

Body Bending Stiffness 해석

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea



한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

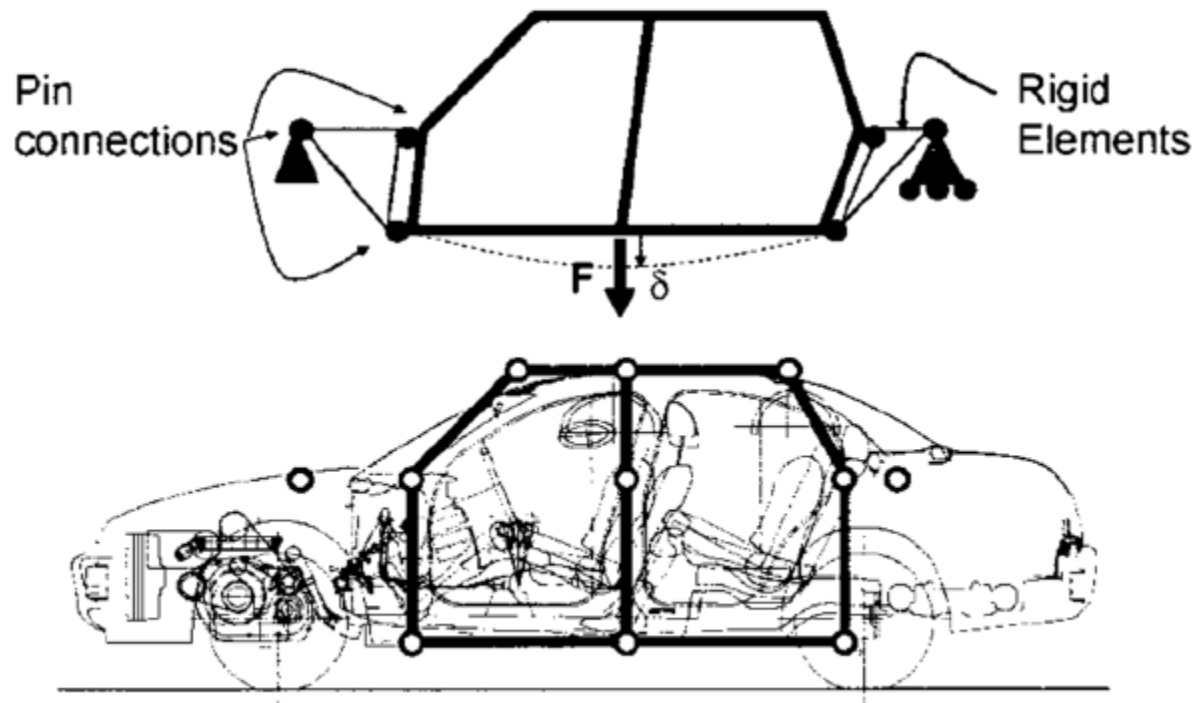
CDL Computational
Design
Lab

목차

- 예제 문제
 - Body bending stiffness analysis
- 해석 프로세스
 - 기하형상 생성
 - 재료 물성 및 특성 입력
 - 요소망 생성
 - 구속조건 설정
 - 하중조건 설정
 - 해석케이스 정의 및 해석 실행
 - 후처리

예제: BODY BENDING (1)

- Focus on side frame due to its dominant effect
 - Basic beam finite element model
 - Bending stiffness: ratio of applied load to deflection at the node of load application



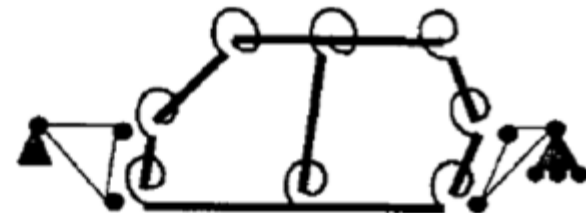
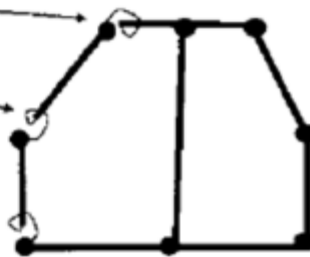
예제: BODY BENDING (2)

- $F = 6680 \text{ N} \rightarrow \delta = 6.4 \text{ mm}$
 - $K = 1044 \text{ N/mm}$ per side = 2088 N/mm bending stiffness
 - 30% of 7000 N/mm target
 - Twice the actual stiffness: too stiff ?
- Modified model with flexible joints

$K = 3.38 \times 10^7 \text{ Nmm/rad}$ top A pillar

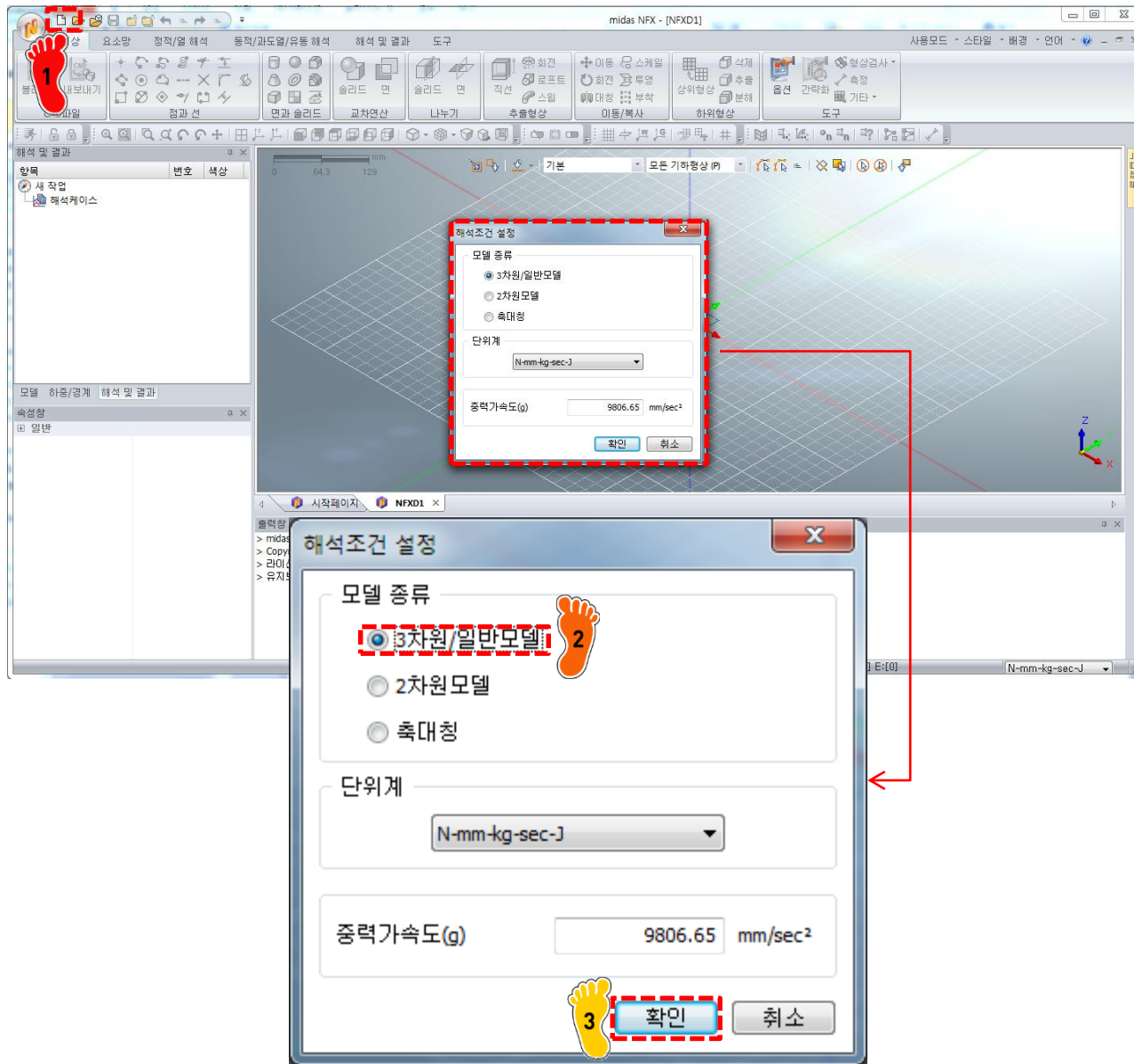
$K = 2.8 \times 10^7 \text{ Nmm/rad}$ bottom A pillar

$K = 3.5 \times 10^7 \text{ Nmm/rad}$ on hinge pillar



- $F = 6680 \text{ N} \rightarrow \delta = 7.7 \text{ mm}$
 - $K = 1735 \text{ N/mm}$ bending stiffness

기하형상 생성 (1)



1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

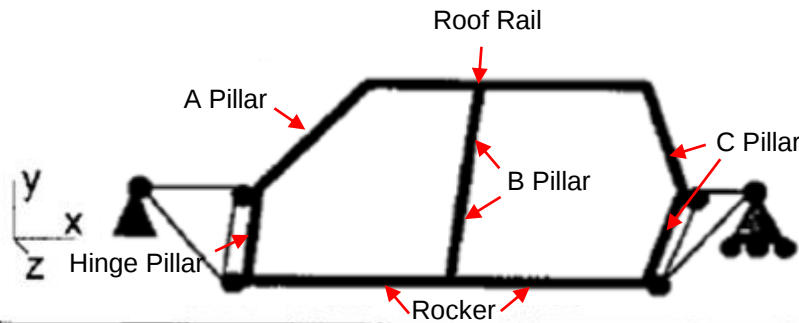
3 확인

기하형상 생성 (2)

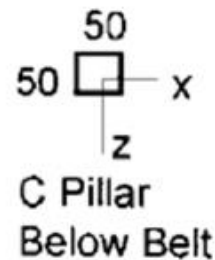
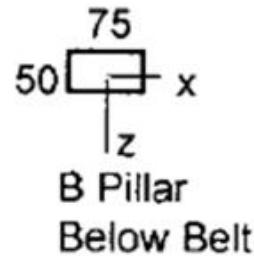
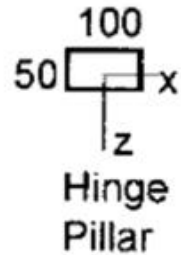
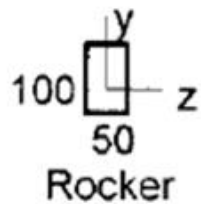
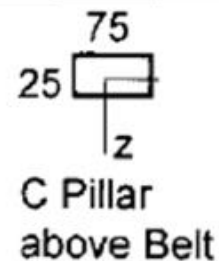
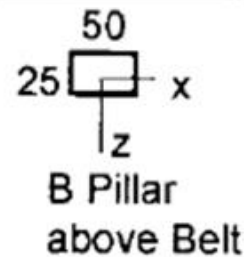
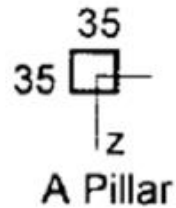
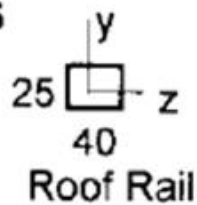


예제에서 주어진 기하형상을 생성

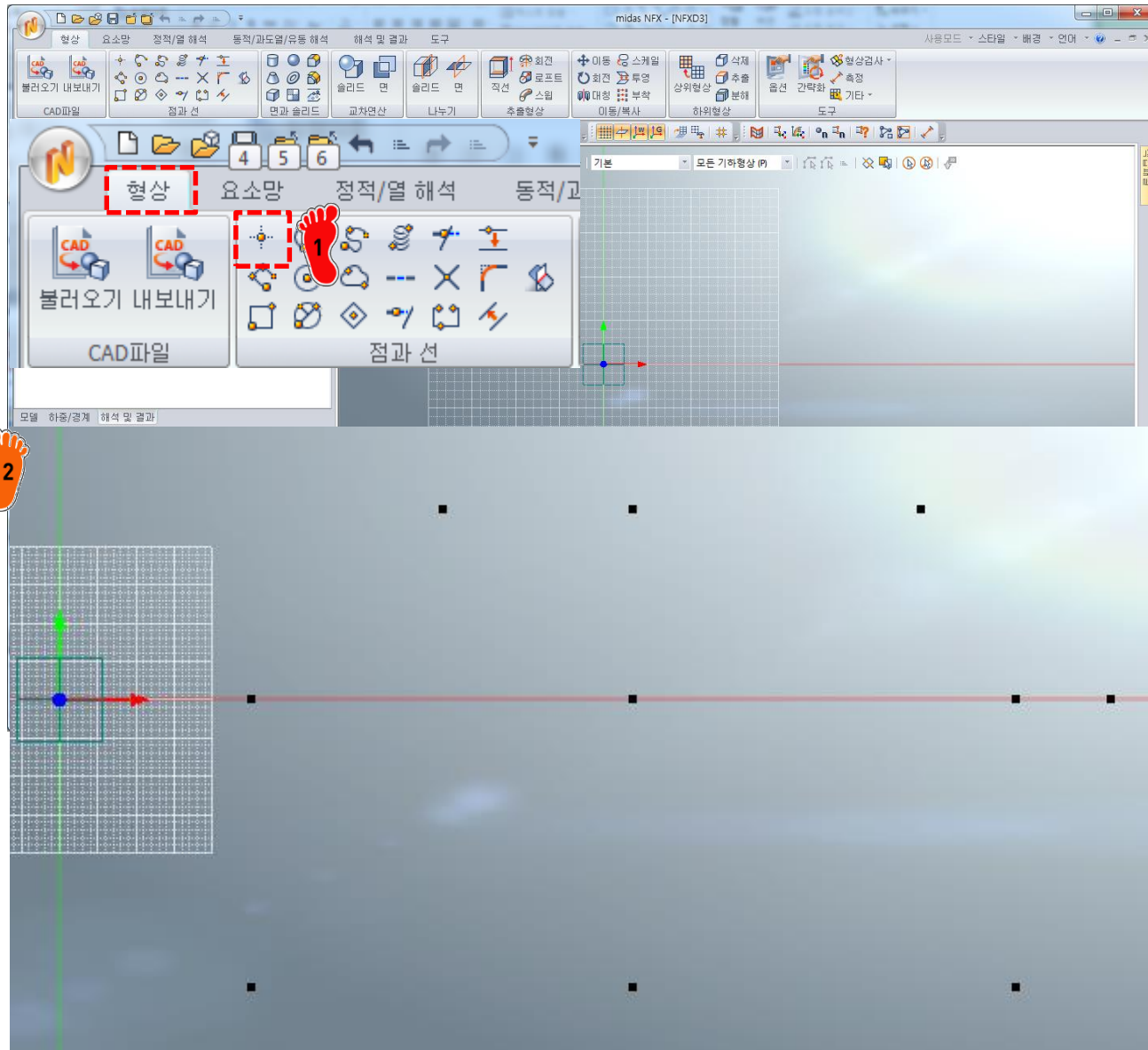
**Sideframe
Dimensions
(all in mm)**



**SECTIONS
(t=1mm)**



기하형상 생성 (3)



