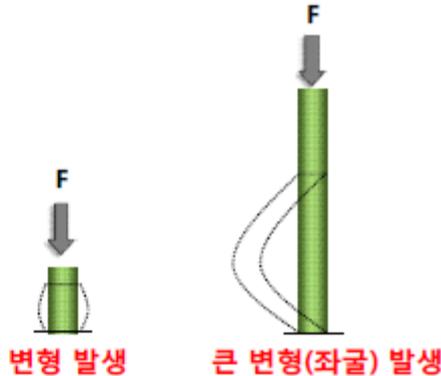
# 예제: COLUMN BUCKLING (1)

## 좌굴 해석

- ▶ 좌굴해석은 압축력을 받는 구조물의 불안정성 여부를 판단하기 위한 해석이다.
- ▶ 좌굴에 의한 구조물의 불안정성은 재료 강도에 무관하고, 구조물의 기하학적 형상 및 강성, 구속 조건과 밀접관 관련이 있다.
- ▶ 가늘고 긴 구조물 끝에 구조물 축 방향으로 압축력이 작용하는 경우, 하중의 크기가 작을 때에는 하중의 크기에 비례하여 구조물이 압축변형을 하지만, 특정 크기 이상의 하중이 작용하면 좌굴이 발생하여 하중의 크기가 증가하지 않아도 구조물이 크게 변형을 일으키게 된다.

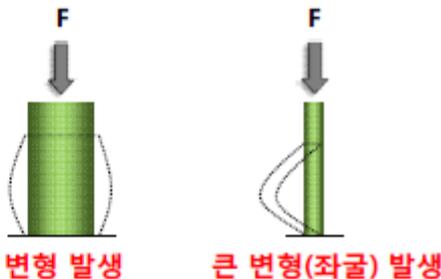
## 원기둥의 좌굴 형상

A. 길이가 다르고 면적이 같은 원기둥에 같은 크기의 압축력을 받는 경우



- A의 경우에는 두 원기둥의 면적이 같기 때문에  $\sigma = F/A$  공식에 의해 발생하는 응력크기가 같다.  
하지만 기둥의 길이가 길어진 경우에는 큰 변형(좌굴)이 발생할 수 있다.

B. 면적은 다르고 길이는 같은 원기둥에 같은 크기의 압축력을 받는 경우



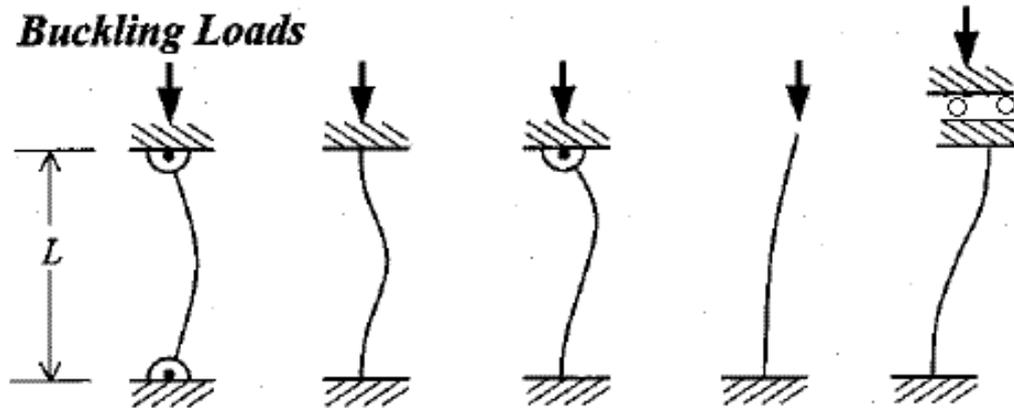
- B의 경우에는 두 원기둥의 길이는 같지만 면적이 다르기 때문에 동일한 압축력을 가하게 되면 면적이 작은 쪽에서 더 큰 응력을 받기 때문에 좌굴이 발생하게 된다.  
즉, 원기둥의 면적이 작을수록(압축응력이 클수록), 길이가 길수록 좌굴이 발생할 확률이 높아진다.

# 예제: COLUMN BUCKLING (2)

## 하중/경계 조건

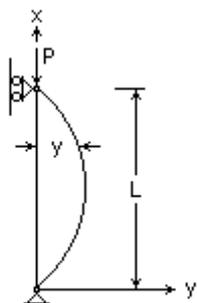
- 하중은 주로 가늘고 긴 구조물의 축방향에 대한 압축력을 가하는 경우가 일반적이며, 하중을 입력 하는 방식은 선형 정적 해석의 경우와 동일하다.
- 좌굴 해석에서의 경계조건 역시 선형 정적 해석에서의 경계조건 입력 방법과 동일하다.
- 단, 구조물의 좌굴 하중은 부재의 구속 조건에 따라 상당히 달라지므로 구속의 성분은 좌굴을 고려하여 합리적으로 설정할 필요가 있다.

**Buckling Loads**



Buckling Load	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{2.045\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$
Effective Length	$L$	$0.5L$	$0.699L$	$2L$	$L$

# 예제: COLUMN BUCKLING (3)



Slender Pinned Column

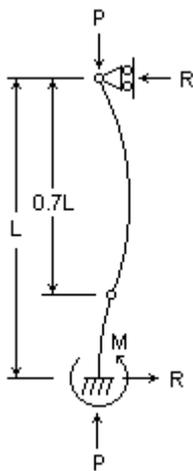
$$M = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = P_{cr} y$$

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + P_{cr} y = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{P_{cr}}{EI} y = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \lambda^2 y = 0$$

Homogeneous solution

$$: y = A \sin(\lambda x) + B \cos(\lambda x) \quad y(0) = y(L) = 0$$

$$: y = A \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \rightarrow \lambda^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{P_{cr}}{EI} \rightarrow P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} EI$$



Fixed-Pinned Column

$$M = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = P_{cr} y - R(L - x)$$

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + P_{cr} y = R(L - x) \rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{P_{cr}}{EI} y = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \lambda^2 y = \frac{R}{EI} (L - x)$$

→ Non-Homogeneous solution

$$\text{General solution: } y_h = A \sin(\lambda x) + B \cos(\lambda x)$$

$$\text{Particular solution: } y_p = \frac{R}{P} (L - x)$$

$$\left. \begin{array}{l} y_h \\ y_p \end{array} \right\} y(0) = y(L) = 0, y'(0) = 0$$

$$: y = \frac{R}{P\lambda} \sin(\lambda x) - \frac{RL}{P} \cos(\lambda x) - \frac{R}{P} (L - x) \rightarrow \lambda L = \tan \lambda L \rightarrow P_{cr} = \lambda^2 EI$$

# 예제: COLUMN BUCKLING (4)

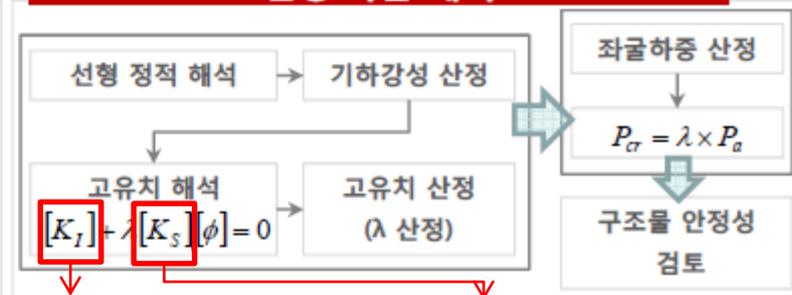
## 따라하기 목적

- > 기본적인 선형 좌굴 해석에 대한 이해
- 선형 좌굴 해석 절차에 대한 이해

## 선형 좌굴 해석의 종류

- 크기가 큰 압축 하중을 받는 구조물
- 축하중을 받는 가느다란 기둥 형태의 구조물
- 외부 압력을 받는 얇은 두께의 원통형 구조물
- 테두리에 압력을 받는 얇은 판 형태의 구조물
- 상부 표면에 횡방향의 끝단 하중을 받는 길고 얇은 외팔보 형태의 구조물

## 선형 좌굴 해석

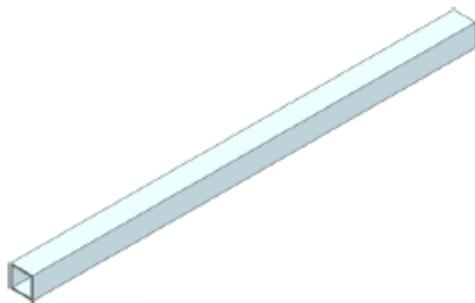


탄성 강성 행렬

기하 강성 행렬

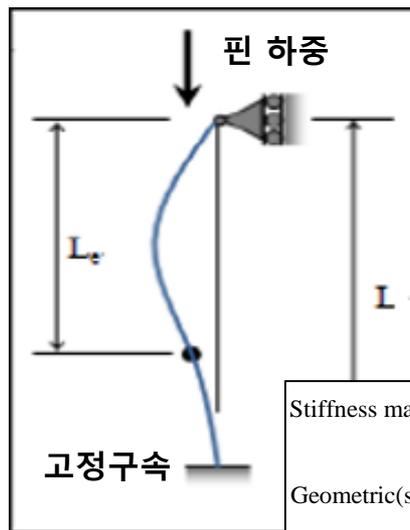
## 해석 개요

> 대상 모델

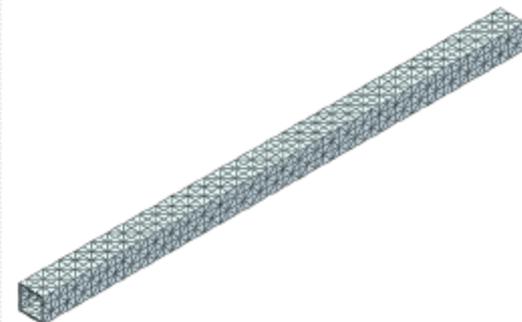


탄성계수	7e+010	N/m <sup>2</sup>
프와송비	0.33	
질량밀도	7.85	kg/m <sup>3</sup>

> 경계조건 (대칭조건, 핀구속)



> 유한요소모델 (사면체 요소망)



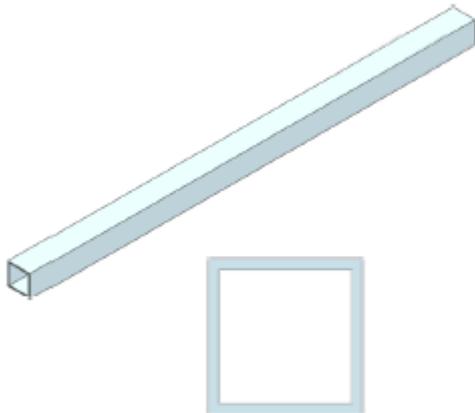
Stiffness matrix:  $K_I = \int [\mathbf{B}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}] dV$  where  $[\boldsymbol{\varepsilon}] = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{U}]$

Geometric(stress) stiffness matrix:  $K_S = \int [\mathbf{G}]^T \begin{bmatrix} s & & \\ & s & \\ & & s \end{bmatrix} [\mathbf{G}] dV$

where  $[\boldsymbol{\delta}] = [\mathbf{G}]^T [\mathbf{U}]$ ,  $[\boldsymbol{\delta}] = [u_x, u_y, u_z, v_x, v_y, v_z, w_x, w_y, w_z]$   $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sigma_{x0} & \tau_{xy0} & \tau_{xz0} \\ \tau_{yx0} & \sigma_{y0} & \tau_{yz0} \\ \tau_{zx0} & \tau_{zy0} & \sigma_{z0} \end{bmatrix}$

# 예제: COLUMN BUCKLING (5)

## 임계하중의 계산



단면:  $150\text{mm} \times 150\text{mm}$

두께 ( $t$ ):  $10\text{mm}$

길이 ( $L$ ):  $3000\text{mm}$

$P = 160 \text{ kN}$

$E = 70 \text{ GPa}$

$\nu = 0.33$

$$P_{cr} = \lambda^2 EI, \quad \lambda L = \tan \lambda L \quad (\lambda L \approx \exp[\cosh^{-1}((2n+1)\pi/4)])$$