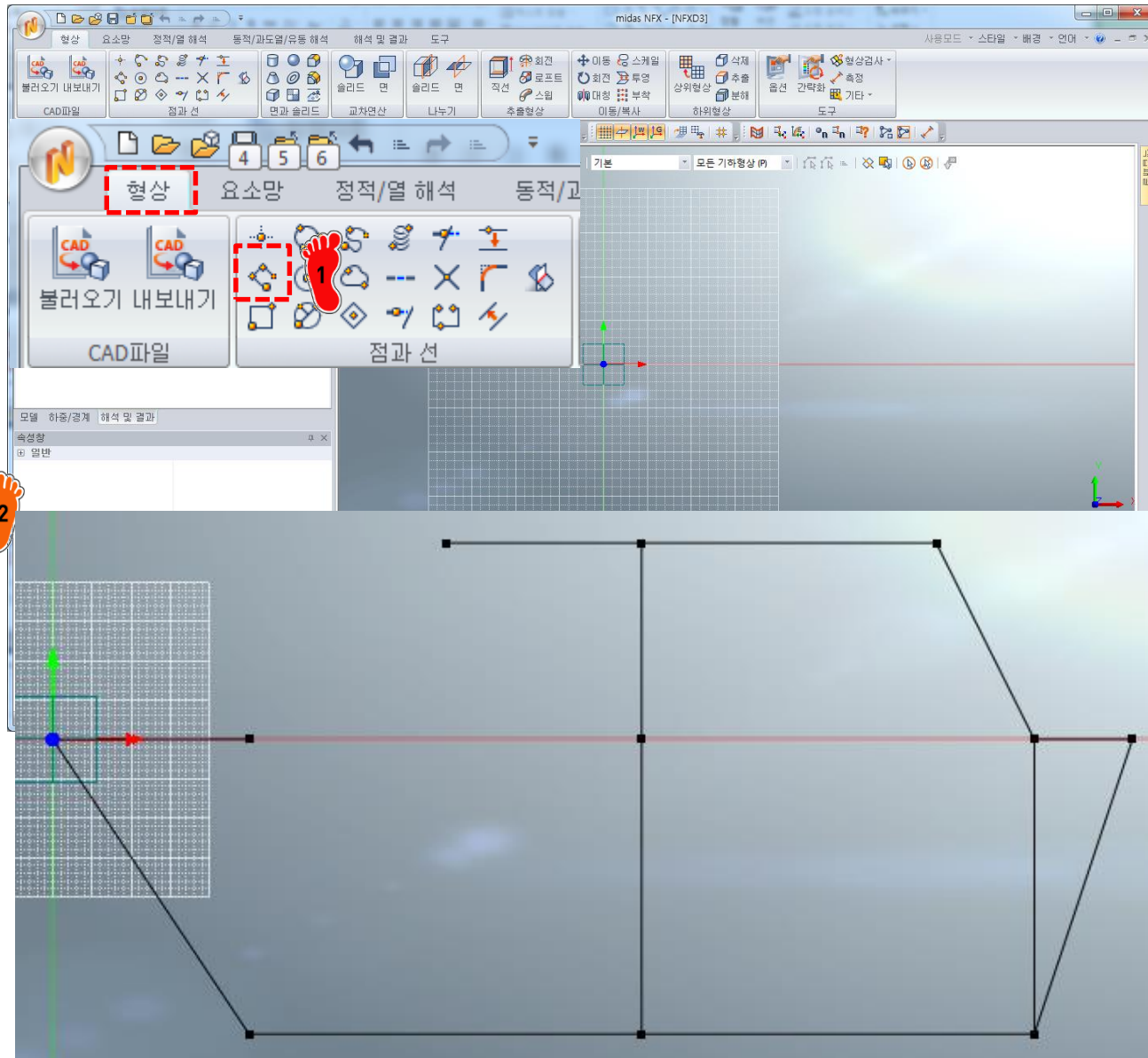
1 xy 평면으로 옮긴 후
점 메뉴 클릭

2 좌표(x,y,z)

0, 0, 0
500, 0, 0
500, -750, 0
1000, 500, 0
1500, 0, 0
1500, -750, 0
1500, 500, 0
2250, 500, 0
2500, 0, 0
2500, -750, 0
2750, 0, 0

의 11개 점 생성

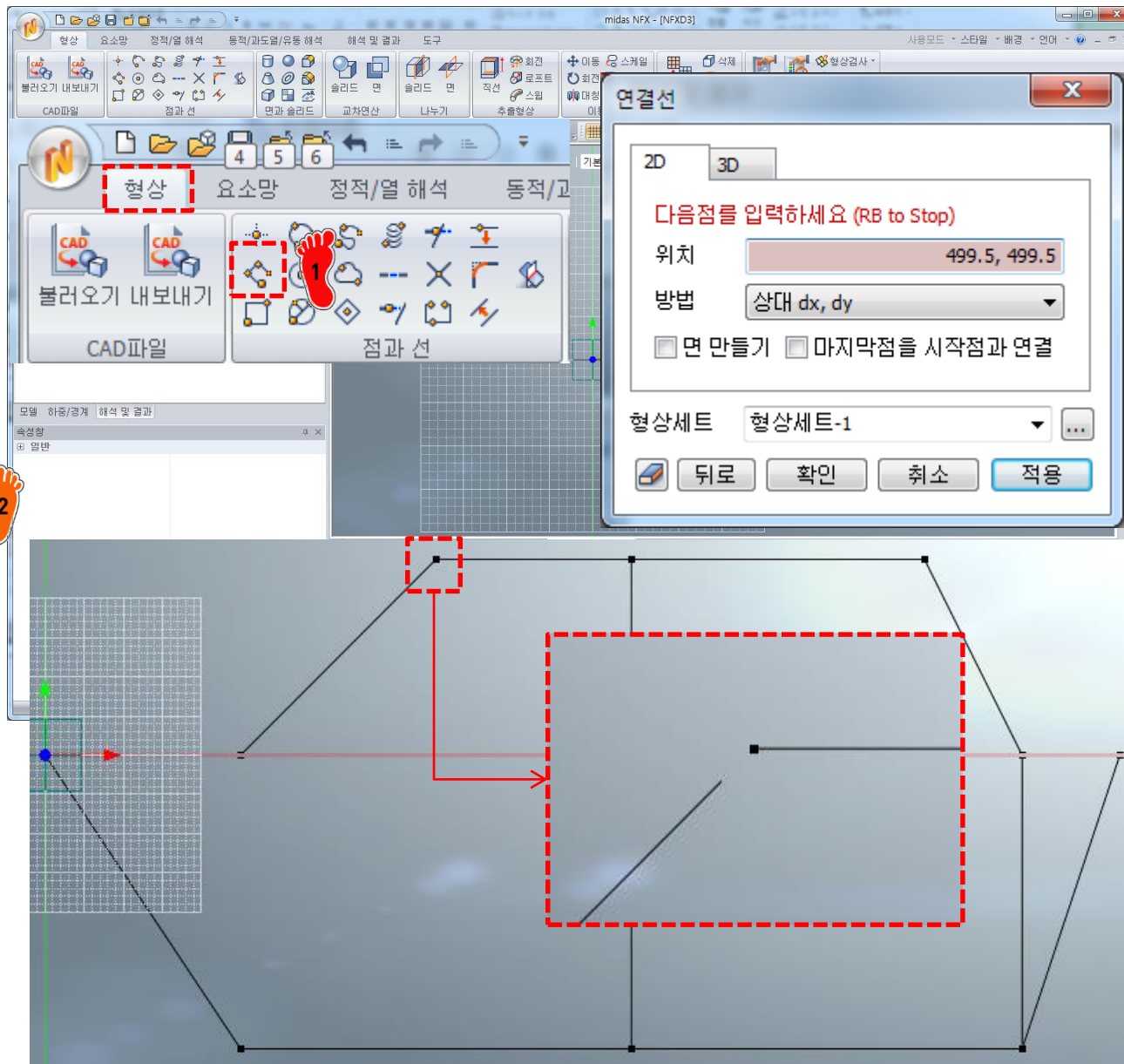
기하형상 생성 (4)



1 연결선 메뉴 클릭

2 생성한 점들을 이용하여 그림에 나타나있는 형상대로 연결선 생성

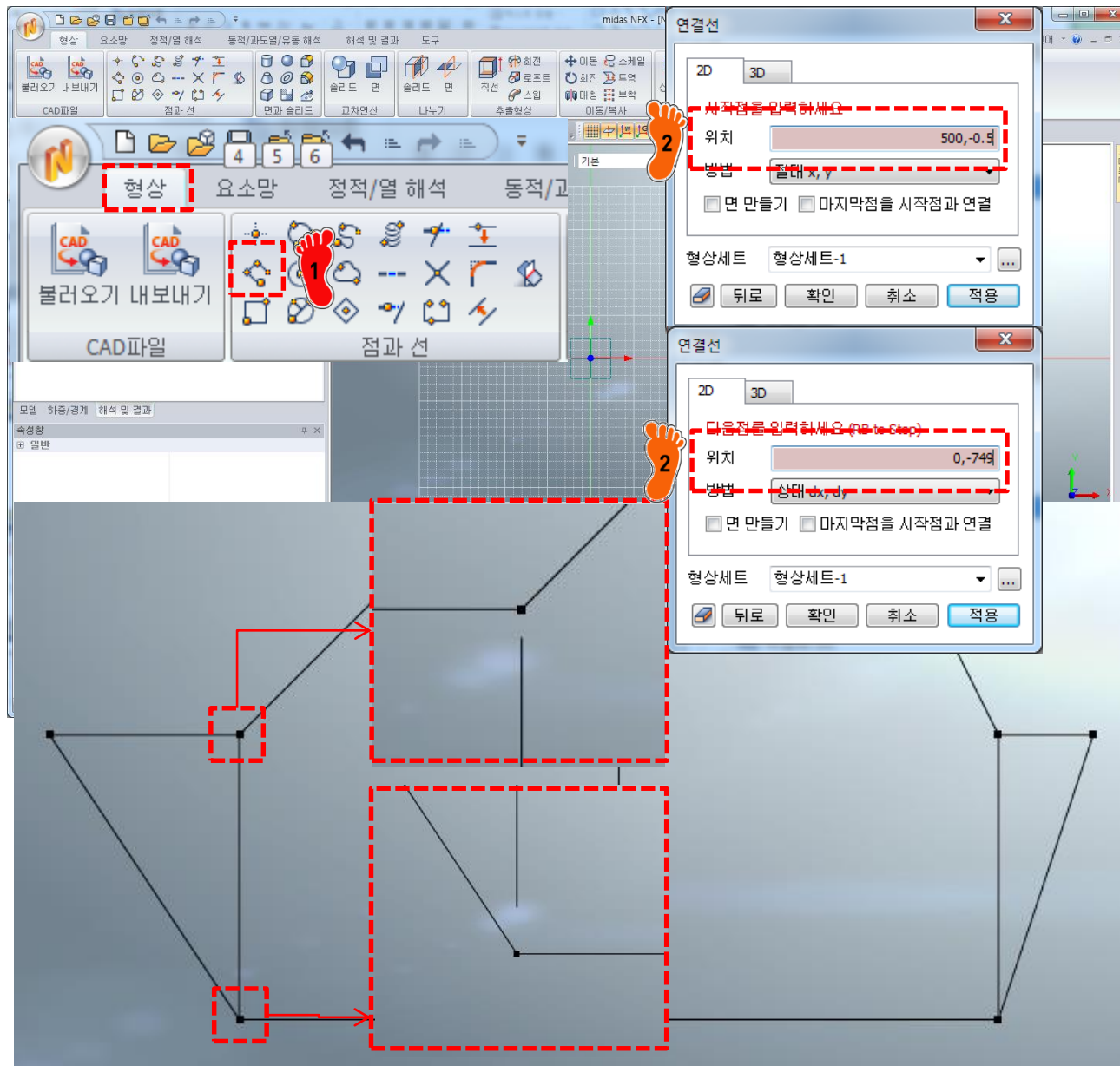
기하형상 생성 (5)



1 연결선 메뉴 클릭

2 A pillar 와 roof rail 사이를 스프링으로 연결해주기 위하여 0.5 mm 분리하여 선 생성

기하형상 생성 (6)



1 연결선 메뉴 클릭

2 Hinge pillar 부분을 A pillar
및 rocker 와 스프링으로 연
결하기 위하여 길이 749
mm 로 생성

재료 물성 및 특성 입력 (1)

재료

번호 이름 색상

All

17-4PH, H1100
AISI 1020
AISI 1060
AISI 304 SS Annealed
AISI_310_SS
AISI_410_SS
AISI_Steel_1005
AISI_Steel_1008-HR
AISI 4340 Annealed
AISI_Steel_Maraging
Alloy Steel
Cast Alloy Steel
Cast Carbon Steel
Cast Stainless Steel
Chrome Stainless Steel
FC250
Galvanized Steel
H-1(CR60)
HL-4000
Hp-1
Hp-4
Inconel_718_Aged
Plain Carbon Steel
S/Steel_PH15-5
S45C
SAPH-400
SE508
SGACC
SGACEN
SGARC340-E
SGCC
SGCD1
SHP
SM45C
SM490A(KS)
SPCC
SPDE
SPRC340
SR-0300
Steel
Steel_Rolled
SUP12
SUS304
SUS316

선형 탄소성 초탄성 온도 의존

구조

탄성계수 N/mm²

프와송비

질량밀도 kg/mm³

열응력

열팽창계수

참조온도 [T]

열전도

전도율 W/(mm·[T])

비열 J/(kg·[T])

발열계수

안전율계산방법

파손이론

인장 N/mm² 압축 N/mm²

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수 1/sec

강성 비례 감쇠 계수 sec

구조 감쇠 계수

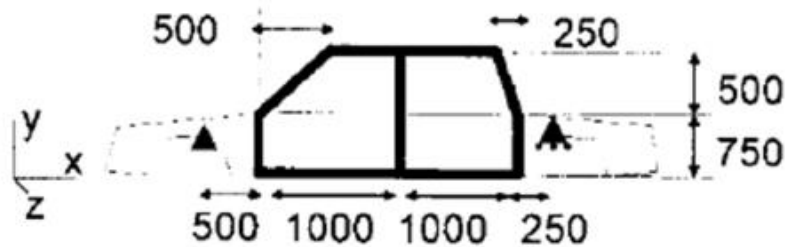
불러오기... 편집... 확인 취소 적용



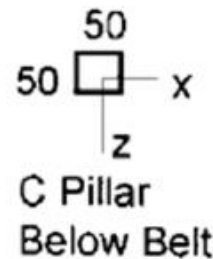
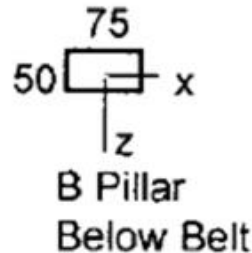
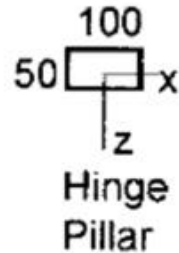
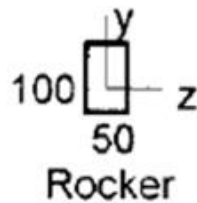
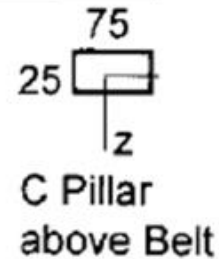
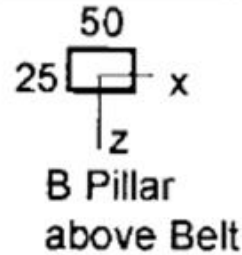
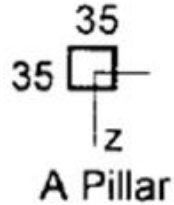
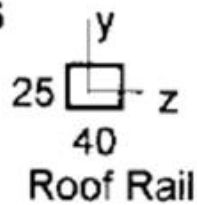
탄성계수 265 GPa
프와송비 0.28
재료 생성

재료 물성 및 특성 입력 (2)

Sideframe
Dimensions
(all in mm)



SECTIONS
(t=1mm)



예제에서 주어진 단면형상을
특성으로 생성

특성 추가/수정

번호	이름	종류	하위종류
1	Roof Rail	1D	바
2	A Pillar	1D	바
3	B Pillar above Belt	1D	바
4	C Pillar above Belt	1D	바
5	C Pillar below Belt	1D	바
6	B Pillar below Belt	1D	바
7	Hinge Pillar	1D	바
8	Rocker	1D	바

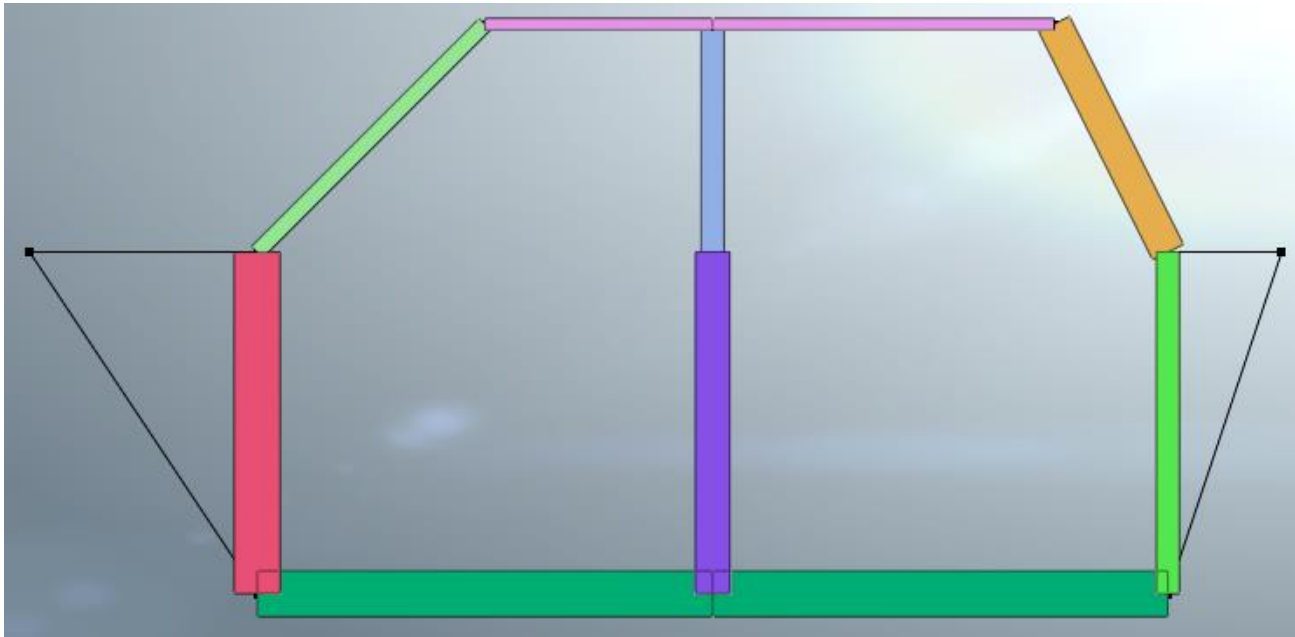
생성 수정... 복사 삭제 닫기

요소망 생성 (1)

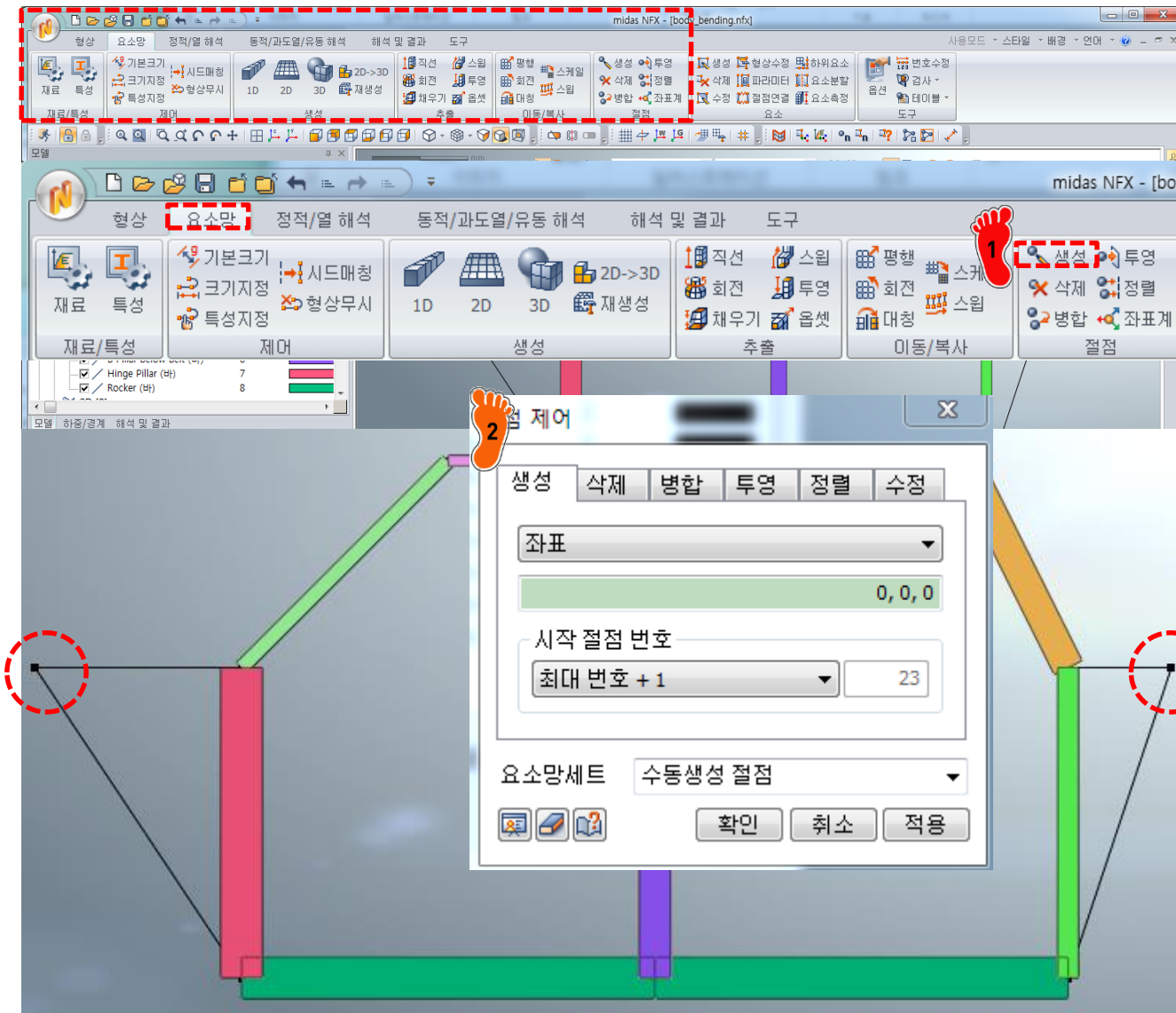


요소망 생성

요소망 생성시 단면 형상이
원하는 좌표축에 놓이도록
주의



요소망 생성 (2)



1 요소망 탭 메뉴에서 절점 메뉴의 생성 클릭

2 그림에 표시된 양 끝부분 선택하여 절점 생성 (클릭하면 생성됨)

요소망 생성 (3)