$$P_1 = 2883 \text{ kN}$$

$$P_2 = 8533 \text{ kN}$$

$$P_3 = 17003 \text{ kN}$$

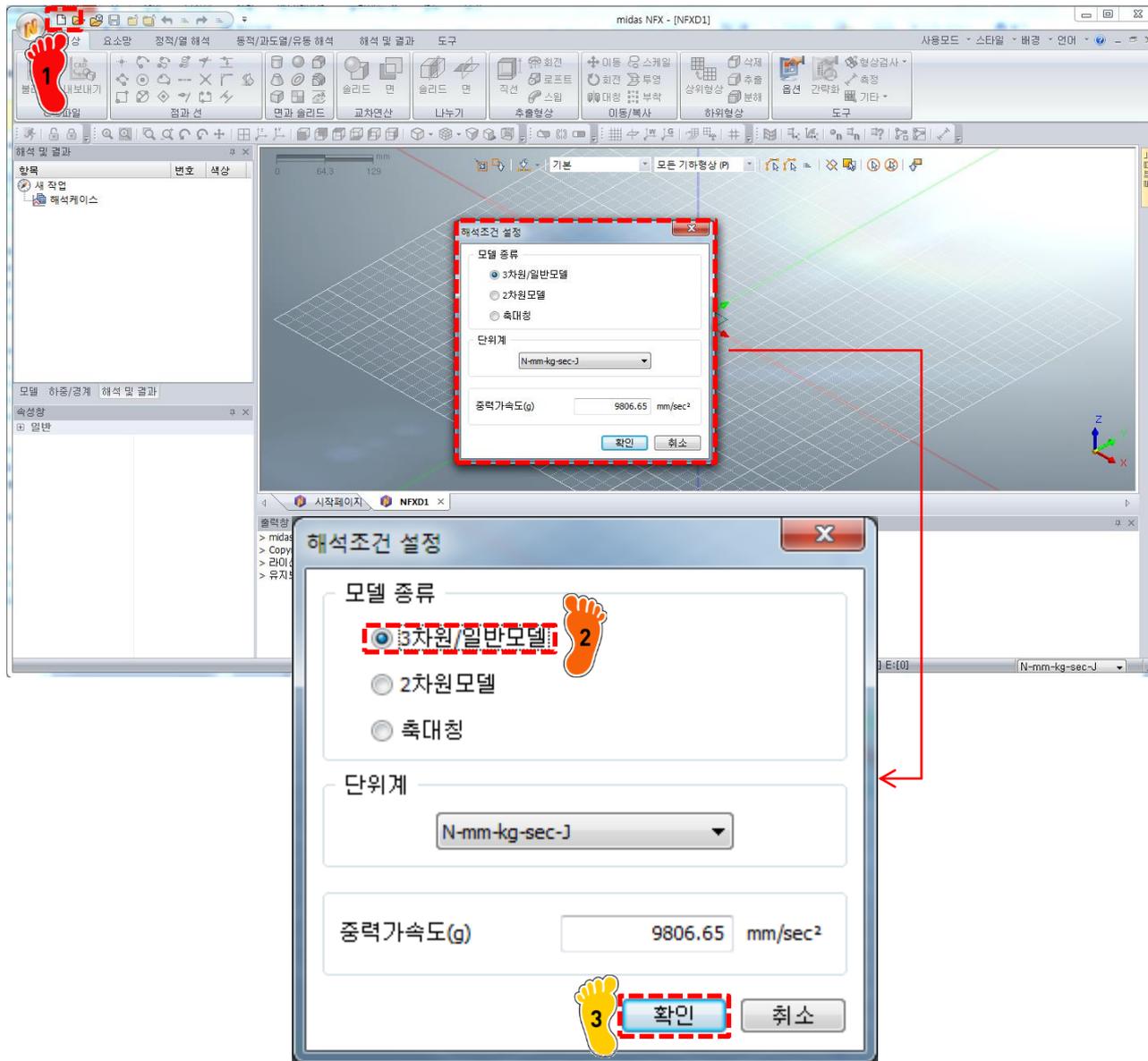
$$P_4 = 28295 \text{ kN}$$

$$P_5 = 42409 \text{ kN}$$

# COLUMN BUCKLING

## 빔 요소

# 기하형상 생성 (1)



1 새로 만들기 클릭

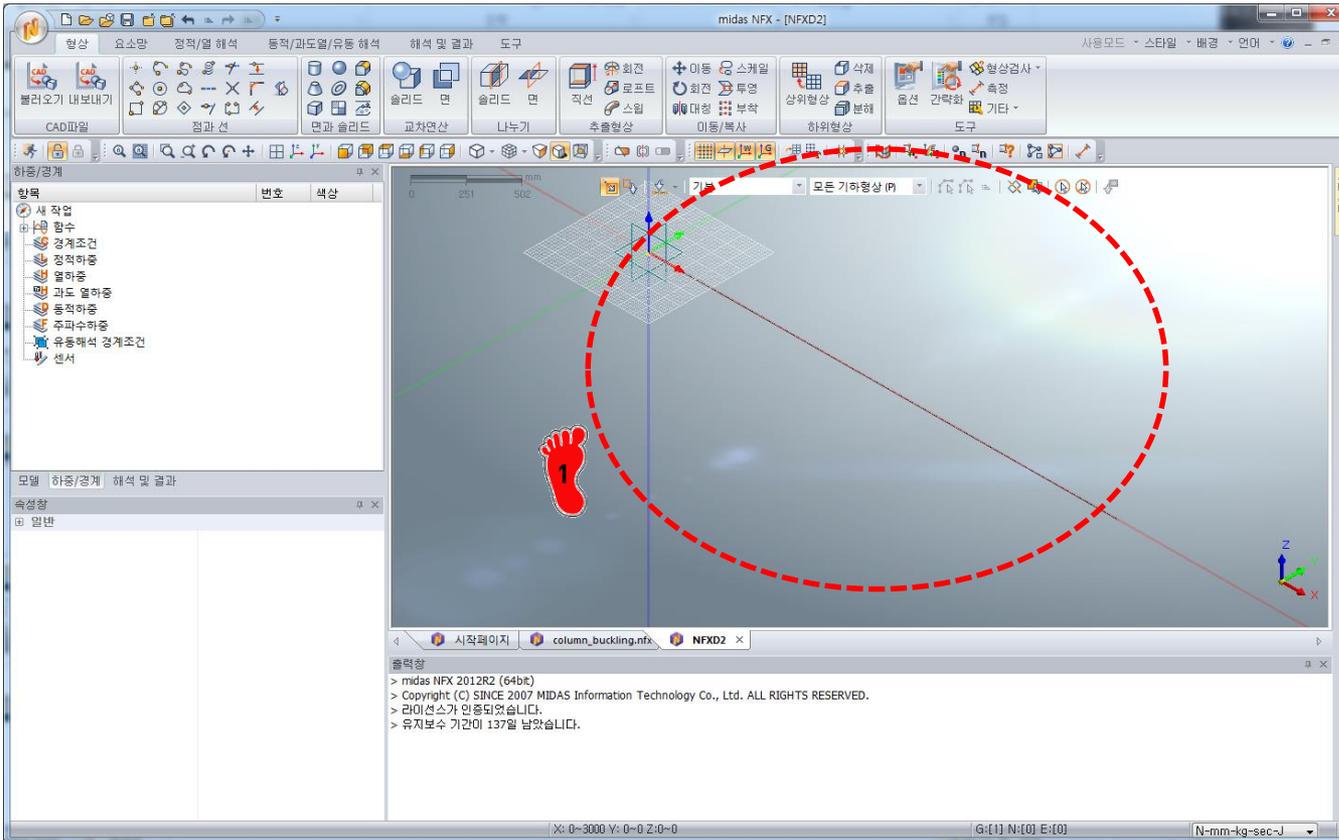
2 3차원/일반모델 선택

3 확인

# 기하형상 생성 (2)



3000 mm 선 생성



# 재료 물성 및 특성 입력 (1)

재료

번호 2 이름 재료 색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316

선행 탕소성 초탄성 온도 의존

구조

탄성계수 70000 N/mm<sup>2</sup>

프와송비 0.33

열팽창계수 0

참조온도 0 [T]

열전도

전도율 0 W/(mm·[T])

비열 0 J/(kg·[T])

발열계수 1

안전률계산방법

파손이론 Von Mises 응력(Ductile)

인장 0 N/mm<sup>2</sup> 압축 0 N/mm<sup>2</sup>

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수 0 1/sec

강성 비례 감쇠 계수 0 sec

구조 감쇠 계수 0

불러오기... 편집... 확인 취소 적용



탄성계수 70 GPa  
 프와송비 0.33  
 재료 생성

# 재료 물성 및 특성 입력 (2)



예제에서 주어진 기하 형상을 갖는 1차원 바 특성 생성

1차원 특성 생성/변경

바

번호  이름  색상

재료

단면적  mm<sup>2</sup>

단면 2차모멘트

I1  I2  I12

단위: mm<sup>4</sup>

비틀림상수  mm<sup>4</sup>

비틀림응력계수  mm

길이당 비구조절량  kg/mm

전단면적계수

K1  K2

전단중심에서 중립축까지의 거리

Y  mm Z  mm

단면 속성

재료 정보 고려하여 단면 속성을 계산

단면형상...

단면템플릿

Box

DIM1  mm

DIM2  mm

DIM3  mm

DIM4  mm

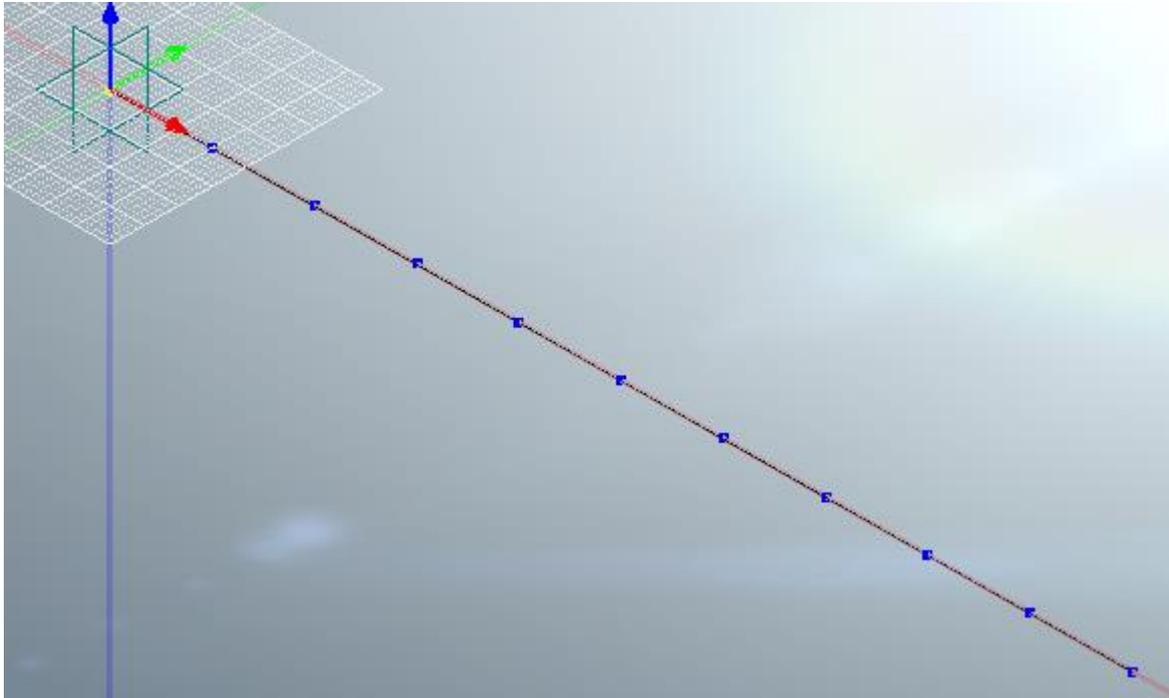
절점에서 전단중심의 거리

DY  mm

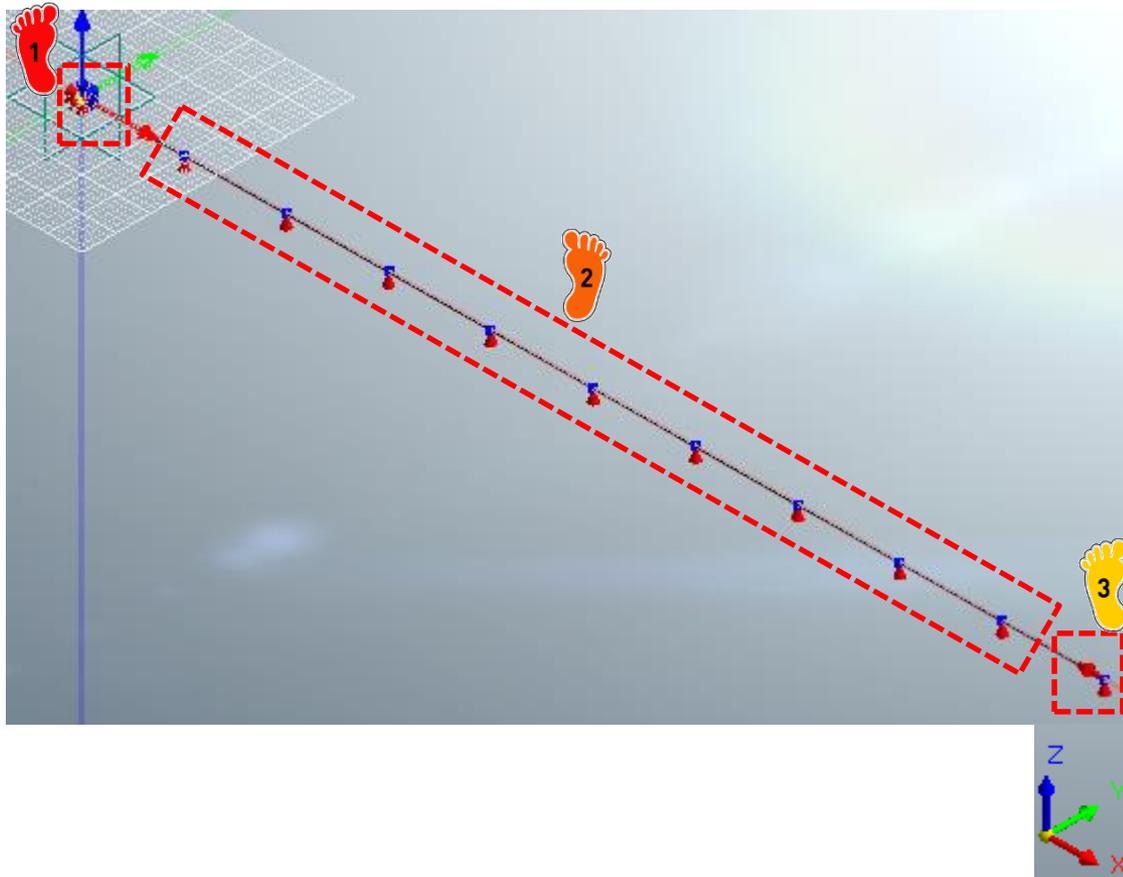
DZ  mm

# 요소망 생성

1 요소망 생성



# 구속조건 및 하중조건 설정



1 지지점 고정구속

2 나머지 절점은 평면 거동을 할 수 있도록 구속  
여기서는 z 방향을 구속해서 xy 평면에서만 움직일 수 있도록 함

3 하중 방향을 제외하고 구속 (Ty, Tz 구속)

4 하중은 고정구속 반대편 끝 부분에 160e3 N 압축하중 적용

# 해석 케이스 정의 및 해석 실행

The screenshot shows the software interface for defining and running an analysis case. The main menu at the top includes options like '해석' (Analysis) and '해석 및 결과' (Analysis and Results). The toolbar below contains icons for '일반' (General), '적외설계' (Inverse Design), and '실행' (Execute). The '해석케이스 추가/변경' dialog box is open, showing the '해석케이스 설정' (Analysis Case Settings) section. The '이름' (Name) field is set to 'asd', and the '해석 종류' (Analysis Type) is set to '좌굴해석' (Buckling Analysis). The '해석모형' (Analysis Model) section shows a tree view of the model components, including '요소망' (Mesh), '구속 조건' (Boundary Conditions), '경계조건세트-1' (Boundary Condition Set-1), '정적하중' (Static Load), '하중세트-1' (Load Set-1), and '접촉' (Contact). The '활성화세트' (Activated Set) section shows '기본 요소망세트' (Basic Mesh Set) and '자동요소망(1D)' (Automatic Mesh (1D)). The '브레이크이스 설정' (Break Case Settings) section shows a tree view of the analysis settings, including '선형 정적해석 (필수)' (Linear Static Analysis (Required)), '종류: 선형 정적해석' (Type: Linear Static Analysis), '구속 조건' (Boundary Conditions), '경계조건세트-1' (Boundary Condition Set-1), '정적하중' (Static Load), '하중세트-1' (Load Set-1), '접촉' (Contact), '고유치 (필수)' (Eigenvalue (Required)), '종류: 고유치' (Type: Eigenvalue), '구속 조건' (Boundary Conditions), '경계조건세트-1' (Boundary Condition Set-1), and '접촉' (Contact). The '확인' (OK) button is highlighted with a red dashed box and a blue foot icon labeled '5'.

1 주 메뉴 창에서 해석 및 결과 탭메뉴 클릭

2 일반 클릭

3 임의의 이름 입력

4 좌굴해석으로 변경

5 확인

6 실행 클릭

# 해석 결과

**REAL EIGENVALUES**

MODE NUMBER	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	1.818239e+001	4.264081e+000	6.786496e-001	1.473514e+000	2.681869e+002	4.876278e+003	0.000000e+000	0.000000e+000
2	5.500477e+001	7.416520e+000	1.180376e+000	8.471877e-001	5.758674e+002	3.167545e+004	0.000000e+000	0.000000e+000
3	1.133857e+002	1.064827e+001	1.694726e+000	5.900659e-001	9.851980e+002	1.117074e+005	0.000000e+000	0.000000e+000
4	1.970768e+002	1.403841e+001	2.234282e+000	4.475711e-001	1.337648e+003	2.636195e+005	0.000000e+000	0.000000e+000
5	3.102359e+002	1.761352e+001	2.803278e+000	3.567252e-001	2.028028e+003	6.291672e+005	0.000000e+000	0.000000e+000

**NODAL DISP TOTAL, mm**

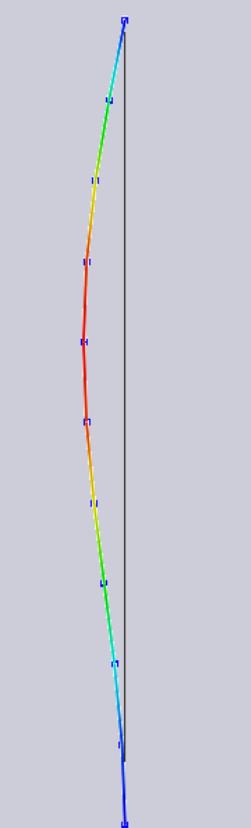
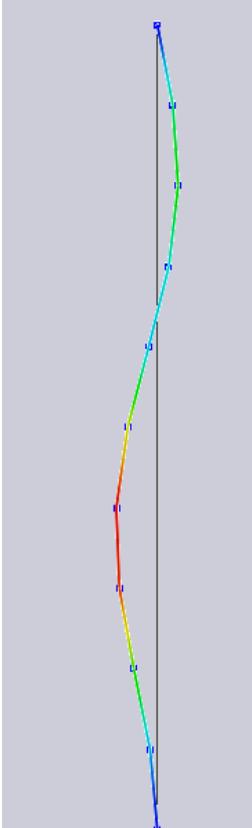
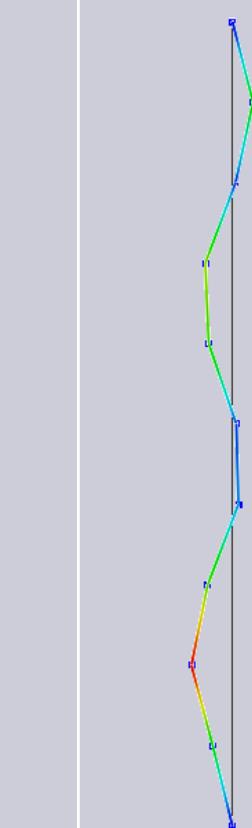
- 30.0% +1.00000e+000
- 0.0% +9.16667e-001
- 0.0% +8.33333e-001
- 0.0% +7.50000e-001
- 20.0% +6.66667e-001
- 0.0% +5.83333e-001
- 10.0% +5.00000e-001
- 0.0% +4.16667e-001
- 10.0% +3.33333e-001
- 10.0% +2.50000e-001
- 0.0% +1.66667e-001
- 0.0% +8.33333e-002
- 20.0% +0.00000e+000

[ DATA ] 좌굴해석-1, 고유치 (횡수), MODE 1 (EIGENVALUE=1.8182e+001), [ UNIT ] N, mm

1 고유치 값을 테이블로 확인 가능

2 모드 변화 확인 가능

# 후처리

모드 차수	1	2	3	4	5
모드 형상					
고유값	1.8182e0	5.5005e1	1.1339e2	1.9708e2	3.1024e2
임계 하중 kN	2909	8801	18142	31532	49638

# COLUMN BUCKLING

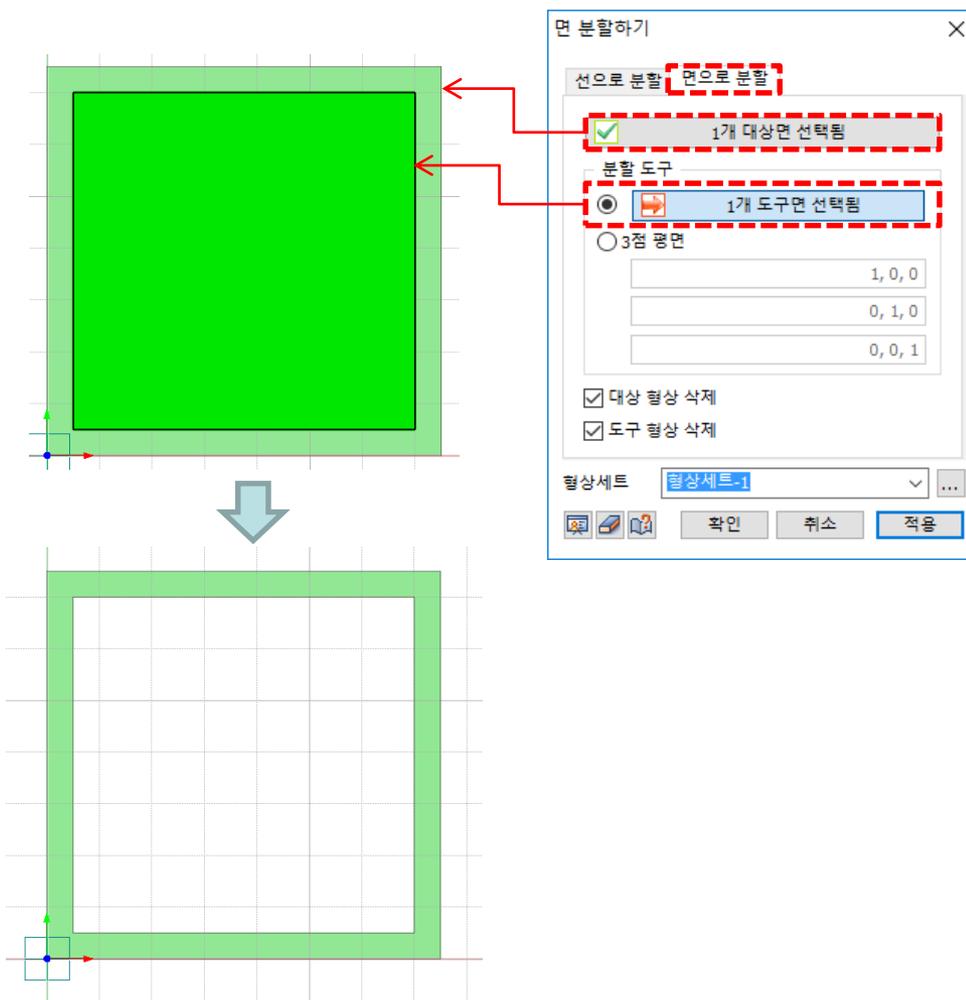
## 솔리드 요소

# 기하형상 생성



**1** 두 개의 사각 단면 생성  
(길이 150mm/130mm)

**2** 면 나누기 기능을 이용하여  
외부 사각형에서 내부 사각형 제거



# 재료 물성 및 특성 입력

재료

번호  이름  색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI\_310\_SS
- AISI\_410\_SS
- AISI\_Steel\_1005
- AISI\_Steel\_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI\_Steel\_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel\_718\_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel\_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel\_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316

선행 탕소성 초탄성 온도 의존

구조

탄성계수  N/mm<sup>2</sup>

프와송비

질량밀도  kg/mm<sup>3</sup>

열응력

열팽창계수

참조온도  [T]

열전도

전도율  W/(mm·[T])

비열  J/(kg·[T])

발열계수

안전률계산방법

파손이론

인장  N/mm<sup>2</sup> 압축  N/mm<sup>2</sup>

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수  1/sec

강성 비례 감쇠 계수  sec

구조 감쇠 계수

불러오기... 편집... 확인 취소 적용



탄성계수 70 GPa  
 푸아송비 0.33  
 재료 생성

3차원 특성 생성

# 요소망 생성 (1)

The screenshot shows the midas NFX software interface. The main workspace displays a 2D grid with a green rectangular boundary. A dialog box titled '요소망 생성 (면)' is open, showing the '자동-면' tab selected. The dialog box contains the following elements:

- Tab selection: 자동-면, 자동-영역, 사상-면, 사상-영역
- Step 1: A red dashed box highlights the '자동-면' tab.
- Step 2: A red dashed box highlights the '1개 대상 선택됨' button.
- Step 3: A red dashed box highlights the '크기' radio button and the input field '10'.
- Step 4: A red dashed box highlights the '확인' button.
- Other fields: '요소 크기 설정' (크기 selected, 분할수 10), '특성' (1), '요소망 세트' (사각형(1)), and buttons for '확인', '취소', and '>>'.

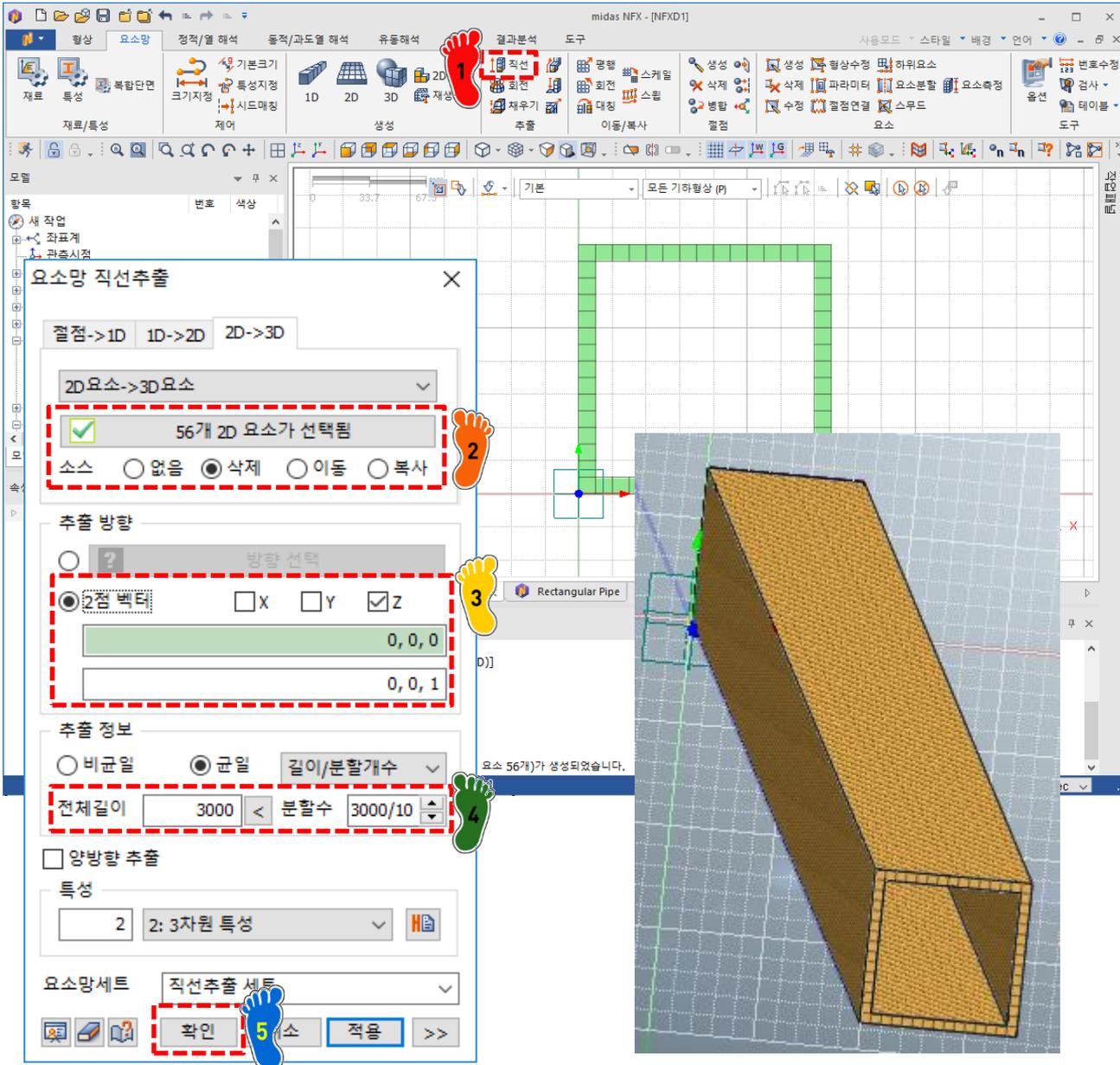
1 요소망 탭메뉴의 2D 클릭

2 면 선택

3 크기 10 입력

4 확인

# 요소망 생성 (2)



1 요소망 탭메뉴의 직선 클릭 (곡선 추출의 경우 스위치)

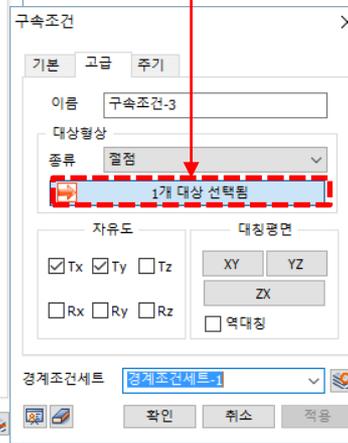
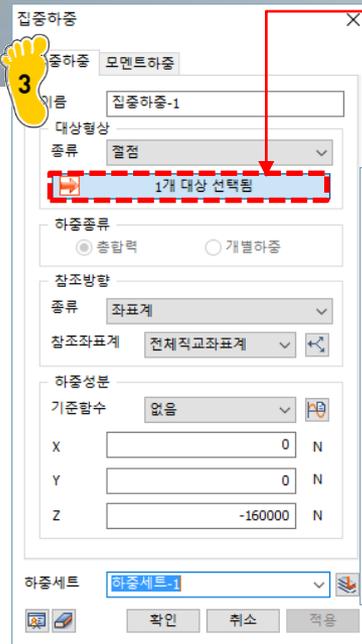
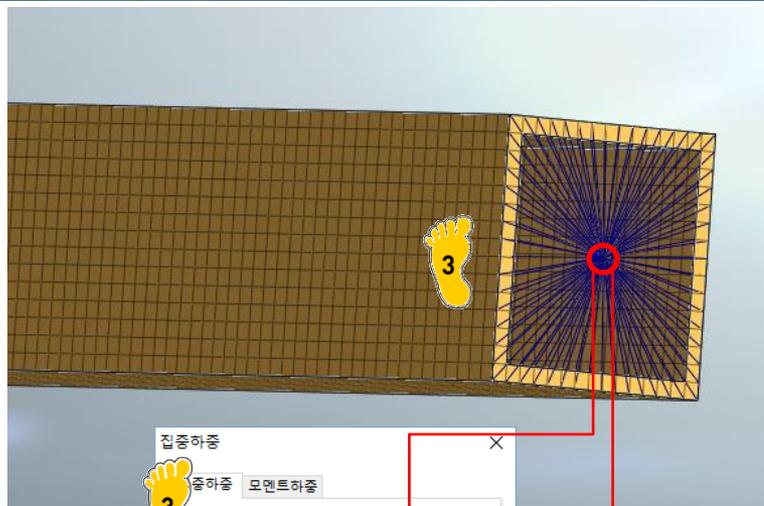
2 끝 면의 요소 56개 선택 (소스: 삭제)

3 추출 방향 선택 가이드 곡선 선택 (Z 방향)

4 전체길이 3000, 분할수 3000/10 입력

5 확인

# 하중조건 및 구속조건 설정



z방향으로만 움직이게 하기 위함



하단의 절점 고정구속



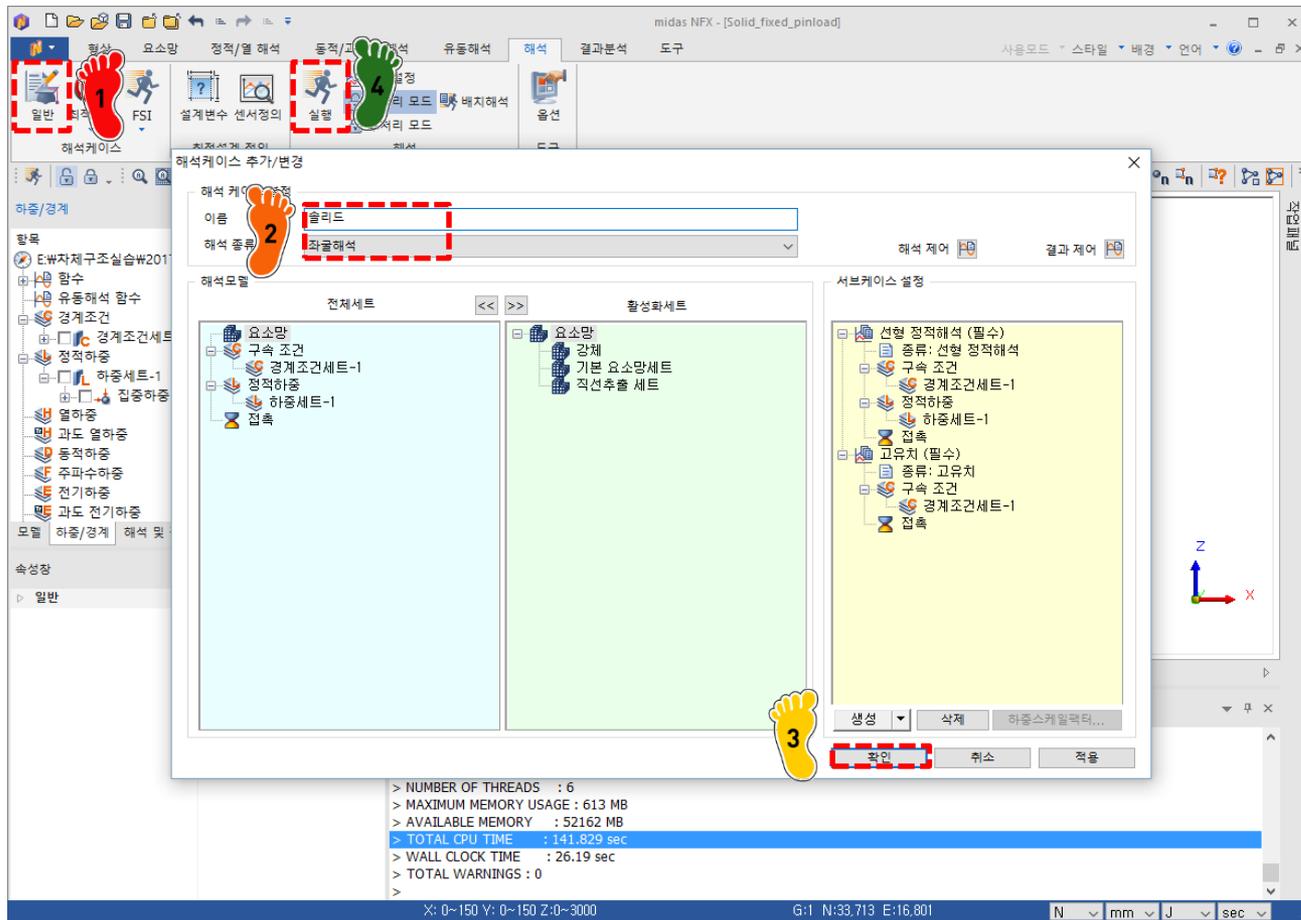
평면 거동을 위해 제일 상단 하중을 줄 절점들을 제외하고 y방향 구속 (상단 제외)