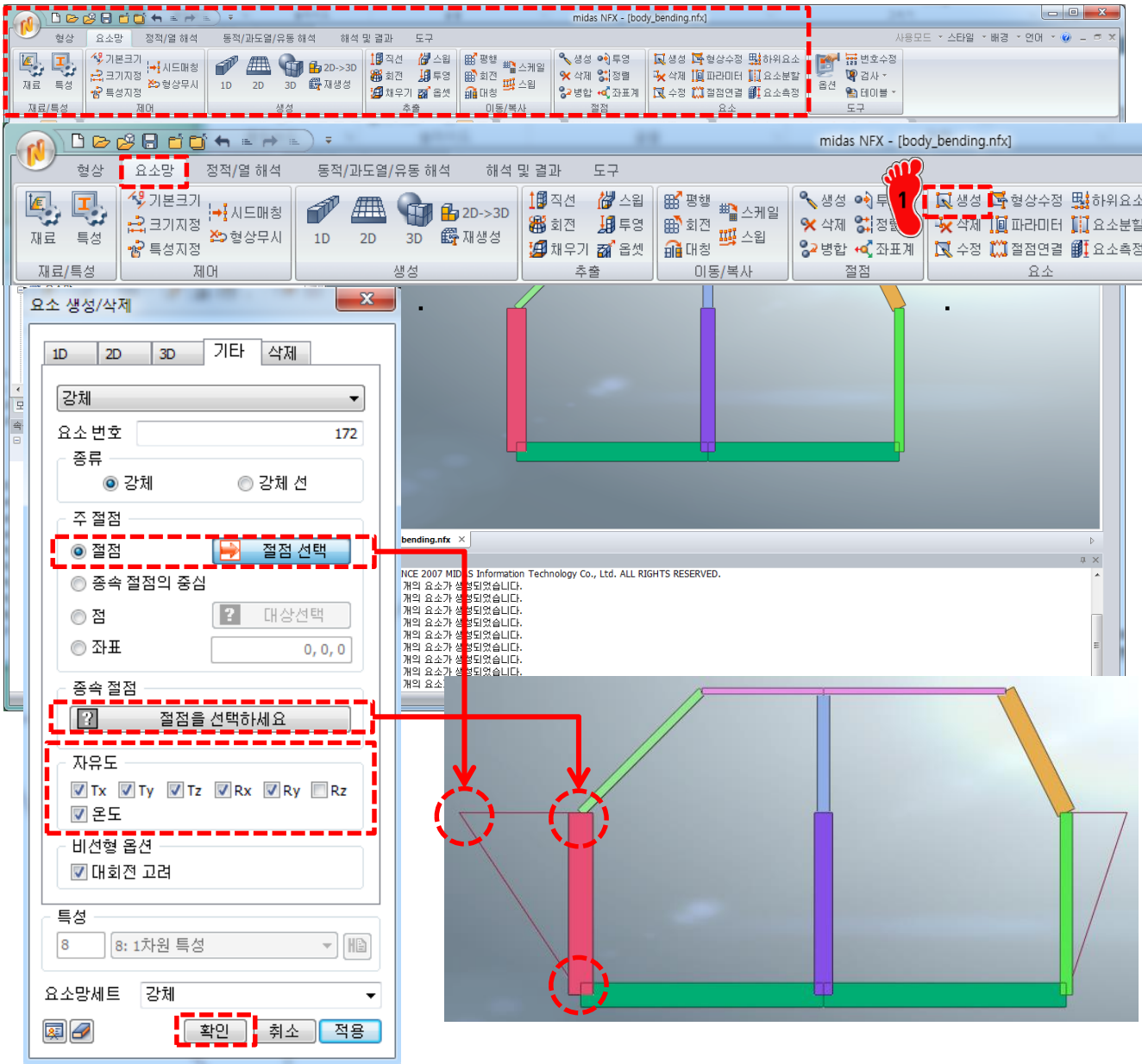


요소망 탭 메뉴에서 요소 메
뉴의 생성 클릭

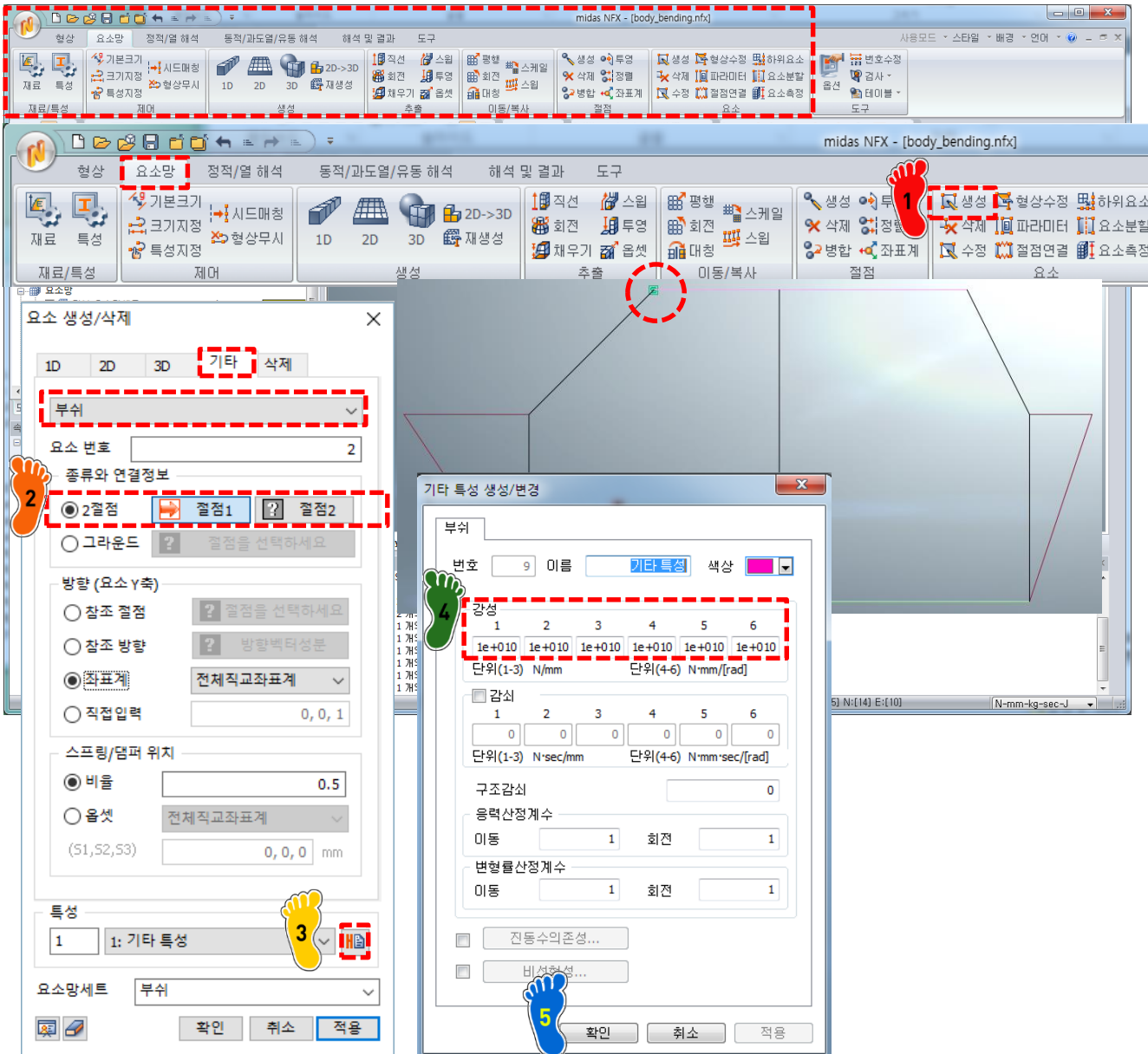
기타 탭 메뉴에서 마스터절
점 및 종속 절점을 선택한
후 강제요소 생성

자유도는 Rz 체크 해제

반대편도 동일한 방법으로
생성



요소망 생성 (4) 방법 1: 부쉬 요소



1 요소망 탭 메뉴에서 요소 메뉴의 생성 클릭

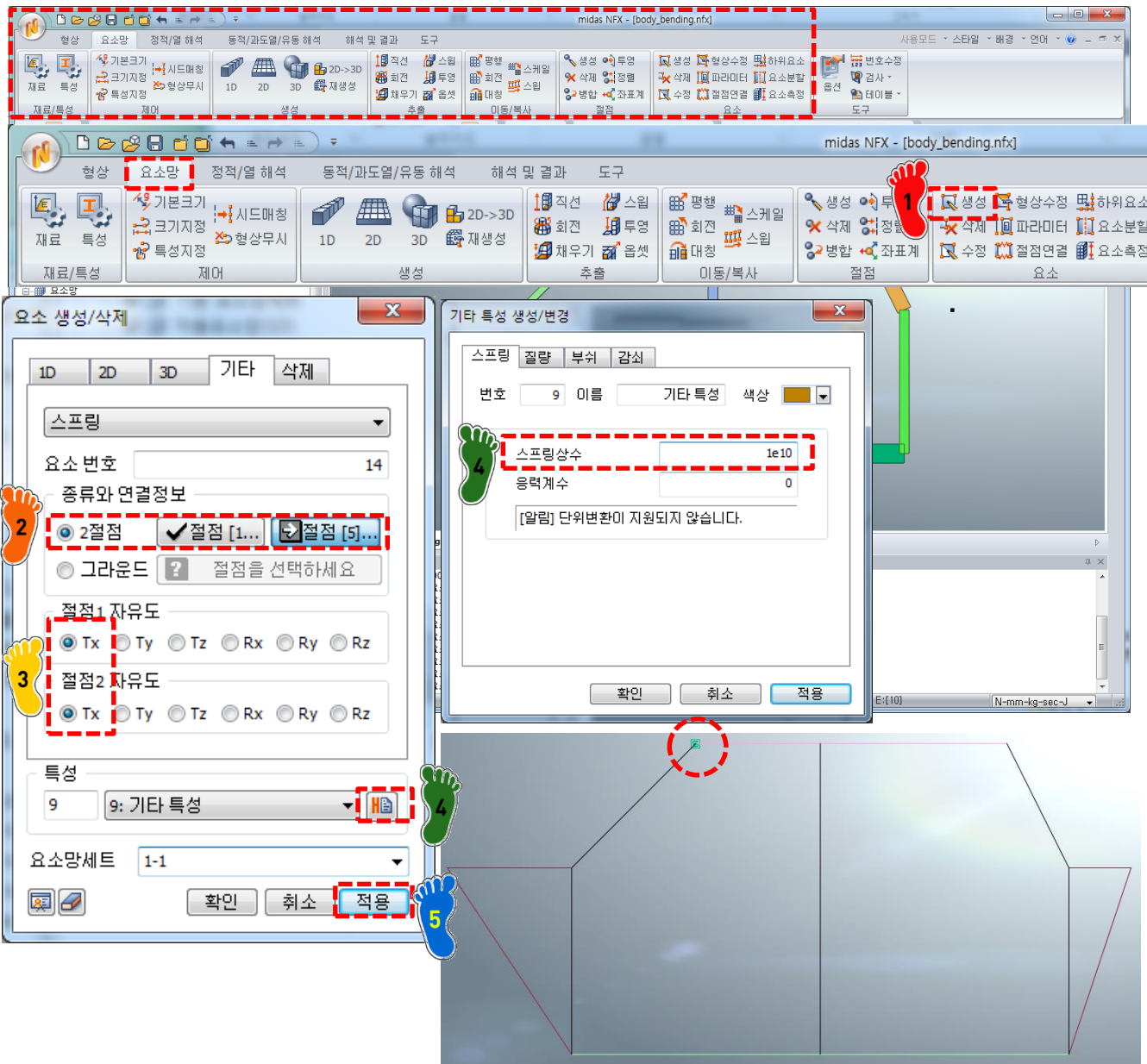
2 기타 탭 메뉴에서 부쉬 선택 후 연결할 절점 2개 선택

3 특성 생성 선택 (번호 다르게 3가지 생성)

4 강성 상수는 충분히 큰 $1e10$ 으로 입력 (단, 부쉬의 경우 단면 생성과 같이 요소의 Y축을 고려하므로 해당 방향을 고려하여 입력)

5 확인(적용)

요소망 생성 (4) 방법 2: 스프링 요소



1 요소망 탭 메뉴에서 요소 메뉴의 생성 클릭

2 기타 탭 메뉴에서 스프링으로 연결할 절점 2개 선택

3 자유도는 동일하게 선택

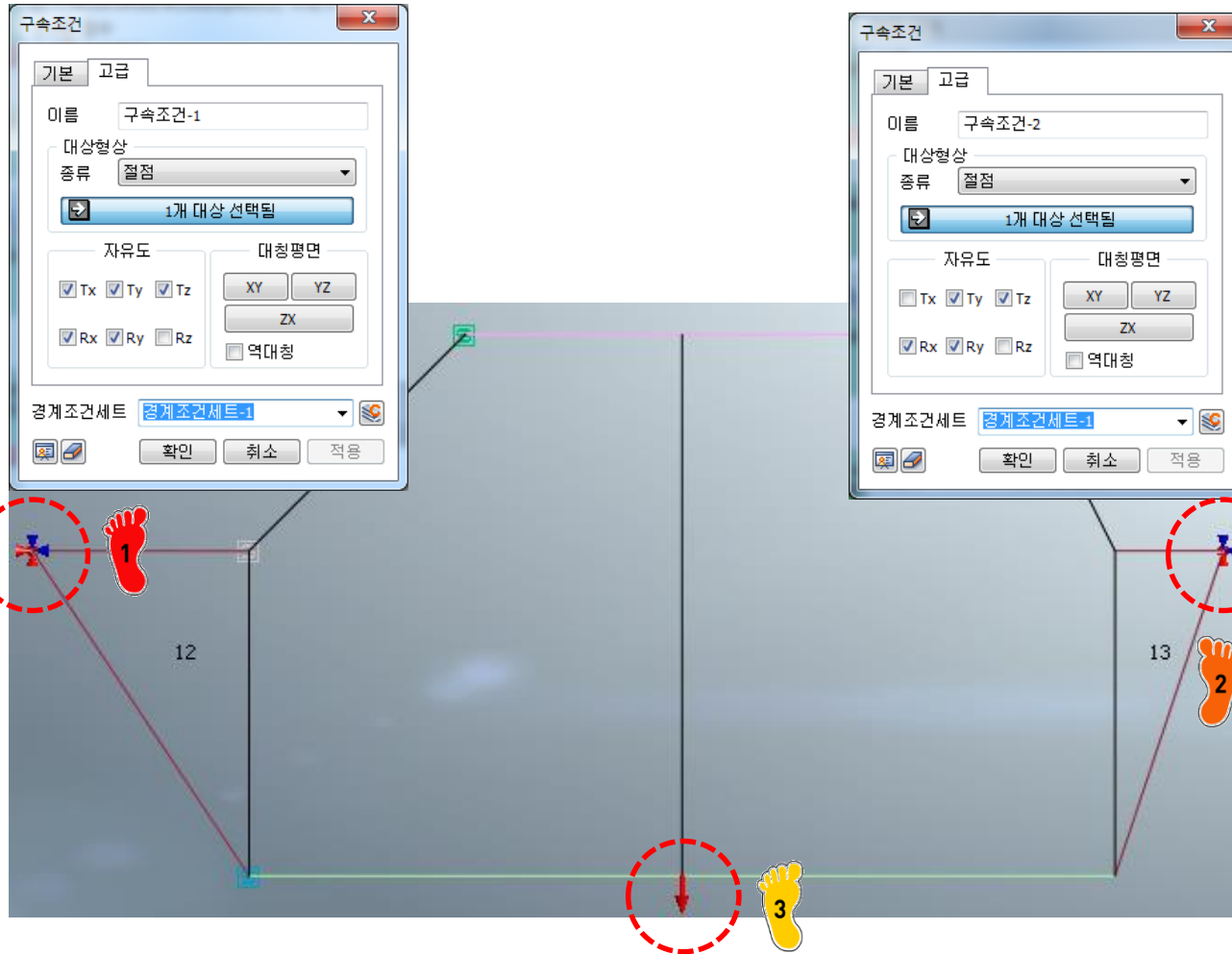
4 특성 생성
스프링 상수는 충분히 큰 $1e10$ 으로 입력

5 적용

이 작업을 자유도 변경 후 반복 수행

총 18개의 스프링 (3개의 위치 X 6개의 자유도) 생성

구속조건 및 하중조건 설정

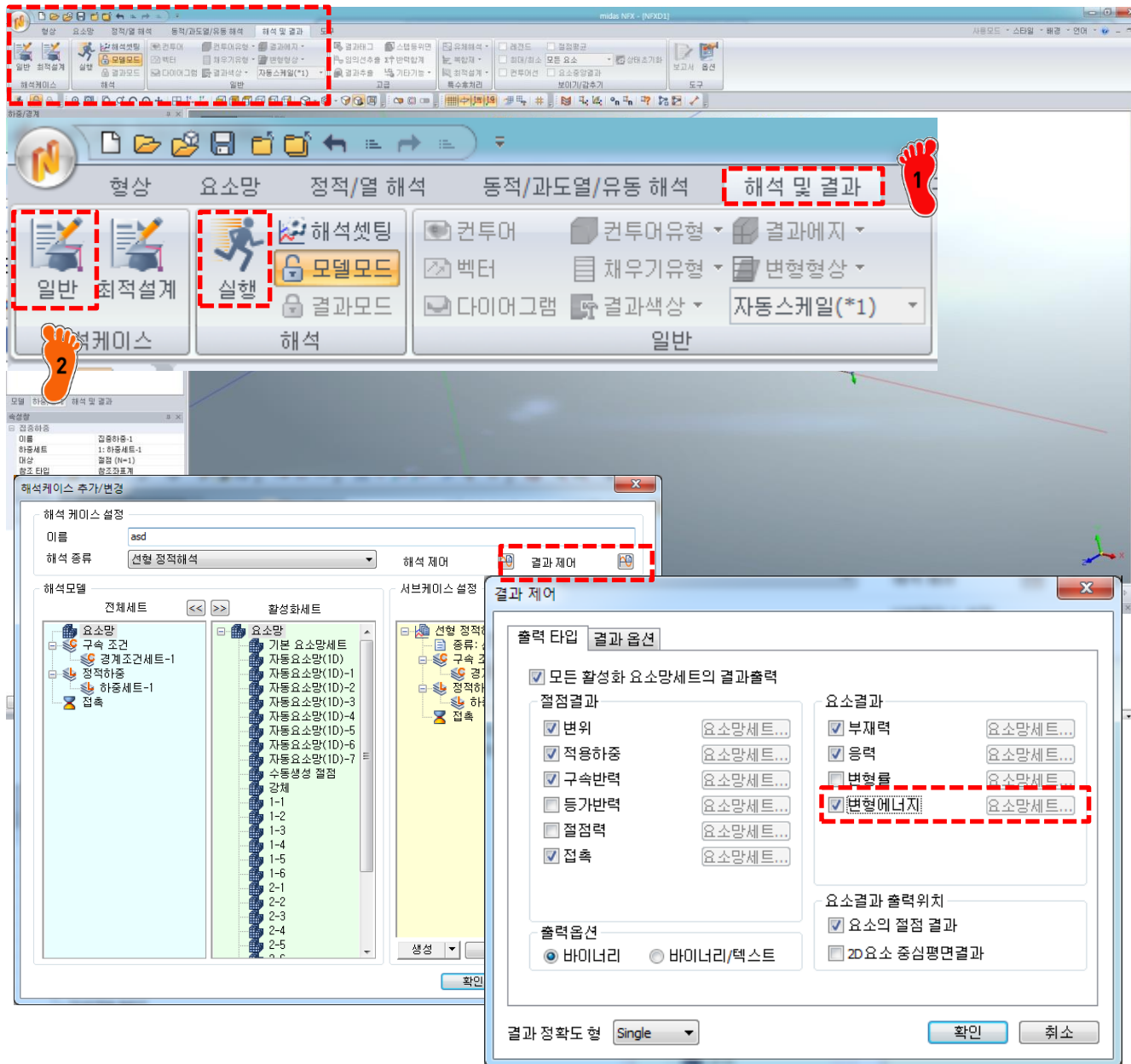


1 좌측 구속조건은 Rz 구속 해제

2 우측 구속조건은 Tx 및 Rz 구속 해제

3 하중은 y 방향으로 -6680 N 입력

해석 케이스 정의 및 해석 실행

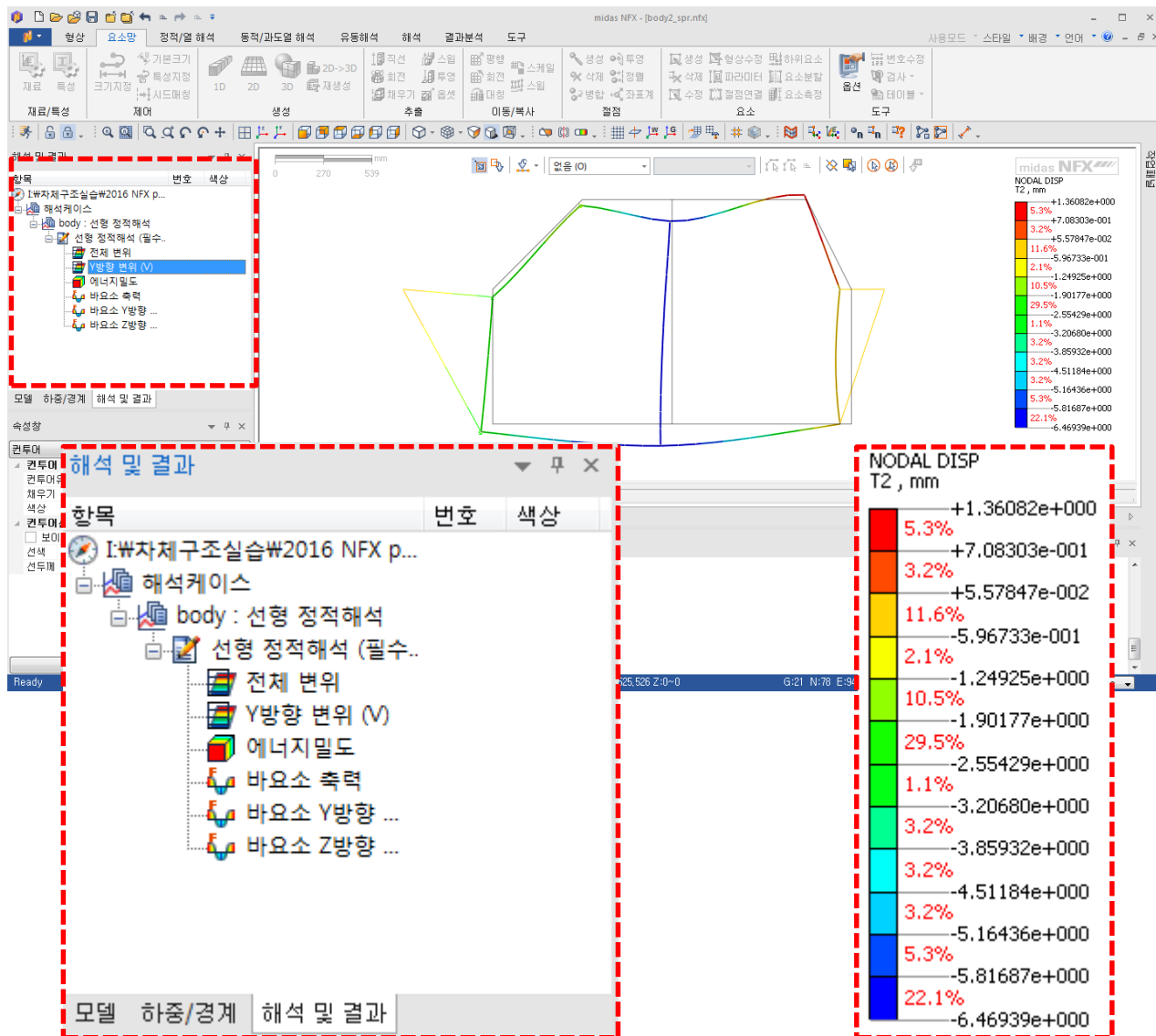


1 주 메뉴 창에서 해석 및 결과 탭메뉴 클릭

2 일반 클릭

결과 제어에서 변형에너지 체크한 뒤 해석 수행

후처리



1 해석 및 결과에
Y방향 변위
에너지 밀도

2 결과 추가

하중점의 Y방향 변위는
-6.45 mm
강성을 계산하면
1033 N/mm

교과서에 나와있는
1044 N/mm 와
오차 1.05% 확인

에너지 밀도는 숙제문제에
서 단면 변환할 때 이용

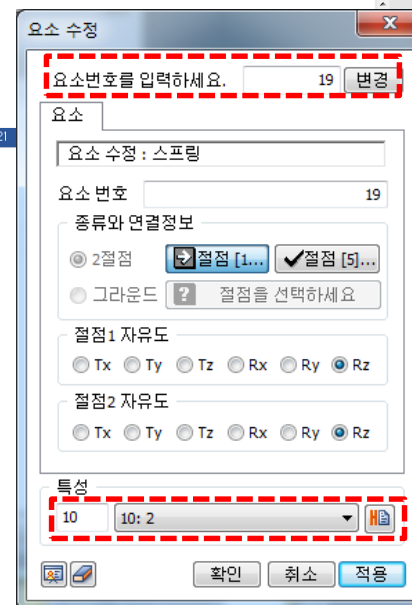
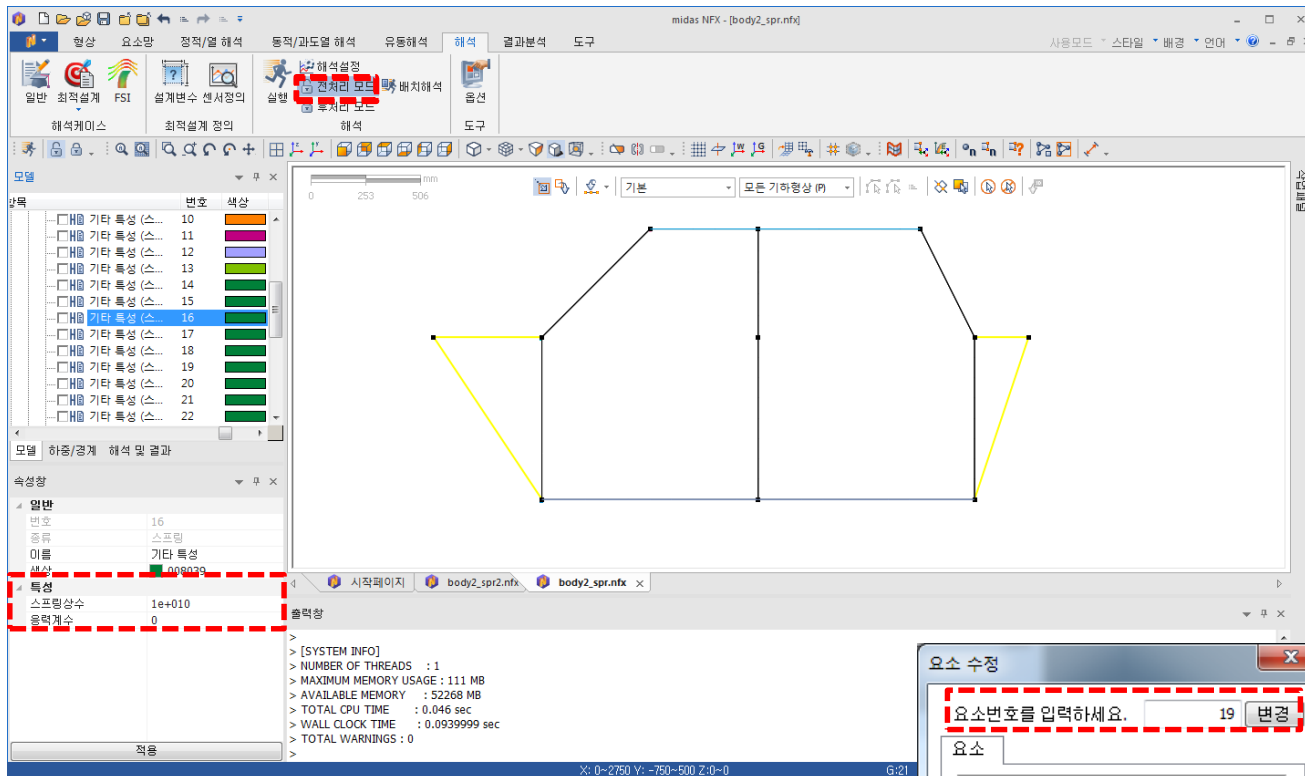
스프링 강성 변경

전처리 모드로 변경 후 특성 항목에서 스프링 강성(Rz) 변경 (또는 부시 강성 변경)

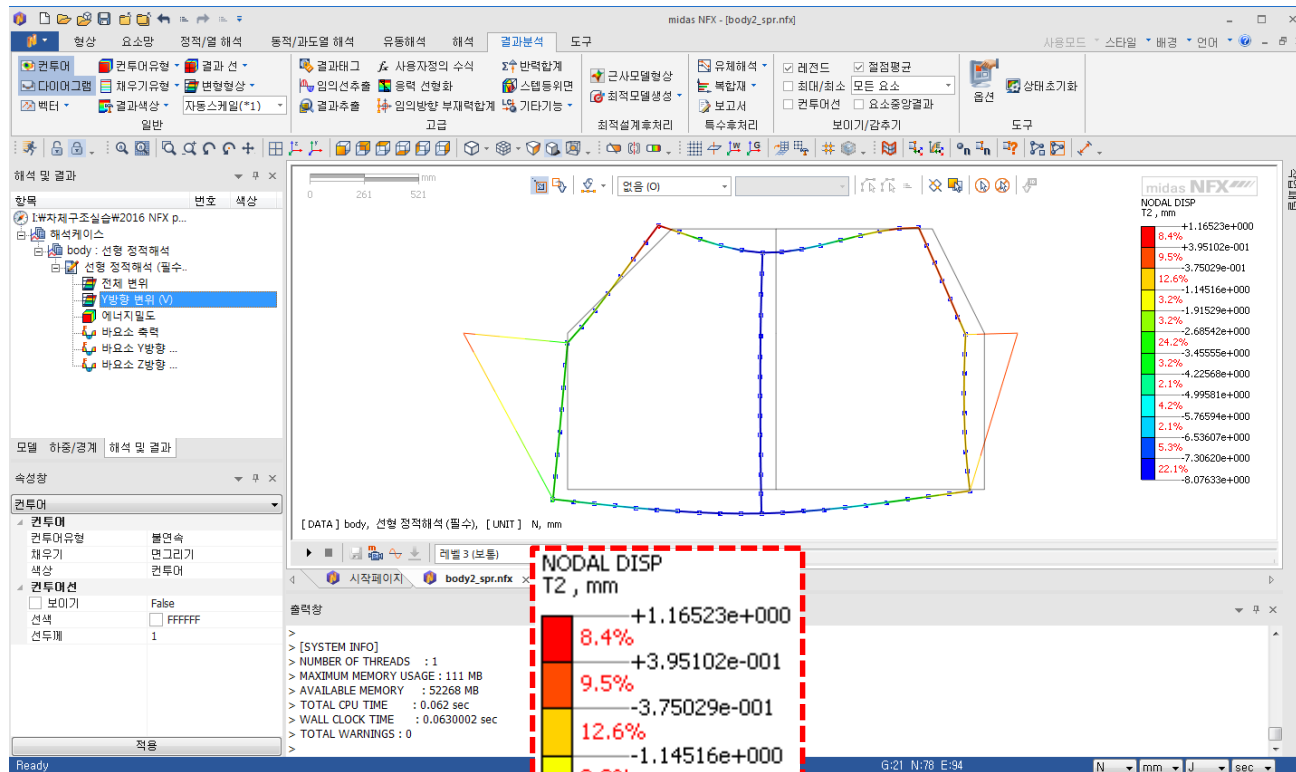
A pillar-Roof: 0.38e7
A pillar-Hinge: 2.8e7
Hinge-Rocker: 3.5e7