제일 상단에 강제 요소 생성 후 중심에 하중/구속조건 부여 (강제: 요소망→생성→기타)



# 해석 케이스 정의 및 해석 실행



1 주 메뉴 창에서 해석 탭메뉴에서 일반 클릭

2 임의의 이름 입력 후 좌굴해석 선택

3 확인

4 실행 클릭

# 좌굴 해석 결과

1 각 모드에 대한 고유치 및 변형 결과 확인

**해석 및 결과**

- 항목: E뉴자제구조실습#2017 NFX#Week4#Solid\_fixed\_pi...
- 해석케이스
  - 솔리드 : 좌굴해석
  - 모드해석결과 테이블
  - 선형 정적해석 (필수)
  - 고유치 (필수)
  - MODE 1 (EIGENVALUE=1.9262e+001)**
  - 진재 변위
  - MODE 2 (EIGENVALUE=5.3179e+001)
  - 진재 변위
  - MODE 3 (EIGENVALUE=9.5918e+001)
  - 진재 변위
  - MODE 4 (EIGENVALUE=1.4228e+002)

**속성창**

**컨투어**

- 컨투어유형: 연속
- 채우기: 면그리기
- 색상: 컨투어
- 컨투어선
  - 보이기: False
  - 선색: FFFFFFFF
  - 선두께: 1

**출력창**

```

> ANALYSIS COMPLETED
>
> [SYSTEM INFO]
> NUMBER OF THREADS : 6
> MAXIMUM MEMORY USAGE : 613 MB
> AVAILABLE MEMORY : 52162 MB
> TOTAL CPU TIME : 141.829 sec
> WALL CLOCK TIME : 26.19 sec
> TOTAL WARNINGS : 0
    
```

**노드 이송 결과**

NO	DISP	PERCENT
1	+1.00000e+000	
2	+9.16667e-001	21.6%
3	+8.33333e-001	9.3%
4	+7.50000e-001	7.7%
5	+6.66667e-001	6.7%
6	+5.83333e-001	6.0%
7	+5.00000e-001	5.9%
8	+4.16667e-001	5.6%
9	+3.33333e-001	5.7%
10	+2.50000e-001	5.9%
11	+1.66667e-001	6.2%
12	+8.33333e-002	8.0%
13	+0.00000e+000	11.4%
14	+0.00000e+000	

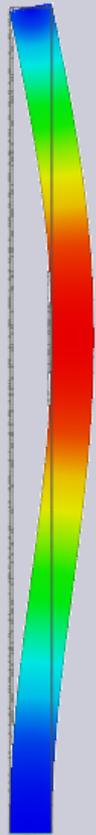
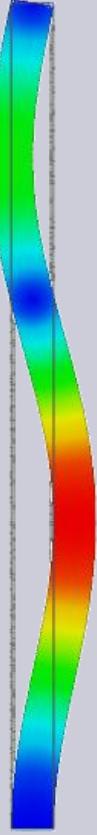
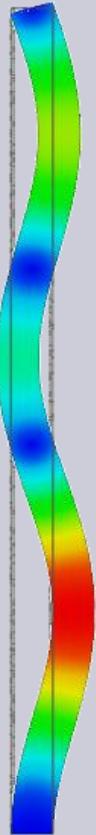
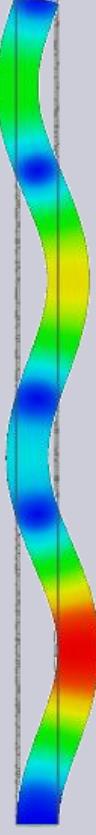
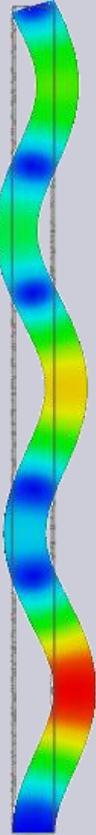
[DATA] 솔리드, 고유치 (필수), MODE 1 (EIGENVALUE=1.9262e+001), [UNIT] N, mm

레벨 3 (부동)

시작페이지: Solid\_fixed\_pinload x 모드 결과

Ready X: 0~299.699 Y: 0~150 Z: 0~3014.5 G:1 N:33.713 E:16.801 N mm J sec

# 후처리

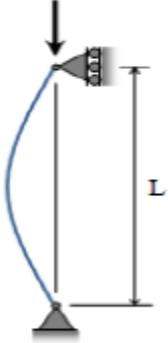
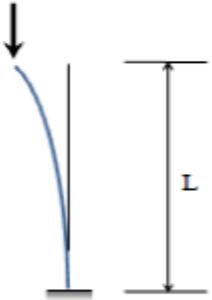
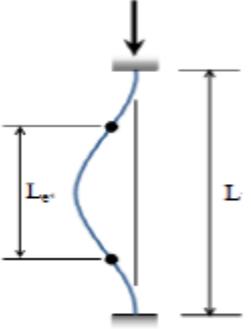
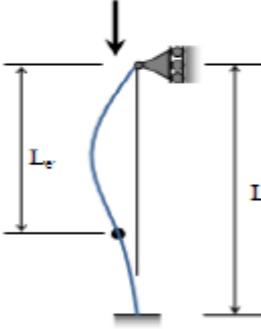
모드 차수	1	2	3	4	5
모드 형상					
고유값 ( $\lambda$ )	1.926e1	5.318e1	9.592e1	1.423e2	1.875e2
임계 하중 [kN] ( $P_{cr} = P \times \lambda$ )	3082	8509	15347	22765	29997

# 결과 정리

unit : kN	1차		2차		3차		4차		5차	
이론	2883		8533		17003		28295		42409	
빔 (10)	2909	0.9	8801	3.1	18142	6.7	31532	11.4	49638	17.0
빔 (20)	2885	0.1	8587	0.6	17285	1.7	29136	3.0	44251	4.3
솔리드	3082	6.9	8509	0.3	15347	9.7	22765	19.5	29997	29.3

# 속제

양단 핀지지일 때 3가지 요소의 좌굴하중(5차까지)을 구하고 해석적인 해와 비교, 고찰하시오

양단 핀지지	상단자유, 하단고정	양단 고정	상단핀지지, 하단고정
$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{2.046\pi^2 EI}{L^2}$
			
$L_e = L$	$L_e = L$	$L_e = L$	$L_e = L$
$K = 1$	$K = 1$	$K = 1$	$K = 1$

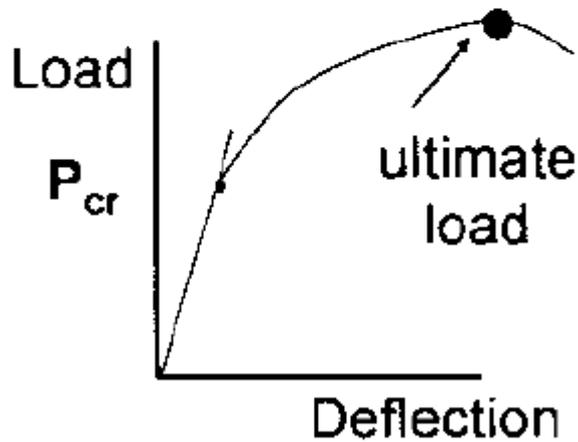
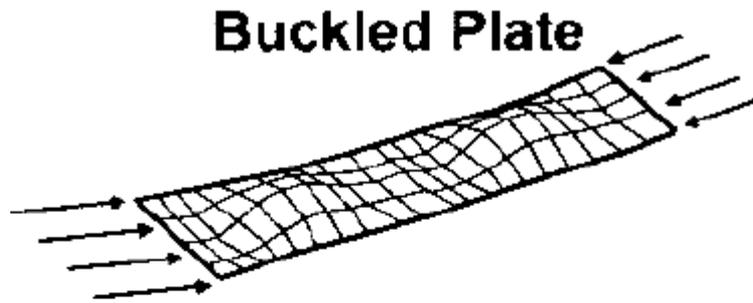
$$P_{cr} = EI\alpha^2, \alpha = \frac{\pi}{L}k, k = 1, 2, 3, \dots$$

# PANEL BUCKLING

## 셸 요소

# 예제: PANEL BUCKLING (1)

$$\sigma_{cr} = \frac{D\pi^2}{tb^2}k = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)(b/t)^2}k$$

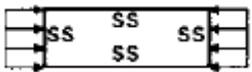
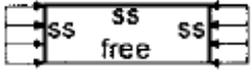
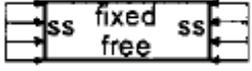
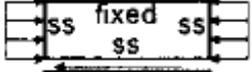
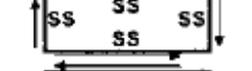
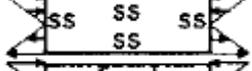


Case	Boundary Condition	Loading	k
(a)	ss ss ss ss	Compression	4.0
(b)	ss fixed ss fixed	Compression	6.97
(c)	ss ss ss free	Compression	0.425
(d)	ss fixed ss free	Compression	1.277
(e)	ss fixed ss ss	Compression	5.42
(f)	ss ss ss ss	Shear	5.34
(g)	ss fixed ss free	Shear	8.98
(h)	ss ss ss ss	Bending	23.9
(i)	fix fixed fix fixed	Bending	41.8

# 예제: PANEL BUCKLING (2)

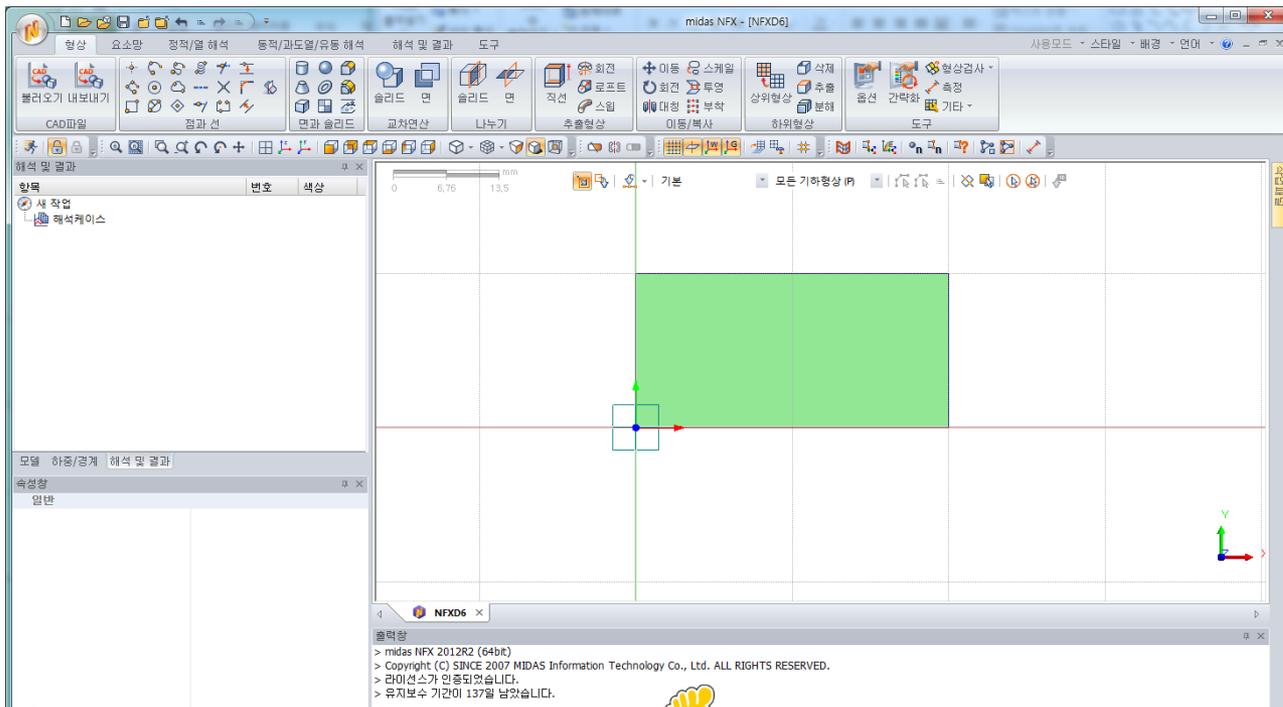
$$\sigma_{cr} = \frac{D\pi^2}{tb^2} k = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} k$$

$E = 210 \text{ GPa}, \nu = 0.28, b = 20 \text{ mm}, t = 1 \text{ mm}$

Case	Boundary Condition	Loading	k
(a)		Compression	4.0
(b)		Compression	6.97
(c)		Compression	0.425
(d)		Compression	1.277
(e)		Compression	5.42
(f)		Shear	5.34
(g)		Shear	8.98
(h)		Bending	23.9
(i)		Bending	41.8

$$\sigma_{cr} = 1874 \text{ MPa}, P_{cr} = \sigma_{cr} A = \sigma_{cr} bt = 37482 \text{ N}$$

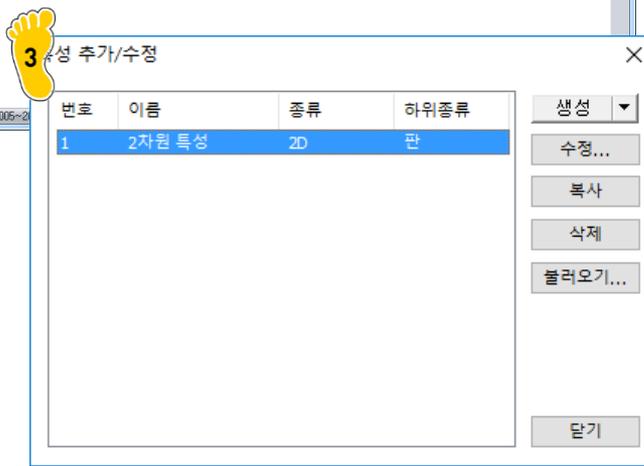
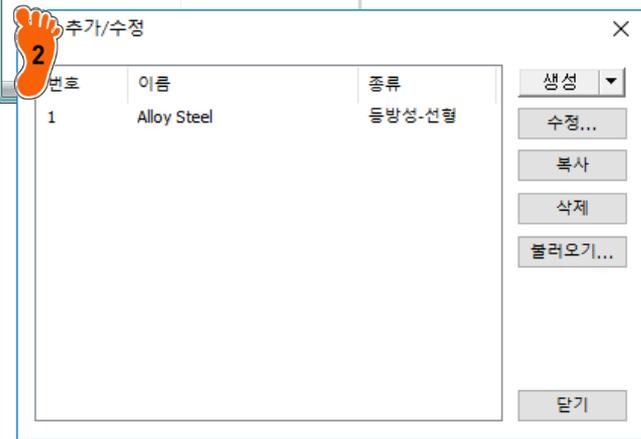
# 기하형상 생성 및 재료/특성 설정