또는 요소망 탭 메뉴의 '수정' 메뉴 이용

요소 번호를 입력 혹은 스프링 요소를 직접 클릭하여 특성을 변경함으로써 스프링 강성 변경



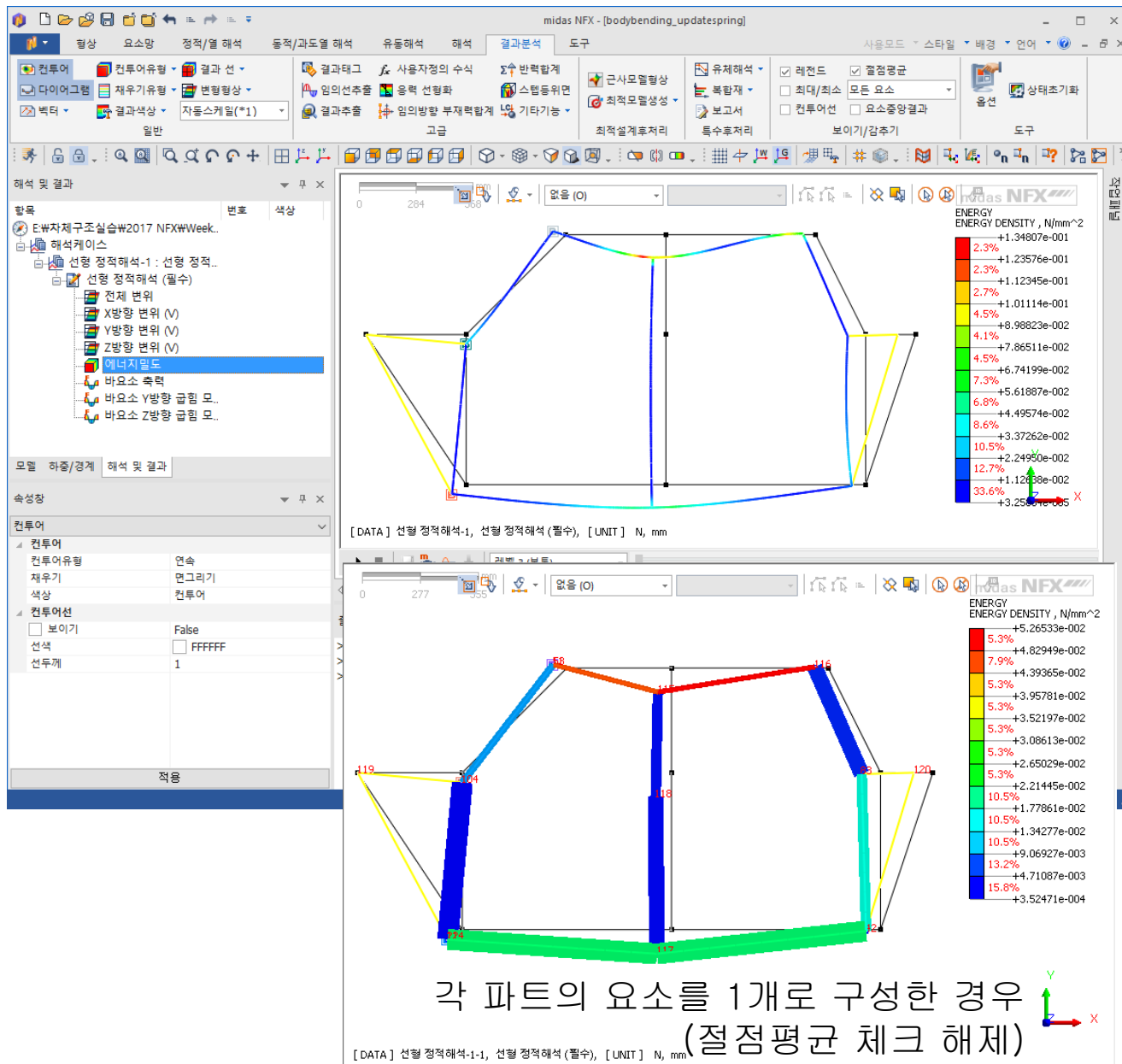
후처리



1 Y방향 변위는
-8.0287 mm
강성을 계산하면
832.02 N/mm

2 교과서에 나와있는
867.5 N/mm 와
오차 4.09% 확인

후처리



1 에너지밀도 결과를 바탕으로 변형이 큰 파트를 파악

각 파트의 요소를 1개로 구성한 경우
(절점평균 체크 해제)

숙제

앞서 실습 모델을 바탕으로 다음 과정을 진행하시오.

- The stiffness requirement is 7000N/mm for the vehicle (or 3500N/mm for each side)
 - (a) Compute the vehicle bending deflection with rigid joints (a joint stiffness of $K_j=1 \times 10^{10}$ Nmm/rad may be considered as rigid). Does the resulting stiffness meet the requirement?
- To improve bending stiffness, any of the sections may be increased in size (w & h) by up to 200% of the initial dimensions, except the rocker which is restricted to an increase in size up to 125% due to entry constraints. Thickness on all sections can be increased to 3mm. (Do not reduce the size of any beams from the given initial size.)
 - (b) Continuing with rigid joints, adjust the side frame beams to meet the stiffness requirement in the most mass efficient way. Do at least two iterations of resizing. Which beams did you adjust, why did you choose them, what are the final beam sizes, and what is the final stiffness?
 - (c) After doing part (b), enter the joint stiffness values shown and determine the bending stiffness with flexible joints. What is the new bending stiffness? What is the fraction of stiffness with flexible joints to stiffness with rigid joints?

Modal 해석

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea



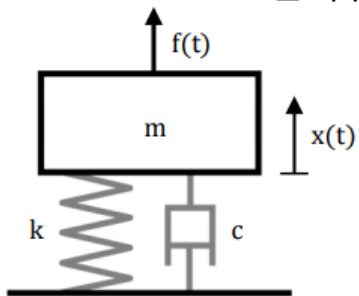
한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

CDL Computational
Design
Lab

모드 해석

- 구조물이 갖고 있는 고유 진동수와 각 고유진동수에서의 변형 형상을 파악하여 구조물의 공진 여부와 진동에 의한 변형 형상을 예측하는 해석

<단자유도계의 운동방정식>



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

- m 질량
- c 감쇠계수 (damping coefficient)
- k 스프링상수 (spring constant)
- $x(t)$ 변위
- $f(t)$ 외력

감쇠와 외부하중이 없는 단자유도계의 운동방정식

$$m\ddot{x} + kx = 0$$



감쇠와 외부하중이 없는 다자유도계의 운동방정식

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0$$

단순조화운동을 가정하여 해를 계산 할 수 있음: $\{x\} = \{\Phi\}\sin(\omega t)$ Φ : 모드 형상

ω : 진동수

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -\omega^2[M]\{\Phi\} + [K]\{\Phi\} = 0$$

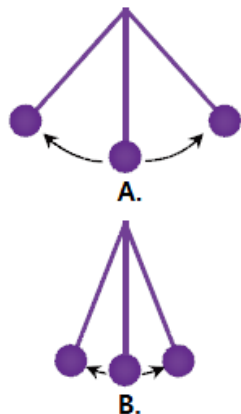
$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\} = ([K] - \lambda[M])\{\Phi\} \quad \lambda: \text{고유치}$$

모드 해석

• 주요용어

➤ 고유 진동수(Natural Frequency)와 고유 진동주기(Natural Period)

- 고유 진동수 : 구조물의 동적 특성을 표현하는 한 가지로써 단위시간에 진동하는 회수를 의미(Hz)
- 고유 진동주기 : 진동수의 역수($1/f$)로서 1회 진동하는데 소요되는 시간을 의미(sec)
- 고유 모드 형상 : 외부의 힘이 제거된 상태에서 구조물이 진동하는 형상을 의미하며, 구조물이 가장 쉽게 변형할 가능성이 높은 형상부터 저차 모드를 가짐
- 공진 : 고유진동수가 구조물에 가해지는 작동주파수의 근처에 있게 되면 구조물에 공진이 발생



- A와 B의 경우에 서로 진폭이 다르지만 진동수와 주기는 일정합니다.
- 진동수와 주기는 길이에 따라 바뀌는 고유 특성입니다.
- 이처럼 진자의 운동에서 초당 왕복하는 횟수를 고유 진동수라 하고, 1회 왕복하는데 소요되는 시간을 고유 진동주기라고 합니다.
- 구조물의 고유 진동수는 구조물의 강성에 비례하고 질량에 반비례하는 특성을 갖고 있고, 해석 대상물의 구속 위치에서 멀리 떨어진 위치에 집중 질량이 있는 경우는 관성 효과로 인해 고유 진동수를 크게 감소시키는 효과가 나타납니다.

<진폭이 다른 진자의 운동>

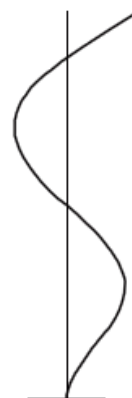
• 외팔보의 고유 모드 형상



1차 모드



2차 모드



3차 모드

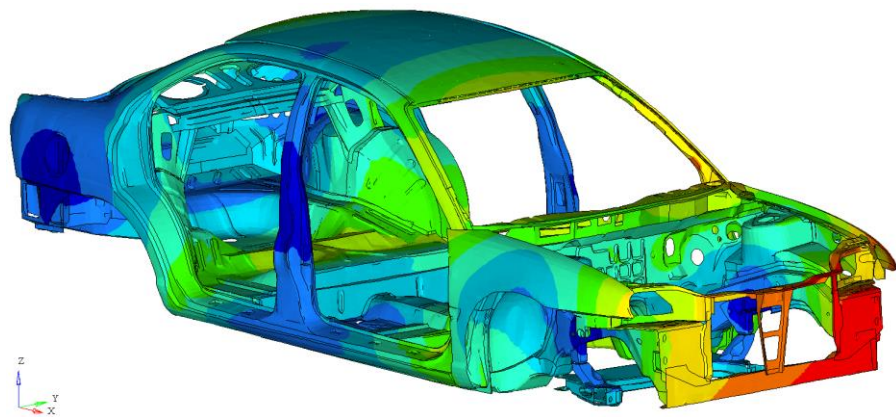
모드 해석의 중요성

- 구조물의 동적 특성 (동강성) 파악
 - 구조물의 고유진동수 및 모드형상 파악
 - 공진여부, 진동 혹은 외력에 의한 변형 예측



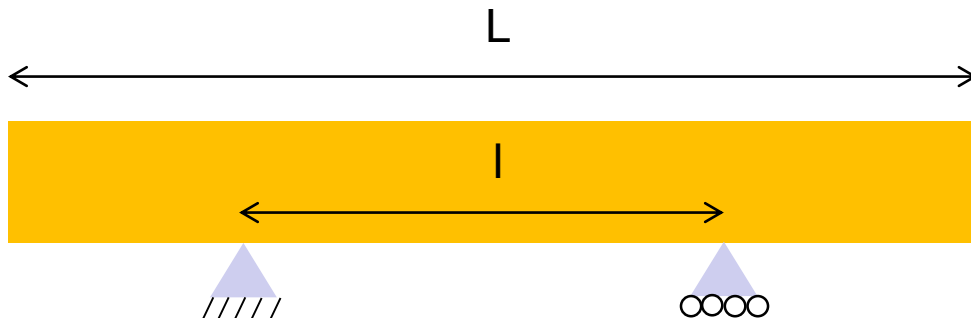
<https://www.youtube.com/watch?v=OaXSmPgl1os>

차체의 굽힘 모드



예제: SIMPLY SUPPORTED BEAM

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오



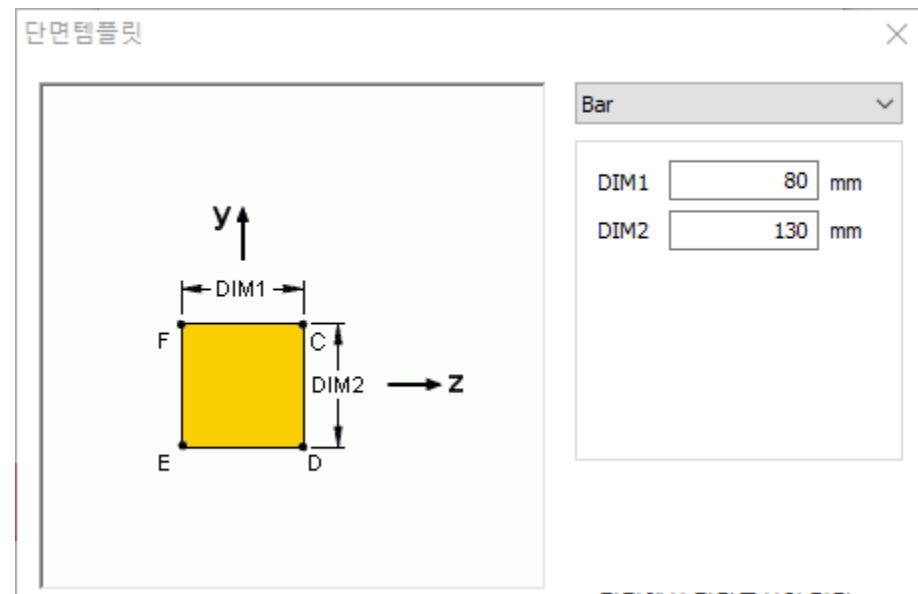
빔 단면 정보

기하형상

- $L = 4550$ mm
- $I = 2700$ mm

재료 : alloy steel

- $E = 210$ GPa
- $\nu = 0.28$
- $\rho = 1.519 \times 10^{-5}$ kg/mm³



예제: 이론해

다음과 같은 문제에서 고유진동수를 구하시오

$$K = \frac{48EI}{l^3} = 7500 \text{ N/mm}$$

$$\rightarrow EI = \frac{Kl^3}{48} = \frac{7500 \times 2700^3}{48} = 3.075e12 \text{ Nmm}^2$$

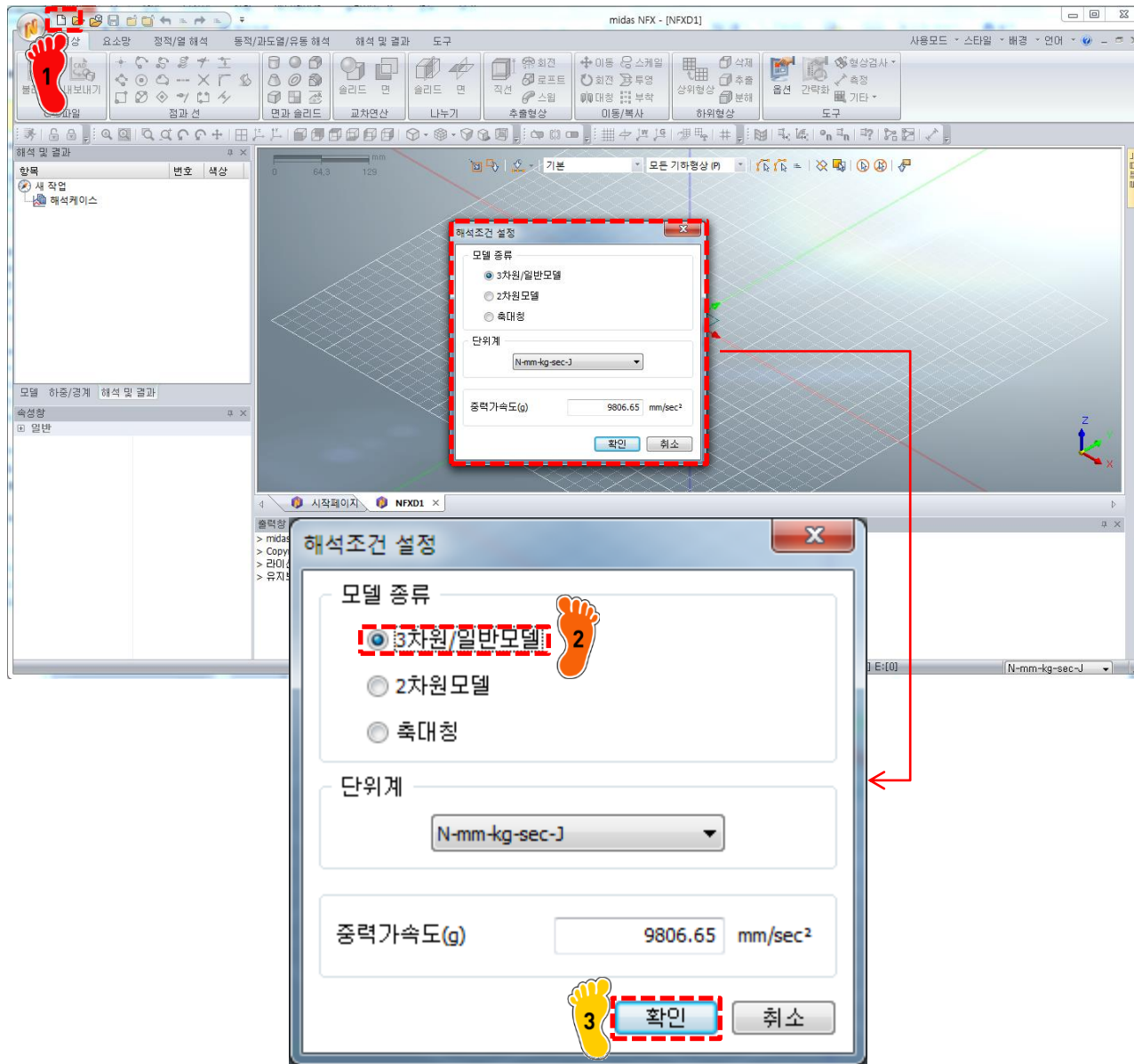
1차 고유진동수

$$\begin{aligned} \omega_n &= 22.4L^{-(3/2)} \sqrt{\frac{EI}{M}} \\ &= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550[\text{mm}]} \right)^{1.5} \sqrt{\frac{3.075e12[\text{Nmm}^2]}{718.8[\text{kg}]}} \\ &= 22.4 \times \left(\frac{1}{4550[\text{mm}]} \right)^{1.5} \sqrt{\frac{3.075e15[\text{kg} \cdot \text{mm}^3 / \text{s}^2]}{718.8[\text{kg}]}} \\ &= 150.96 \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 24.03 \text{ Hz} \end{aligned}$$

MODAL ANALYSIS

빔 요소

기하형상 생성 (1)

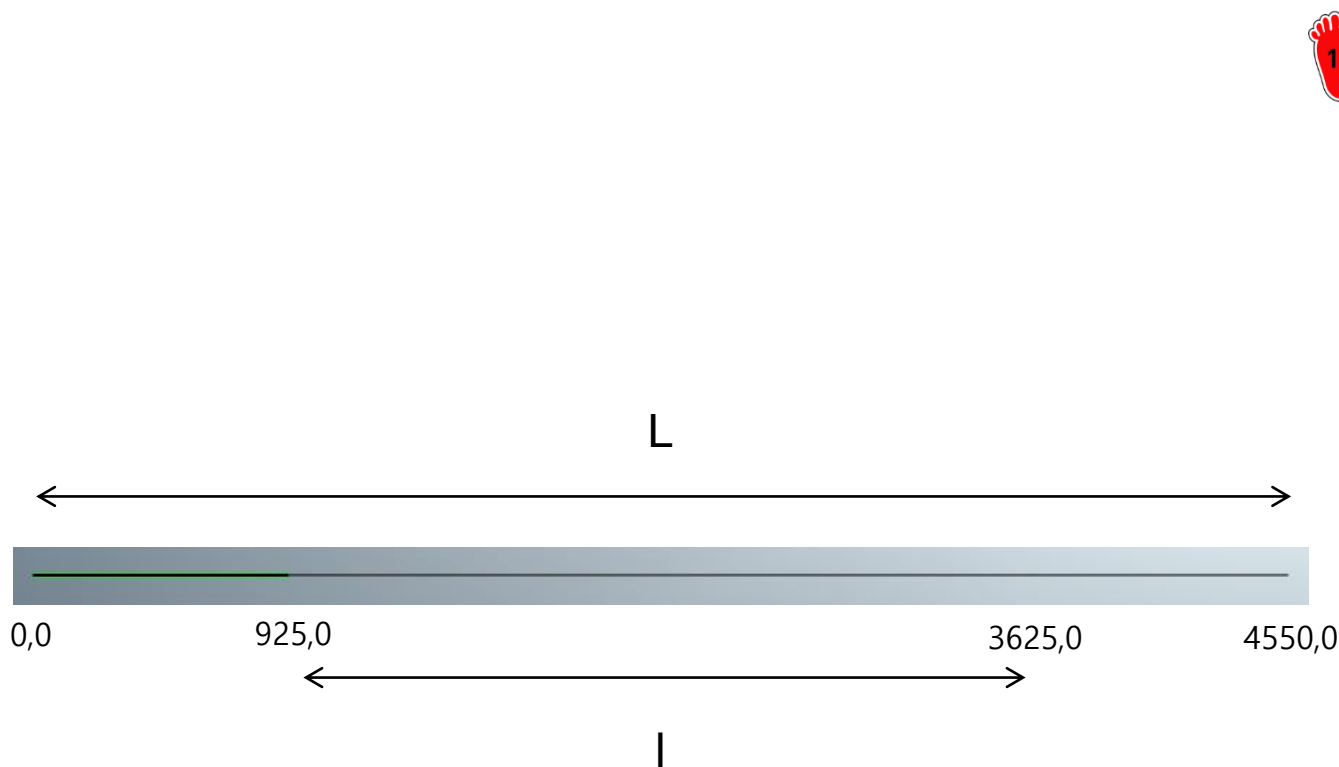


1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

기하형상 생성 (2)



전체 길이

L: 4550 mm 및

지지점을 생성할 가운데 선

l: 2700 mm 의

3개의 선 생성

재료 물성 및 특성 입력 (1)

재료

번호 이름 색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI_310_SS
- AISI_410_SS
- AISI_Steel_1005
- AISI_Steel_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI_Steel_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel_718_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316

선행

구조

탄성계수 N/mm²

프와송비

질량밀도 kg/mm³

열응력

열팽창계수

참조온도 [T]

열전도

전도율 W/(mm·[T])

비열 J/(kg·[T])

발열계수

안전률계산방법

파손이론

인장 N/mm² 압축 N/mm²

감쇠 지수

질량 비례 감쇠 계수 1/sec

강성 비례 감쇠 계수 sec

구조 감쇠 계수

불러오기... 편집... 확인 취소 적용



탄성계수 210 GPa
 프와송비 0.3
 질량밀도 1.519e-5 kg/mm³

재료 생성

재료 물성 및 특성 입력 (2)



예제에서 주어진 단면을 갖는 1차원 특성 생성

1차원 특성 생성/변경

바

번호 1 이름 1차원 특성 색상

재료 1: 등방성-1

단면적 10400 mm²

단면2차모멘트

I1 14646666.7 I2 5546666.67 I12 0

단위: mm⁴

비틀림상수 13686924.5 mm⁴

비틀림응력계수 69.9511892 mm

길이당 비구조질량 0 kg/mm

전단면적계수

K1 0.833441841 K2 0.833441841

전단중심에서 중립축까지의 거리

Y 0 mm Z 0 mm

응력계산위치...

단면 속성

☐ 재료 정보 고려하여 단면 속성을 계산

☒ 단면형상... Bar

확인 취소 적용

단면템플릿

Bar

DIM1 80 mm

DIM2 130 mm

절점에서 전단중심의 거리

DY 0 mm

DZ 0 mm

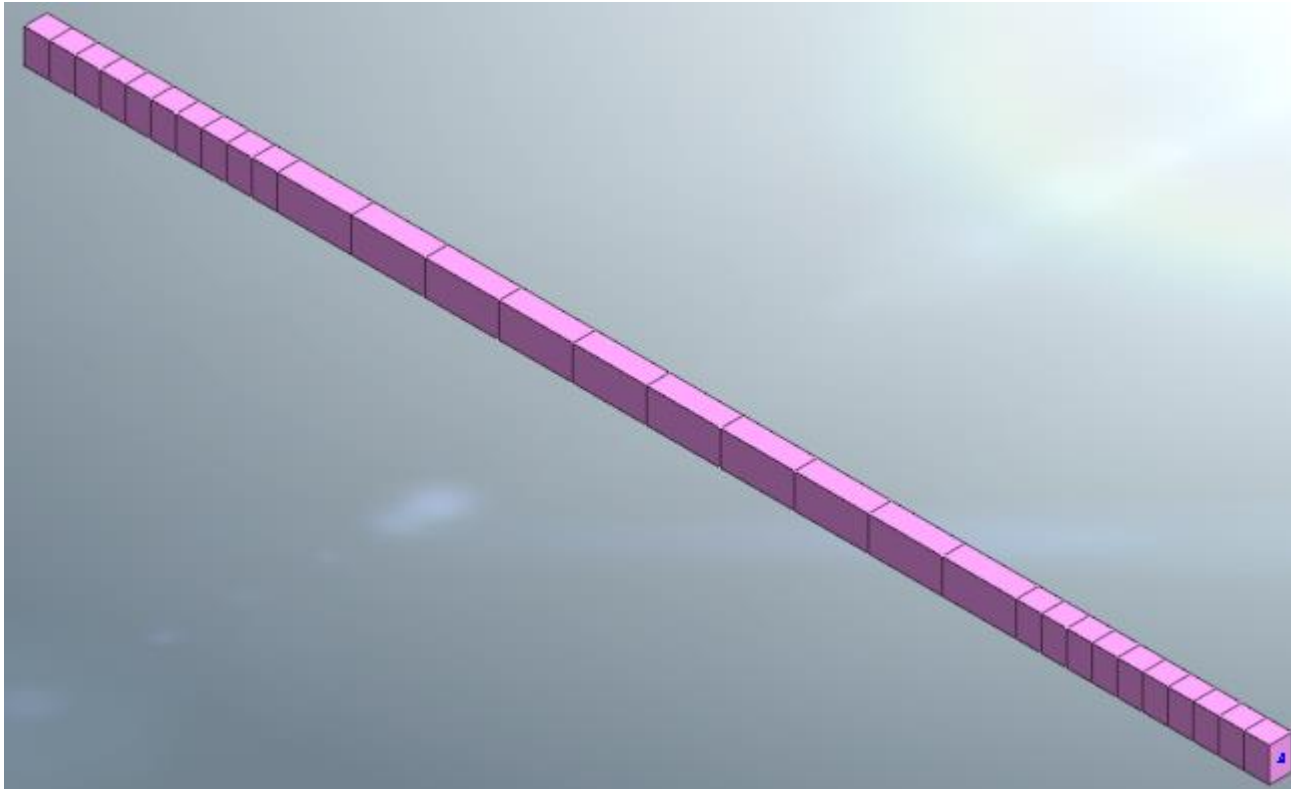
< 전단중심 >

확인 취소

요소망 생성



요소망 생성 (분할수 10)