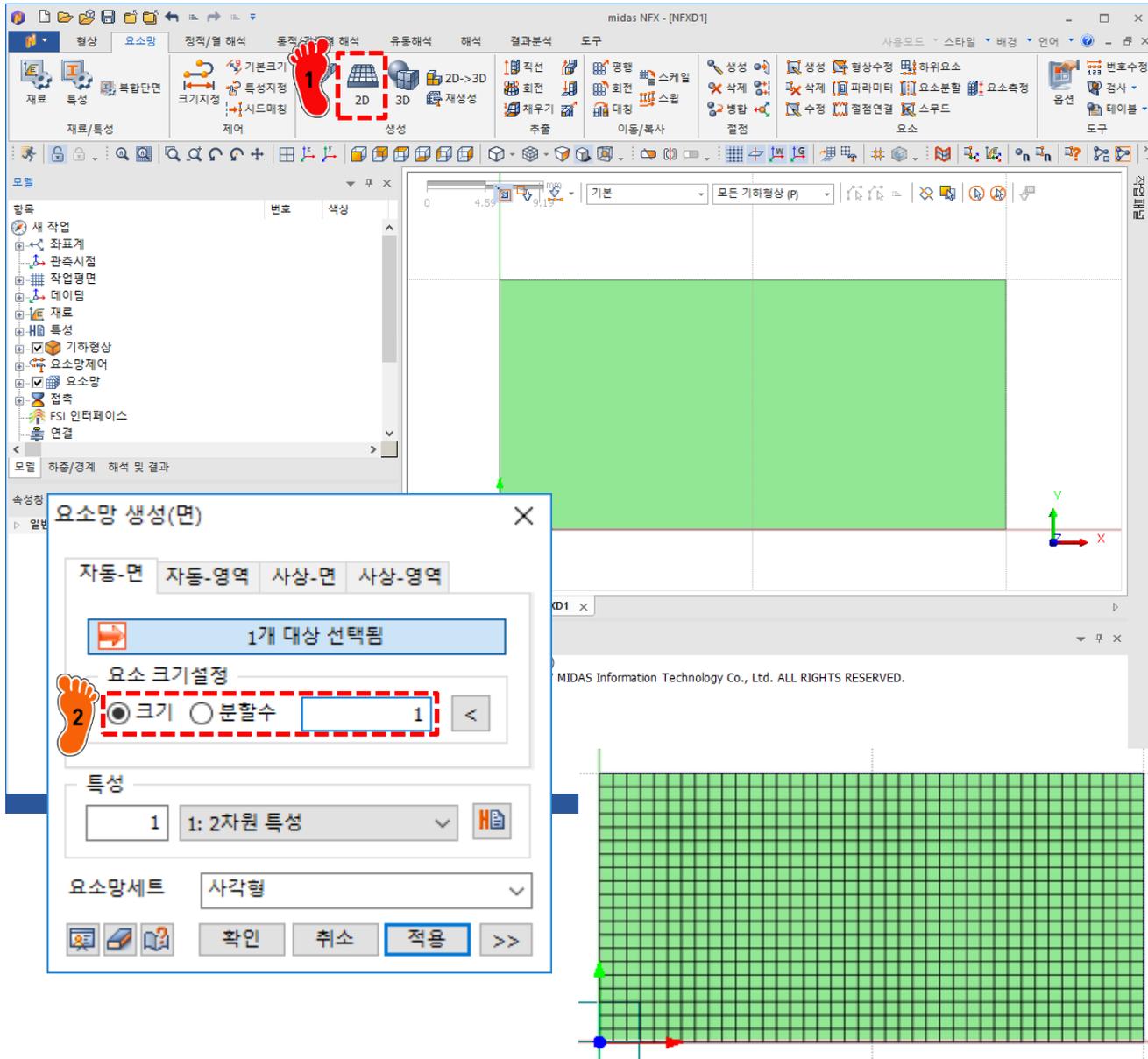
**1** 가로 40 mm 세로 20 mm 평판 생성

**2** 재료는 Alloy Steel 그대로 사용

**3** 두께 1mm의 2차원 특성 생성



# 요소망 생성



1 요소망 탭메뉴의 2D 클릭

2 크기 1로 요소 생성

# 구속조건 및 하중조건 설정

The screenshot shows the midas NFX software interface. The '압력' (Pressure) dialog box is open, showing the '대상선택' (Target Selection) step. The '구속조건' (Boundary Condition) dialog box is also open, showing the '기본' (Basic) tab. The main workspace displays a grid with boundary conditions and loads applied. Red dashed boxes and yellow foot icons indicate the steps: 1. Clicking '압력' in the menu. 2. Clicking '대상선택' in the dialog. 3. Setting the value '0.05 N/mm' for 'P or P1'. 4. Selecting a target area on the grid.

1 정적/열 해석 탭메뉴에서 압력 클릭

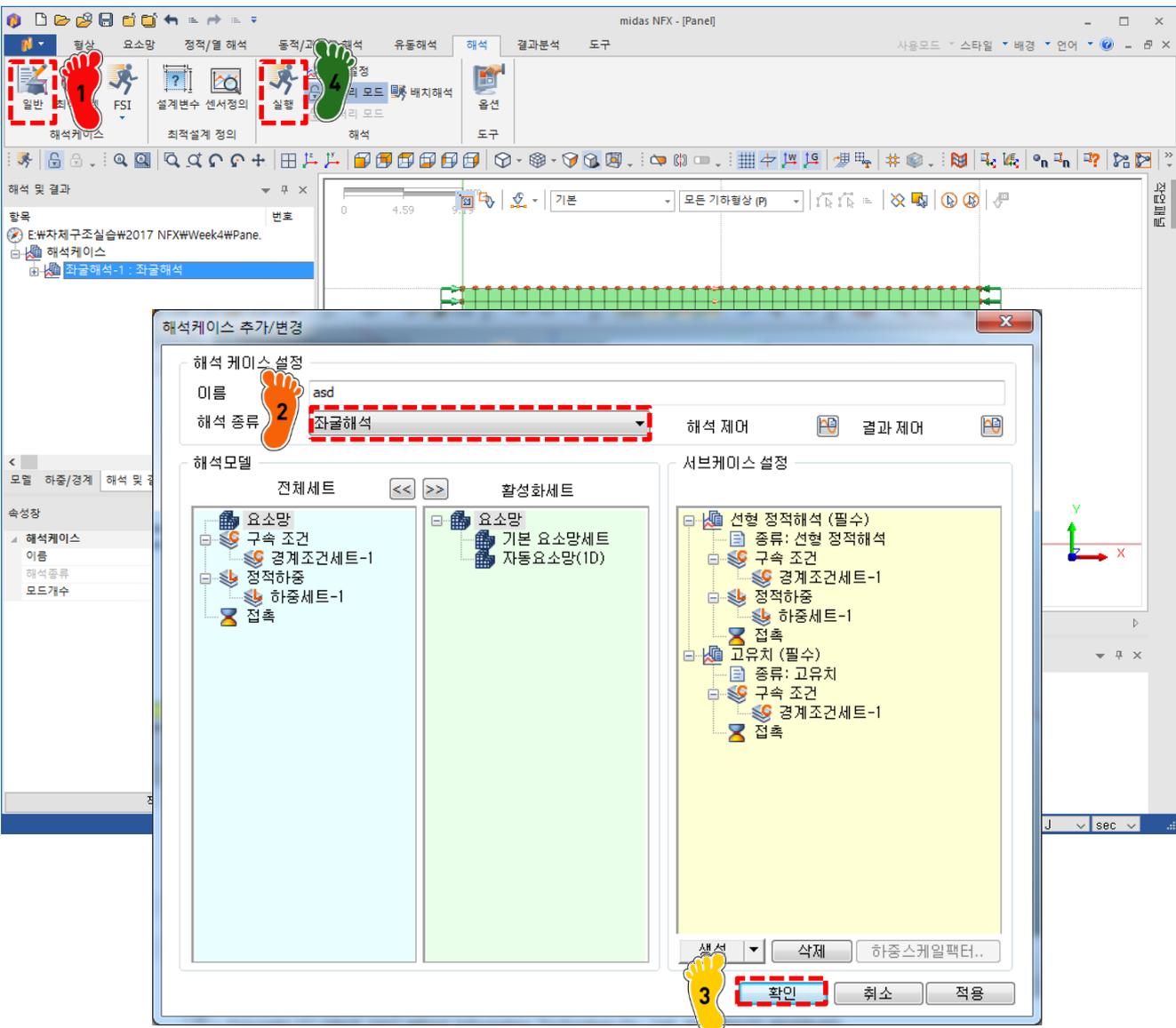
2 선택 탭메뉴에서 양 끝 하중을 가할 선 선택

3 단위 길이당 하중이므로 단위하중이 입력되도록 0.05 입력

4 구속조건의 경우 최 외각 절점들은 Tz로 구속, 가운데 세로방향은 Tx, 가운데 가로 방향은 Ty로 구속 (강체운동 방지)

The '구속조건' (Boundary Condition) dialog box is shown. The '기본' (Basic) tab is selected. The '이름' (Name) is '구속조건-1'. The '대상형상' (Target Shape) is '절점' (Node). The '종류' (Type) is '결점' (Point). The '자유도' (Degrees of Freedom) are set to 'Tx', 'Ty', and 'Tz'. The '대칭공연' (Symmetry) is set to 'XY', 'YZ', and 'ZX'. The '경계조건세트' (Boundary Condition Set) is '경계조건세트-1'.

# 해석 케이스 정의 및 해석 실행



1 주 메뉴 창에서 해석 탭메뉴에서 일반 클릭

2 임의의 이름 입력 후 좌굴해석 선택

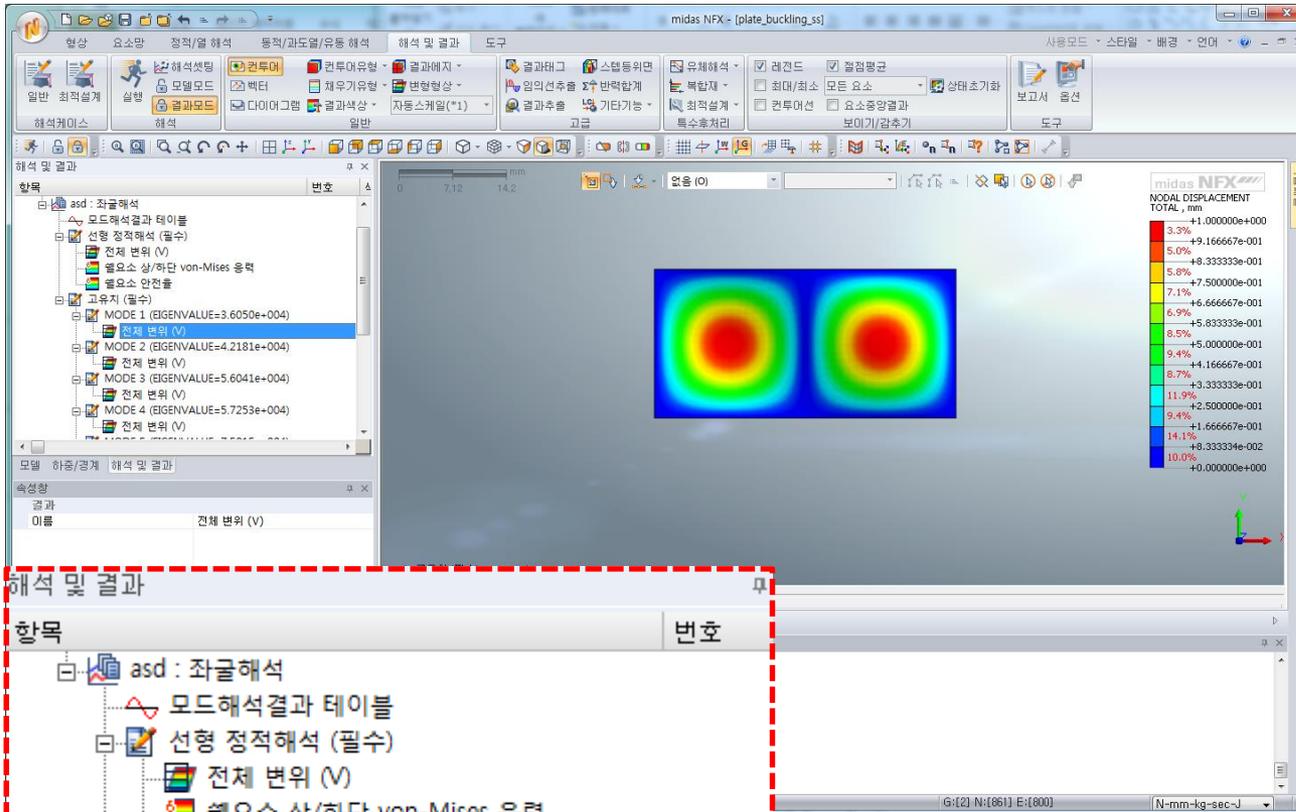
3 확인

4 실행 클릭

# 후처리



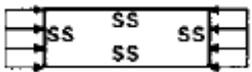
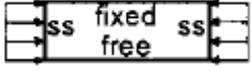
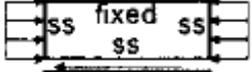
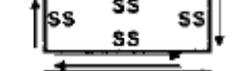
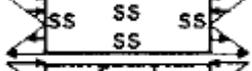
첫 번째 고유값은  $3.6050e4$   
 임계 하중은 고유값 곱하기  
 가해진 하중이므로  
 $3.6050e4$ 이 임계하중



# 예제: PANEL BUCKLING (2)

$$\sigma_{cr} = \frac{D\pi^2}{tb^2} k = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} k$$

$E = 210 \text{ GPa}, \nu = 0.28, b = 20 \text{ mm}, t = 1 \text{ mm}$

Case	Boundary Condition	Loading	k
(a)		Compression	4.0
(b)		Compression	6.97
(c)		Compression	0.425
(d)		Compression	1.277
(e)		Compression	5.42
(f)		Shear	5.34
(g)		Shear	8.98
(h)		Bending	23.9
(i)		Bending	41.8

$$\sigma_{cr} = 3266 \text{ MPa}, P_{cr} = \sigma_{cr} A = \sigma_{cr} bt = 65313 \text{ N}$$

# 구속조건 및 하중조건 설정

1 결과분석

2 구속조건-1

3

MODAL DISP TOTAL, mm

5.3%	+1.00000e+000
6.0%	+9.16667e-001
6.0%	+8.33333e-001
7.0%	+7.50000e-001
4.8%	+6.66667e-001
7.8%	+5.83333e-001
8.5%	+5.00000e-001
6.0%	+4.16667e-001
12.5%	+3.33333e-001
5.5%	+2.50000e-001
16.0%	+1.66667e-001
14.7%	+8.33333e-002
	+0.00000e+000

[DATA] 좌골해석-1, 고유치 (필수), MODE 1 (EIGENVALUE=3.6050e+004), [UNIT] N, mm

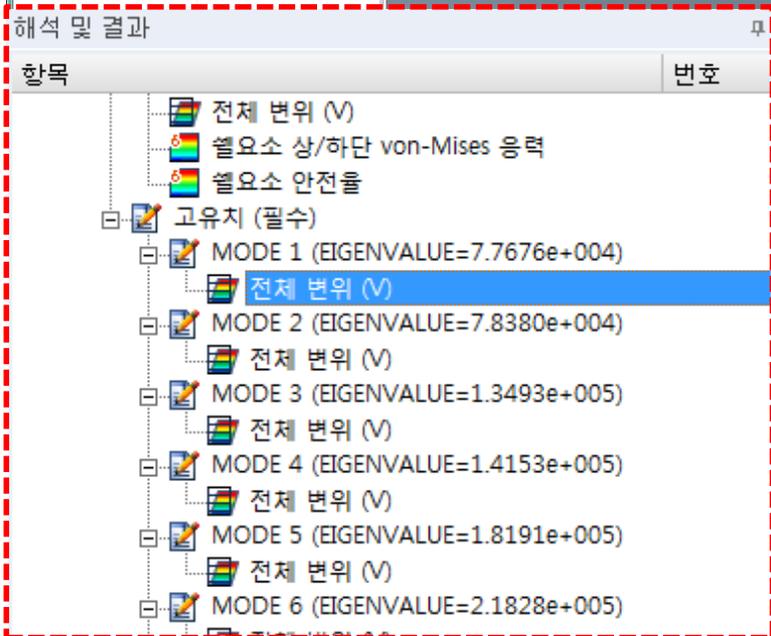
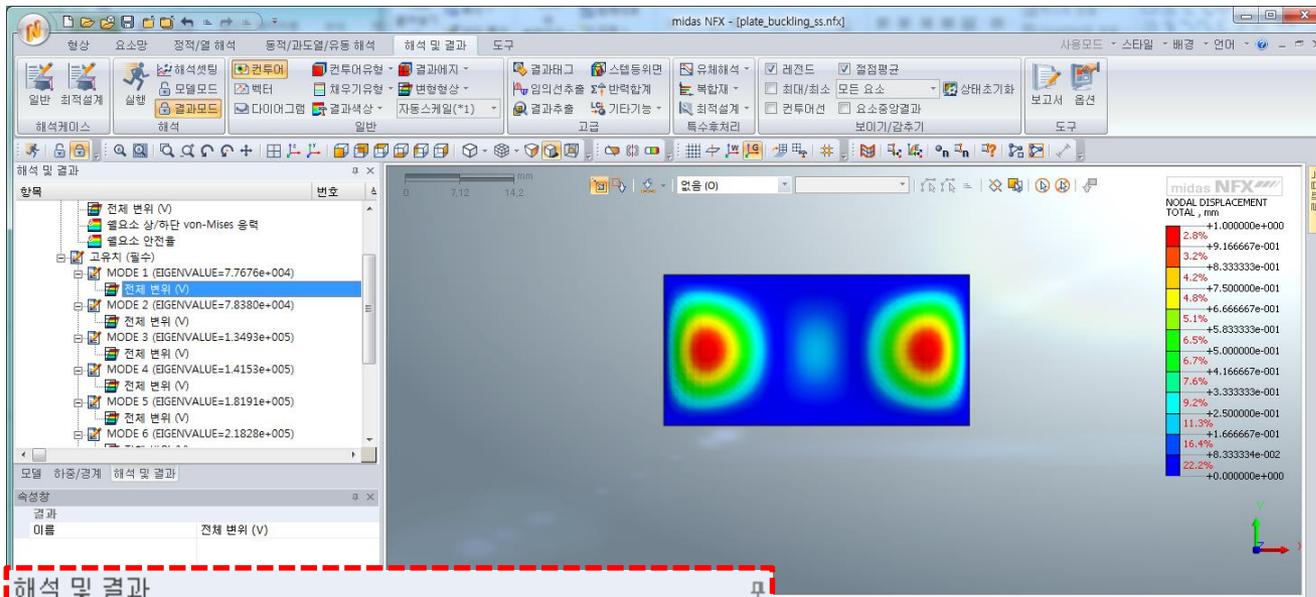
- 1 모델모드로 변경
- 2 기존 구속조건 제거
- 3 새로운 구속조건 입력
  - 위/아래: 고정구속
  - 좌/우: 단순지지(Tz)

해석 재실행

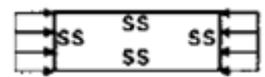
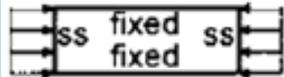
# 후처리



첫 번째 고유값은 7.7676e4

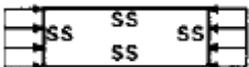
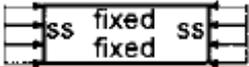
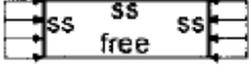
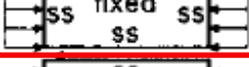
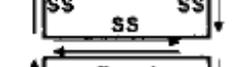
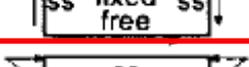
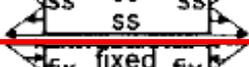


# 결과 정리

		
Analytic $P_{cr}$ [N]	37482	65313
FEM $P_{cr}$ [N]	36050	77676
Error [%]	3.8	18.93

# 속제

3가지 경계 조건 및 하중 조건이 주어질 때 임계하중을 구하고 해석적인 해와 비교 고찰하시오

Case	Boundary Condition	Loading	k
(a)		Compression	4.0
(b)		Compression	6.97
(c)		Compression	0.425
(d)		Compression	1.277
(e)		Compression	5.42
(f)		Shear	5.34
(g)		Shear	8.98
(h)		Bending	23.9
(i)		Bending	41.8

# 접촉 해석

Computational Design Laboratory  
Department of Automotive Engineering  
Hanyang University, Seoul, Korea



한양대학교  
HANYANG UNIVERSITY

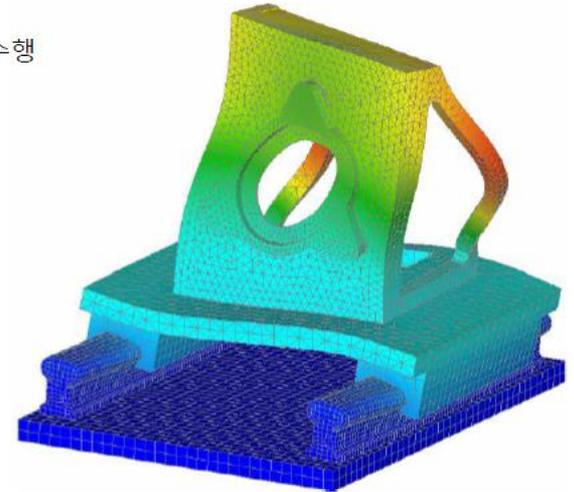
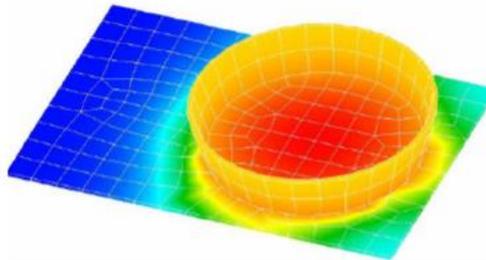
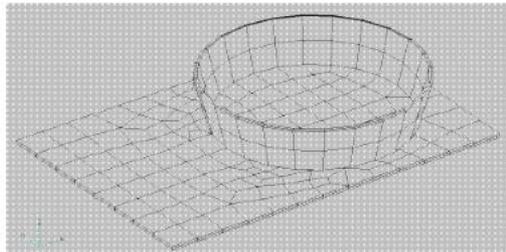
CDL Computational  
Design  
Lab

# 접촉 해석 (CONTACT ANALYSIS)

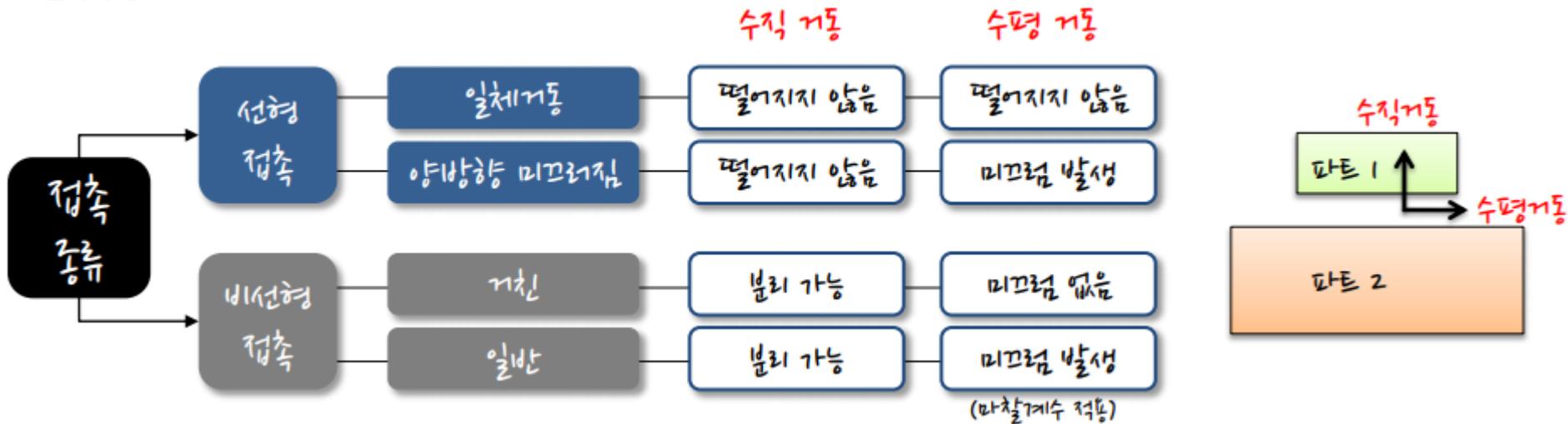
## 접촉의 이해 및 종류

### 접촉이란?

- 한 파트의 여러 절점을 다른 파트의 절점에 연결하는 것
- 주접촉면(Master)과 종속접촉면(Slave)의 절점 사이에서 Penalty Stiffness Method를 이용하여 접촉해석을 수행
- 발생 가능한 모든 자유도에서 접촉해석 수행 가능
- 접촉면 사이에서 절점이 일치하지 않는 경우에도 해석이 가능
- 선형 해석 및 비선형 해석 수행 가능, 선형 해석 수행 시에는 연속된 강성으로 형성하여 해석을 수행

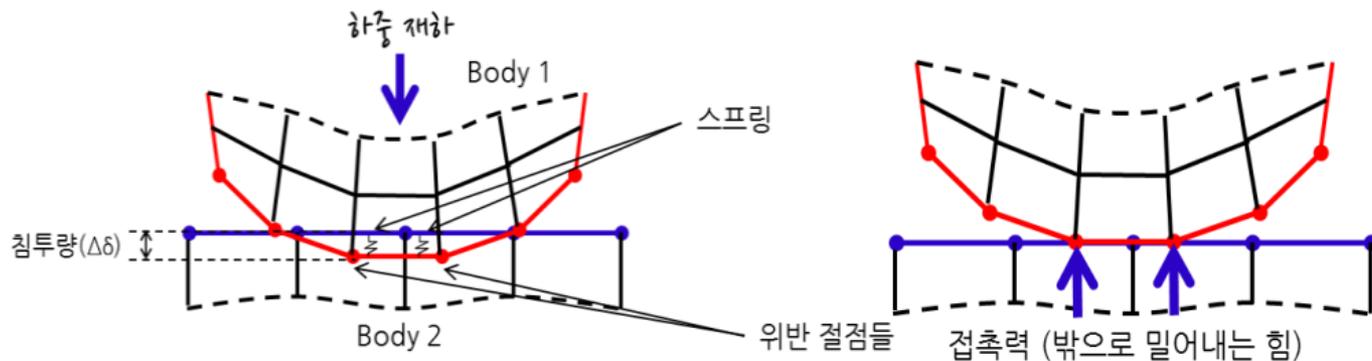


### 접촉의 종류



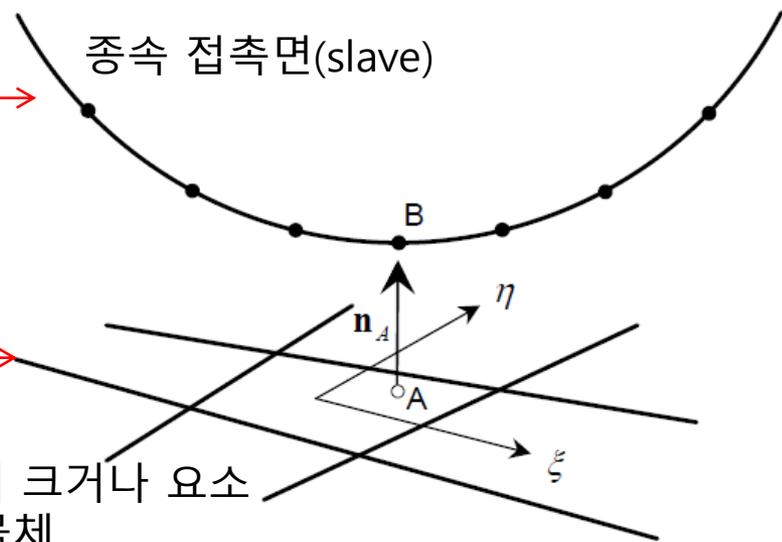
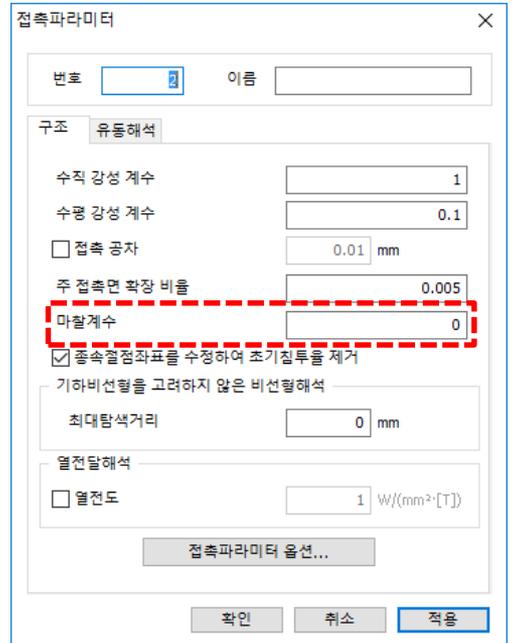
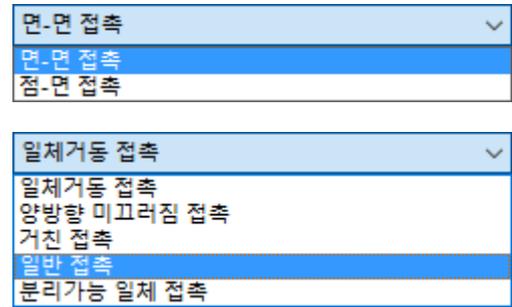
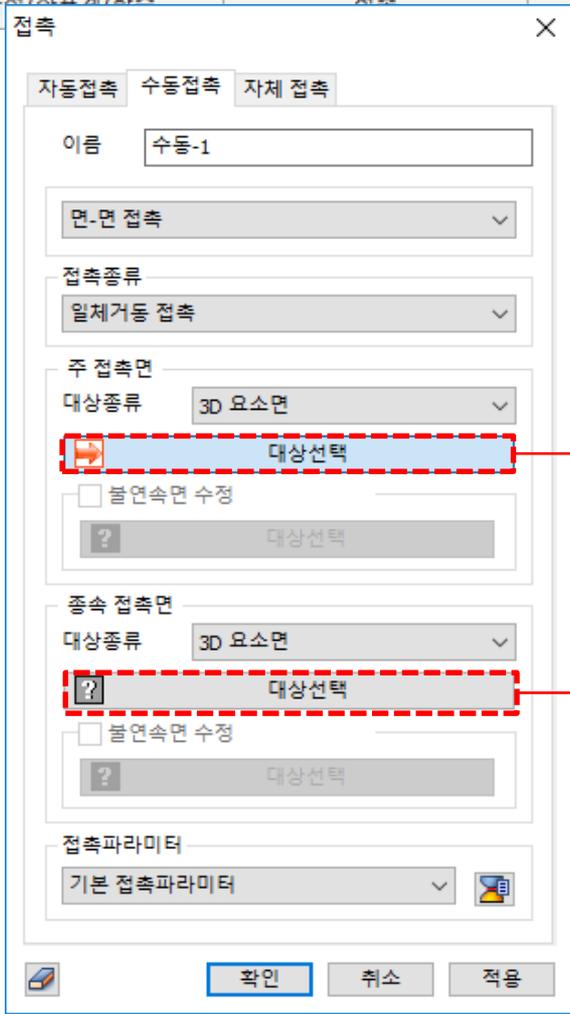
# 벌칙 기법 (PENALTY METHOD)

- 약간의 침투( $\Delta\delta$ )를 허용하고, 스프링(K) 개념을 도입하여 침투에 대한 힘(F)을 계산
- 이때 발생한 힘(F)을 접촉력(Contact force)이라고 하며, 접촉 물체를 밀어냄



- 침투를 허용하기 때문에 정확도는 떨어지나 수치적인 처리가 간단하고 해석시간을 증가시키지 않아 복잡한 구조 해석에도 많이 사용
- 정확한 방법에는 Lagrange Multiplier 기법이 있음

# NFX의 접촉 해석

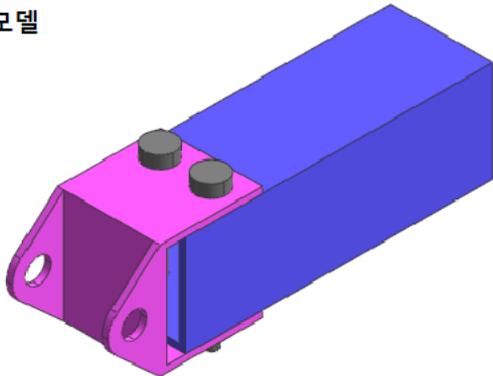


주접촉면(master)  
: 상대적으로 강성이 크거나 요소  
가 조밀하지 않은 물체

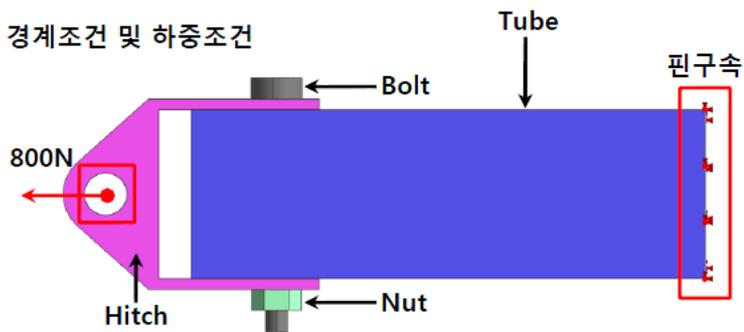
# 예제: HITCH ASSEMBLY

## 해석 개요

### > 대상 모델

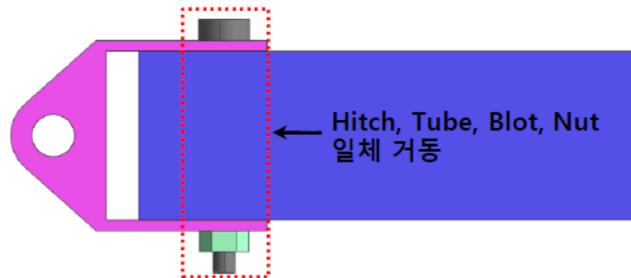


### > 경계조건 및 하중조건

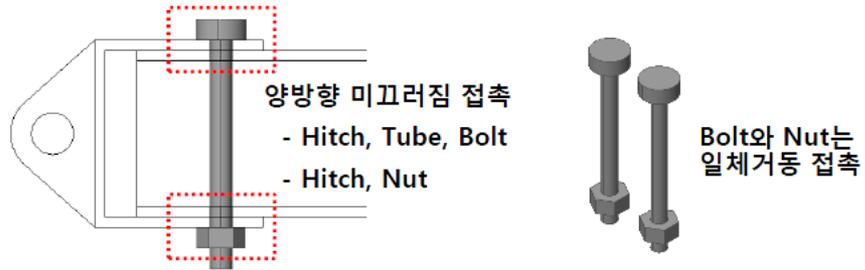


### > 접촉조건

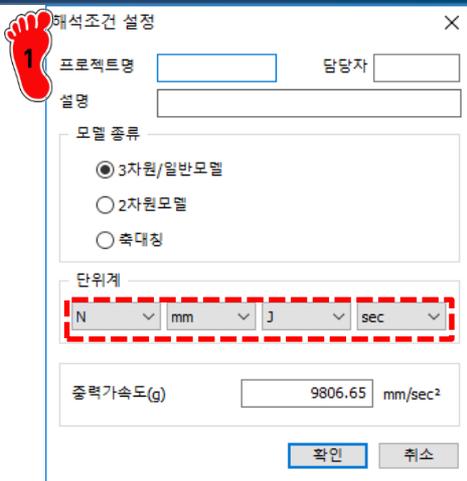
- 해석케이스-1 : 일체거동 접촉 (전체 파트가 하나로 일체 거동하는 조건)



- 해석케이스-2 : 일체거동 & 양방향 미끄러짐 접촉 (Bolt와 Nut는 일체거동, 나머지 파트는 양방향 미끄러짐 접촉)

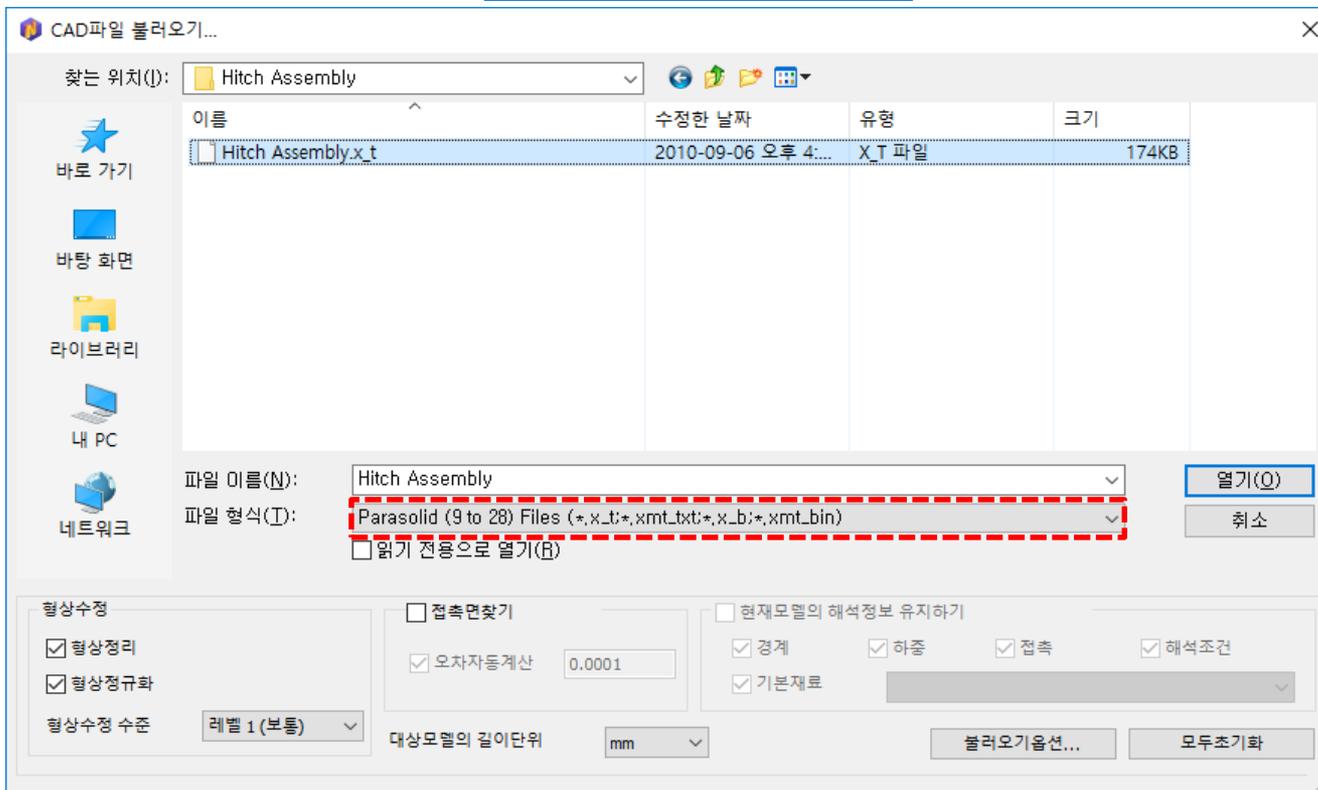


# 기하 형상 불러오기



1 3차원 모델/기본 단위계로 설정

2 CAD 불러오기를 통해 Hitch\_Assembly.x\_t파일 불러오기



# 재료 및 특성 설정

재료

번호: 2 이름: Steel 색상: [Orange]

All

구조

탄성계수: 1.9e5 N/mm<sup>2</sup>

프와송비: 0.29

질량밀도: 8e-6 kg/mm<sup>3</sup>

열응력

열팽창계수: 0

기준온도: 0 [T]

열전도

전도율: 0 W/(mm·[T])  잠열

비열: 0 J/(kg·[T])

발열계수: 1

전위

전도율: 0 A/mm·V

에너지 확산 계수: 1

안전률계산방법

파손이론: Von Mises 응력(Ductile)

인장: 0 N/mm<sup>2</sup> 압축: 0 N/mm<sup>2</sup>

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수:

강성 비례 감쇠 계수:

구조 감쇠 계수:

크리프

원 특성 생성/변경

슬리드 복합재료 슬리드 3D 유동해석 3D 혼합물 유동해석

번호: 1 이름: Hitch Assembly 색상: [White]

재료: 2: Steel

재료좌표계: 전체직교좌표계

확인 취소 적용



'Steel' 재료로 생성  
 탄성계수:  $1.9e5 \text{ N/mm}^2$   
 프와송비: 0.29  
 질량밀도:  $8e-6 \text{ kg/mm}^3$



생성한 'Steel' 재료로 3차원  
 특성 생성

# 하중 및 구속조건 설정

**집중하중**

1 집중하중 모멘트하중

이름 집중하중-1

대상형상

종류 면

8개 대상 선택됨

하중종류

총합력  개별하중

잠조방향

종류 좌표계

참조좌표계 전체직교좌표계

하중성분

기준함수 없음

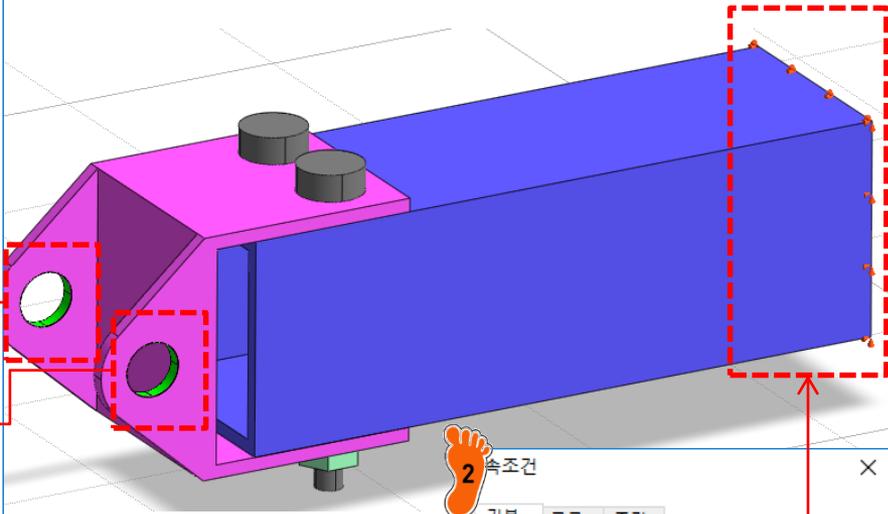
X 0 N

Y -800 N

Z 0 N

하중세트 하중세트-1

확인 취소 적용



1 내부 면에 하중 적용

- 하중종류: 총합력
- 하중크기: -800N(Y방향)

2 면에 핀구속 설정

**구속조건**

기본 고급 주기

이름 구속조건-1

대상형상

종류 면

1개 대상 선택됨

조건

고정구속  핀구속  회전구속

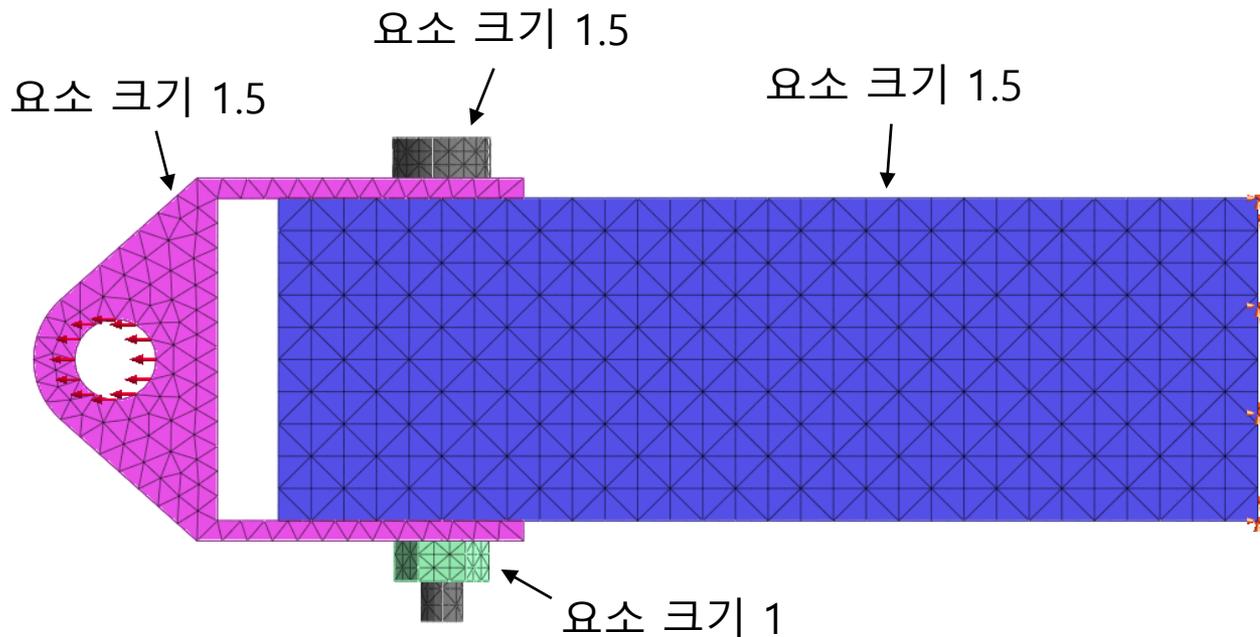
경계조건세트 경계조건세트-1

확인 취소 적용

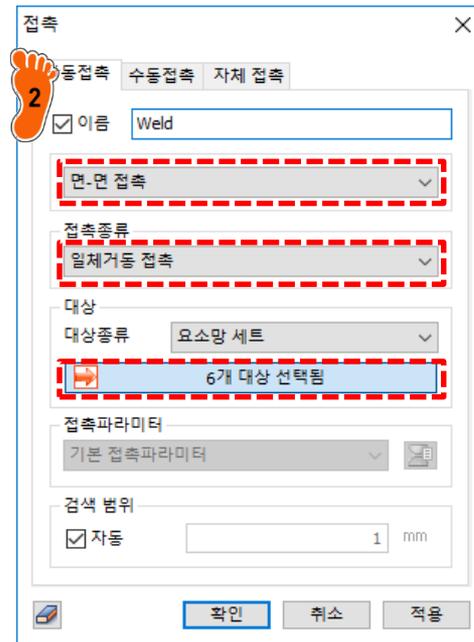
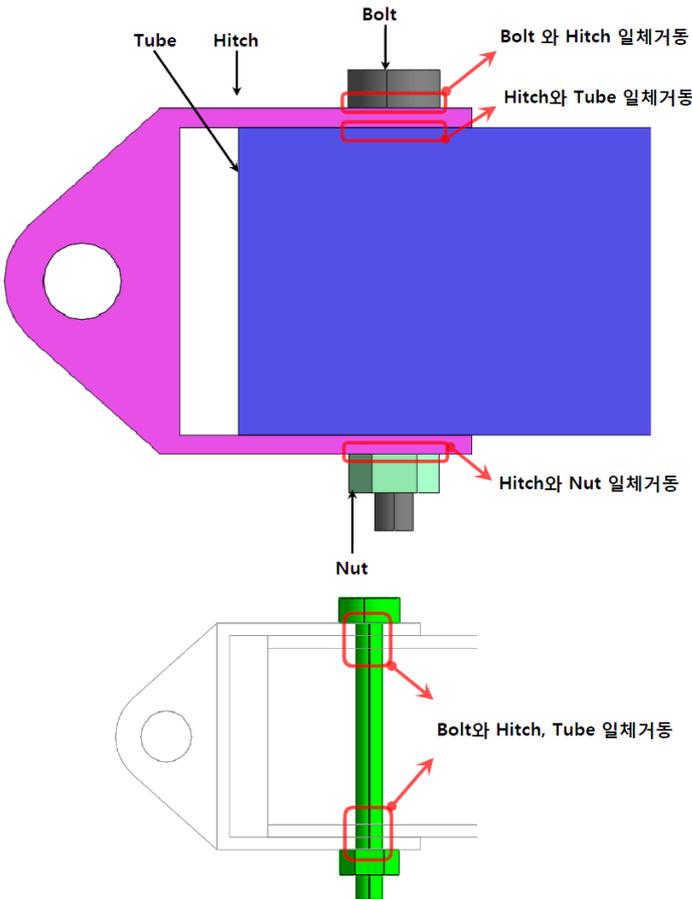
# 요소망 설정



1 3D 요소망 생성 기능을 이용하여 각 파트에 요소 생성

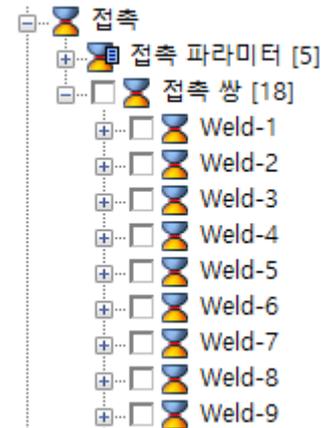


# 접촉 설정 [1]



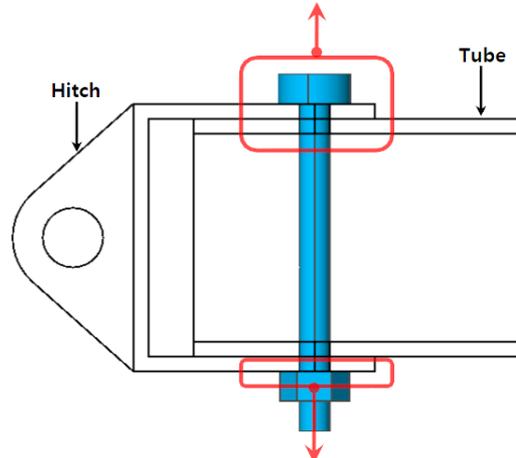
1 정적/열 해석 탭의 자동접촉 선택

2 이름을 설정하고 접촉 생성  
 - 면-면 접촉  
 - 일체거동 접촉  
 - 모든 파트 선택



# 접촉 설정 [2]

접촉 종류	양방향 미끄러짐 접촉
기하형상	Hitch, Tube, Bolt



접촉 종류	일체거동 접촉
기하형상	Bolt, Nut

**1**

이름: Weld sliding

면-면 접촉

접촉 종류: **일체거동 접촉**

대상 종류: 요소망 세트

4개 대상 선택됨

접촉파라미터: 자동 접촉파라미터-1

검색 범위:  자동 1 mm

확인 취소 적용

접촉 종류	양방향 미끄러짐 접촉
기하형상	Hitch, Nut

**2**

이름: Weld sliding

면-면 접촉

접촉 종류: **양방향 미끄러짐 접촉**

대상 종류: 요소망 세트

대상선택

접촉파라미터: 기본 접촉파라미터

검색 범위:  자동 1 mm

확인 취소 **적용**

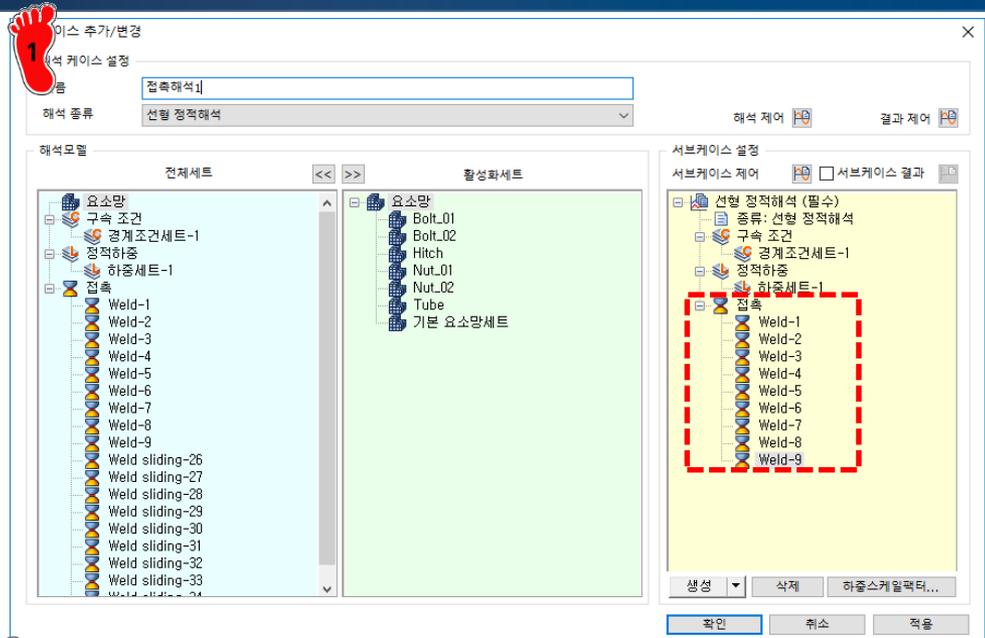
강체거동과 비교하기 위해 양방향 미끄러짐 접촉 생성

**1** Bolt-Nut를 선택하여 일체 거동 접촉 생성

**2** Hitch, Tube, Bolt 와 Hitch, Nut에 대해 양방향 미끄러 짐 접촉 생성

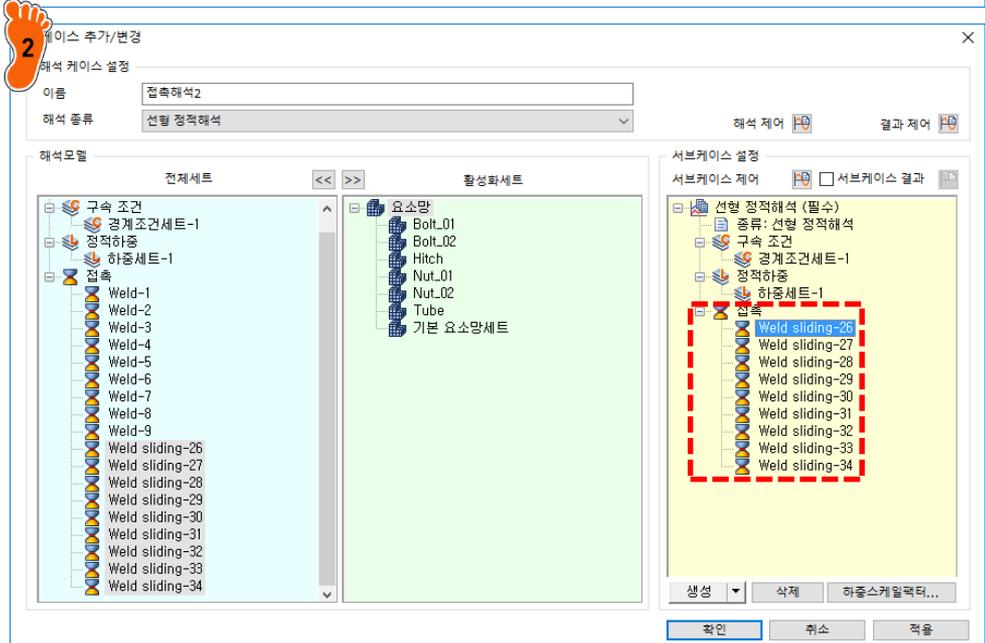
- 접촉
- 접촉 파라미터 [5]
- 접촉 쌍 [18]
  - Weld-1
  - Weld-2
  - Weld-3
  - Weld-4
  - Weld-5
  - Weld-6
  - Weld-7
  - Weld-8
  - Weld-9
  - Weld sliding-10**
  - Weld sliding-11**
  - Weld sliding-12**
  - Weld sliding-13**
  - Weld sliding-14**
  - Weld sliding-15**
  - Weld sliding-16**
  - Weld sliding-17**
  - Weld sliding-18**

# 해석 케이스 정의 및 해석 실행



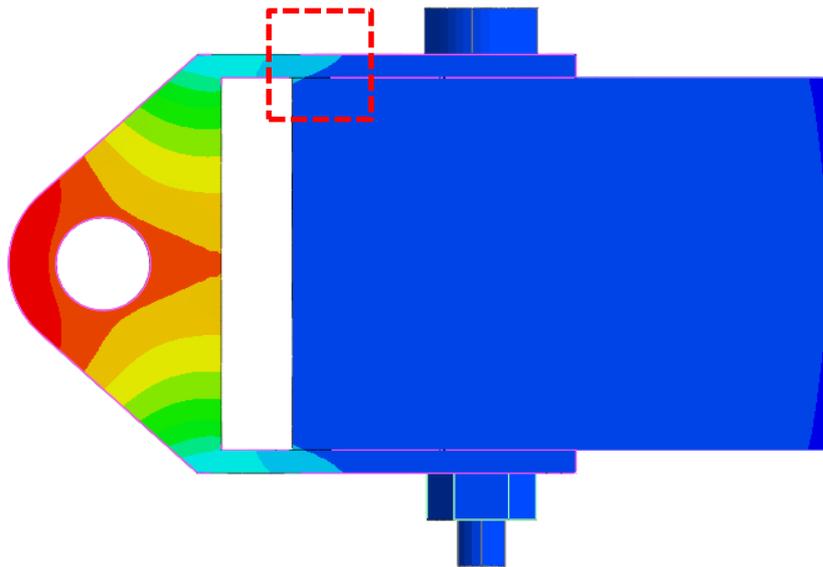
1 해석1: 강제거동 접촉만을 고려한 접촉에 대해 해석 수행

2 해석2: 양방향 미끄러짐을 포함한 접촉에 대해 해석 수행

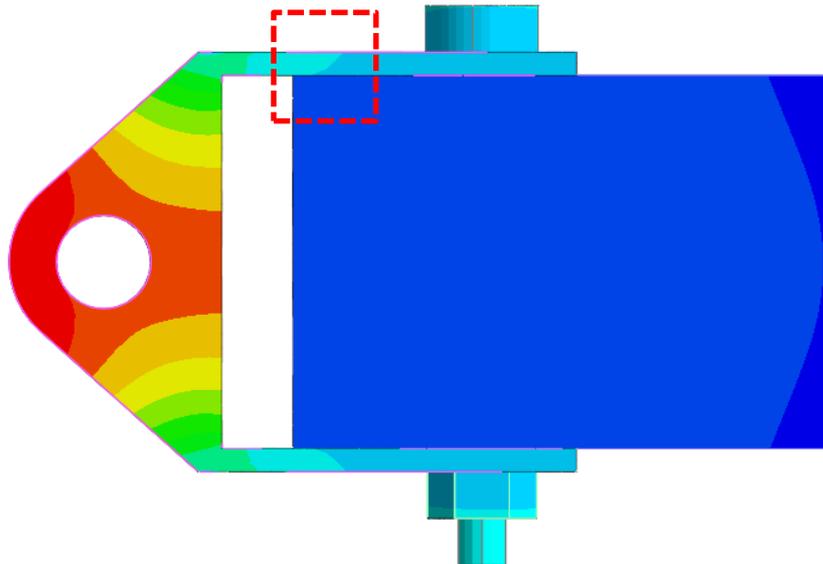


# 해석 결과: 변위

일체 거동  
접촉



양방향  
미끄러짐  
접촉



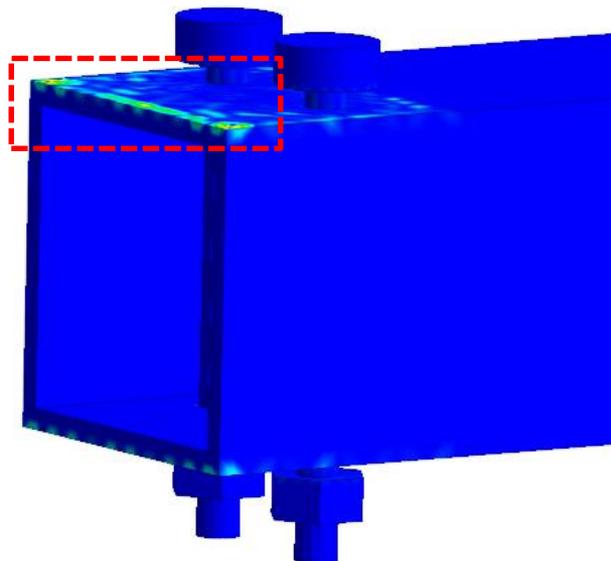
강체 거동 접촉의 경우 파트  
간의 변위가 연속적으로 나  
타남



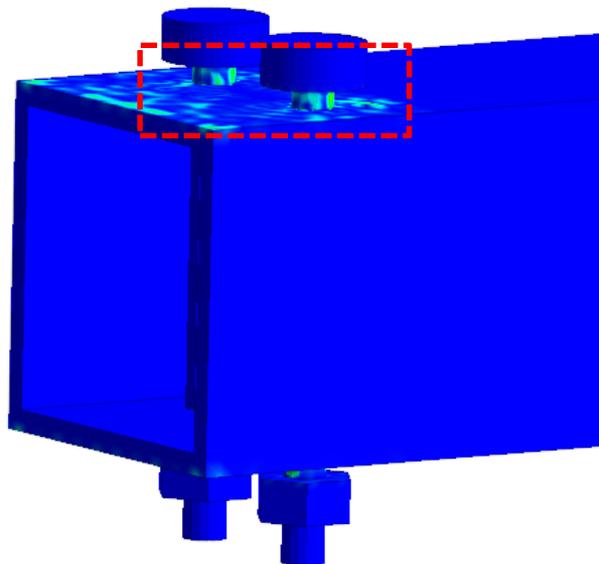
양방향 미끄러짐을 고려한  
경우 파트간에 변위가 불연  
속 하게 나타남

# 해석 결과: 접촉력

강체 거동  
접촉



양방향  
미끄러짐  
접촉



'해석 결과 추가' 에서 접촉  
반력 추가



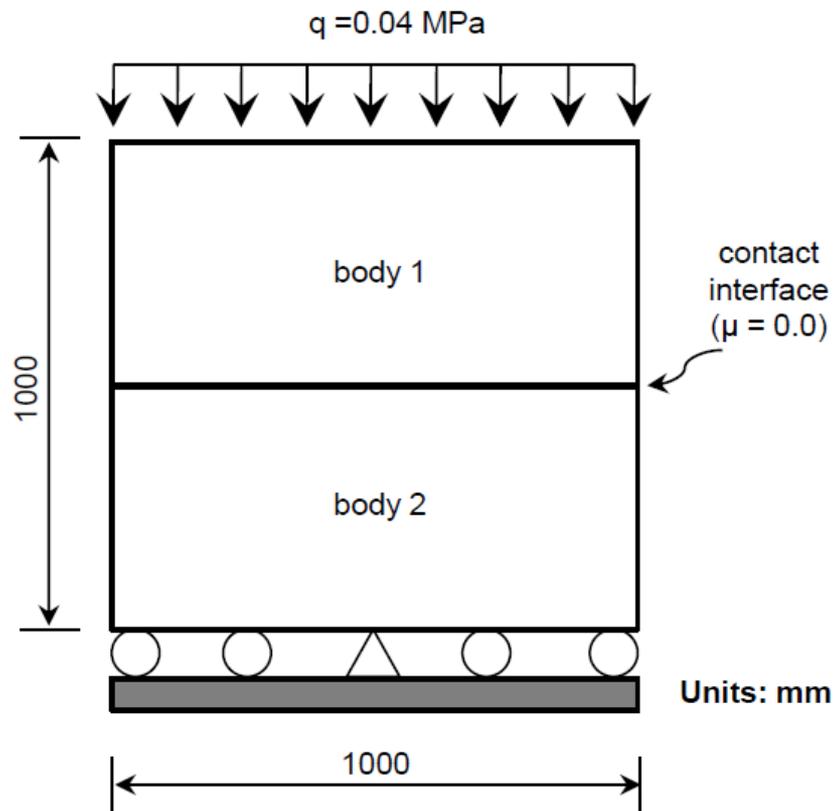
강체 거동 접촉의 경우  
Hitch 파트와 Tube 파트가  
접촉되는 부위에 접촉력이  
나타남



양방향 미끄러짐을 고려한  
경우 Hitch 파트와 Bolt 파  
트가 접촉되는 부위에 접촉  
력이 크게 나타남

# 연습문제

다음 그림과 같이 두 개의 파트가 접촉을 할 때 요소 종류에 따른 접촉력을 계산하십시오(3차원 모델로 구성). 1) 삼각형 요소, 2) 사각형 요소



Material data	Young's modulus	$E_{punch} = E_{foundation} = 100 \text{ MPa}$
	Poisson's ratio	$\nu_{punch} = \nu_{foundation} = 0.3$