구속조건 및 하중조건 설정



구속조건

기본 고급

이름 구속조건-4

대상형상
종류 절점

31개 대상 선택됨

자유도
☐ Tx ☐ Ty ☒ Tz
☒ Rx ☒ Ry ☐ Rz

대칭평면

☐ 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1



1 전체 절점을 선택하여 Tz, Rx, Ry 자유도 구속 (평면거동)



2 핀구속/롤러구속조건 입력



구속조건

기본 고급

이름 구속조건-5

대상형상
종류 절점

1개 대상 선택됨

자유도
☒ Tx ☒ Ty ☒ Tz
☐ Rx ☐ Ry ☐ Rz

대칭평면

☐ 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1



구속조건

기본 고급

이름 구속조건-6

대상형상
종류 절점

1개 대상 선택됨

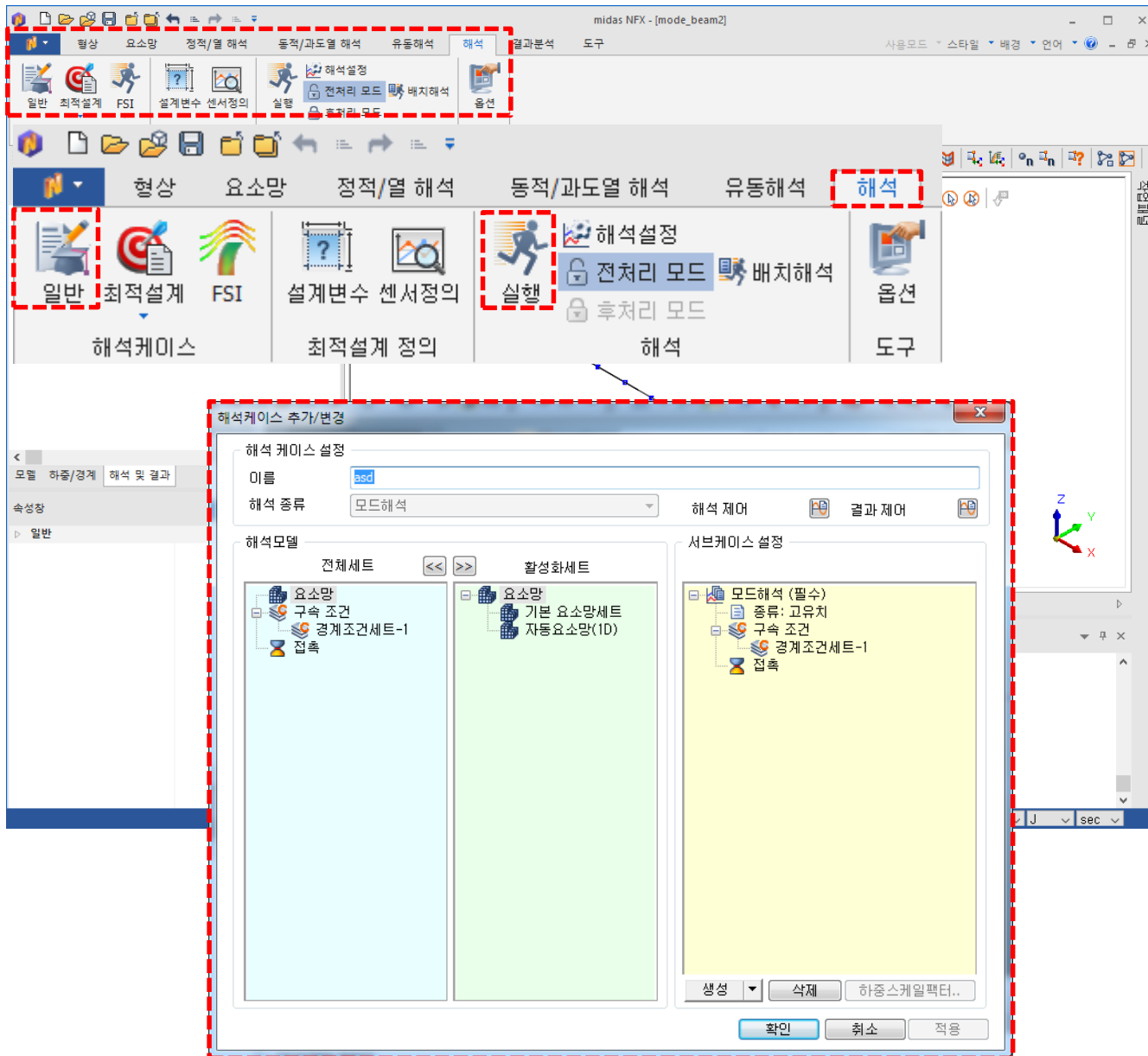
자유도
☐ Tx ☒ Ty ☒ Tz
☐ Rx ☐ Ry ☐ Rz

대칭평면

☐ 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1

해석 케이스 정의 및 해석 실행



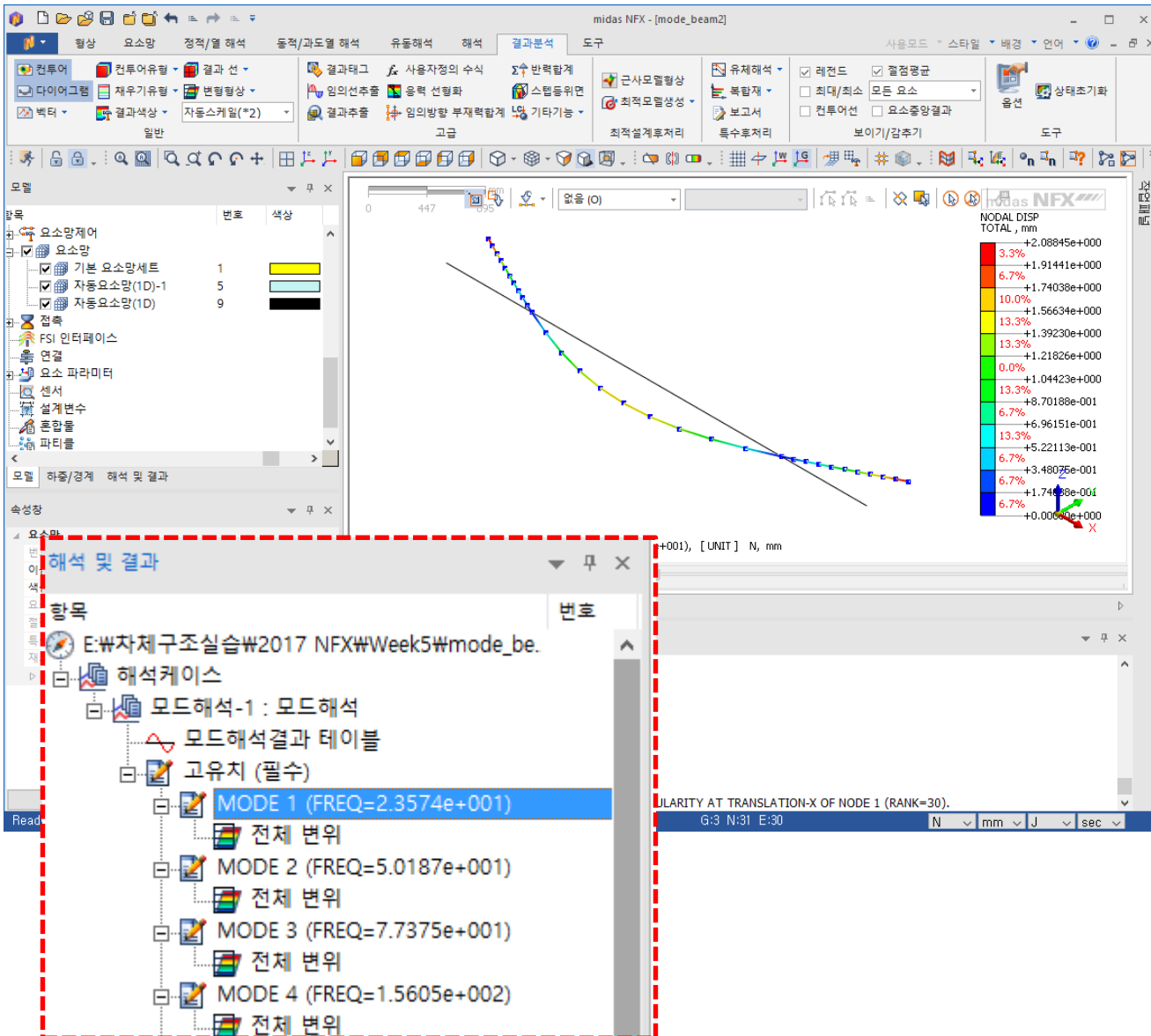
1 모드해석으로 해석 수행

후처리



1차 모드의 주파수는

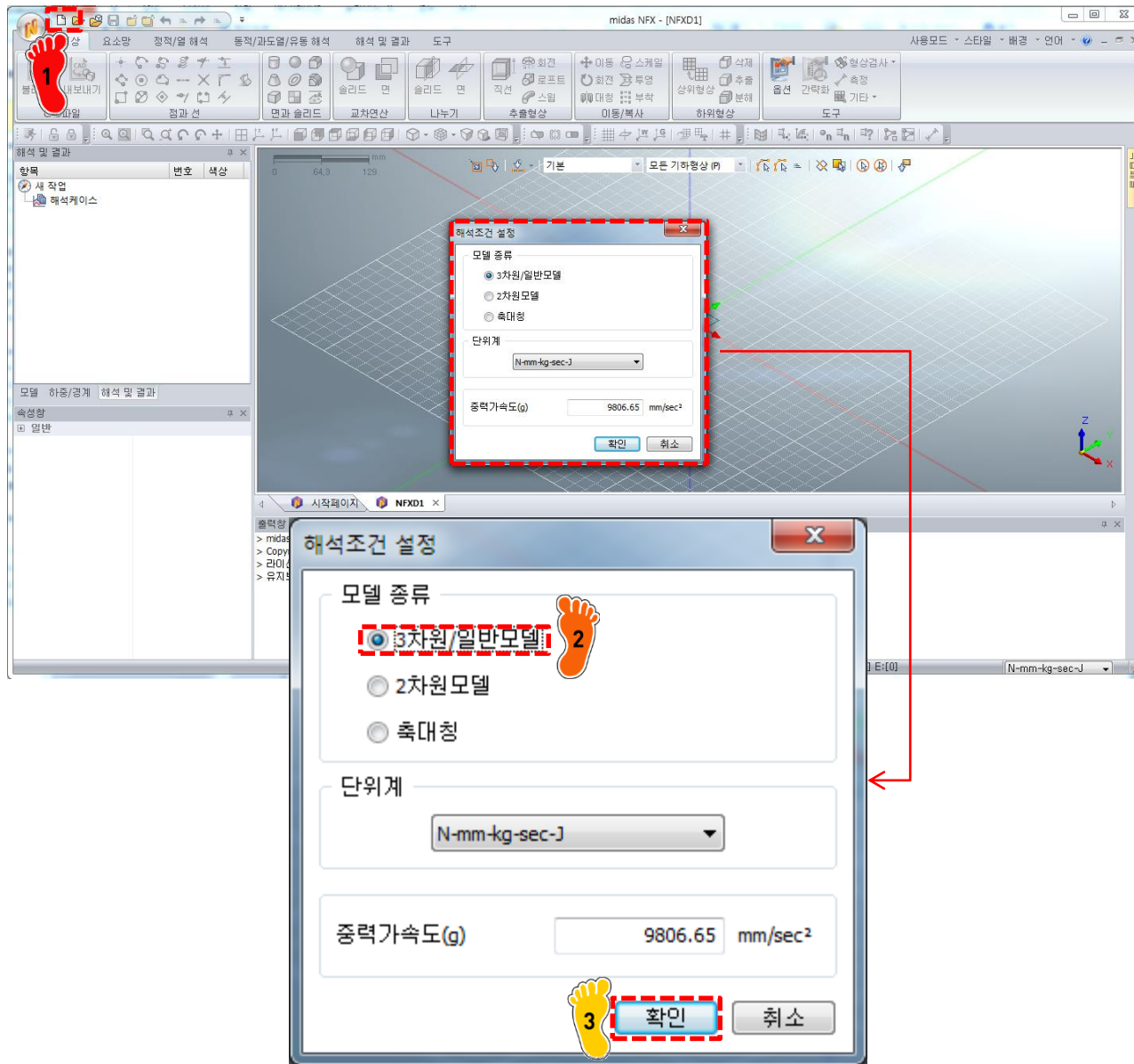
23.574 Hz 로 해석적인 해
24.03 Hz와 오차 1.90% 확인



MODAL ANALYSIS

솔리드 요소

기하형상 생성 (1)

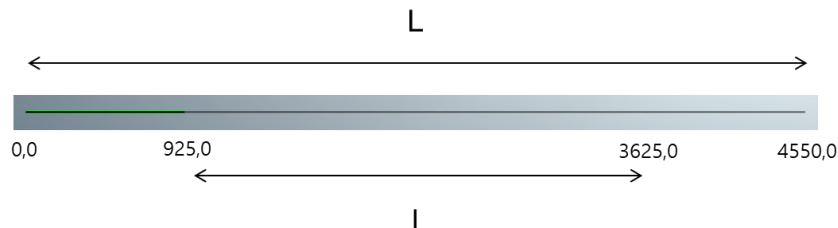
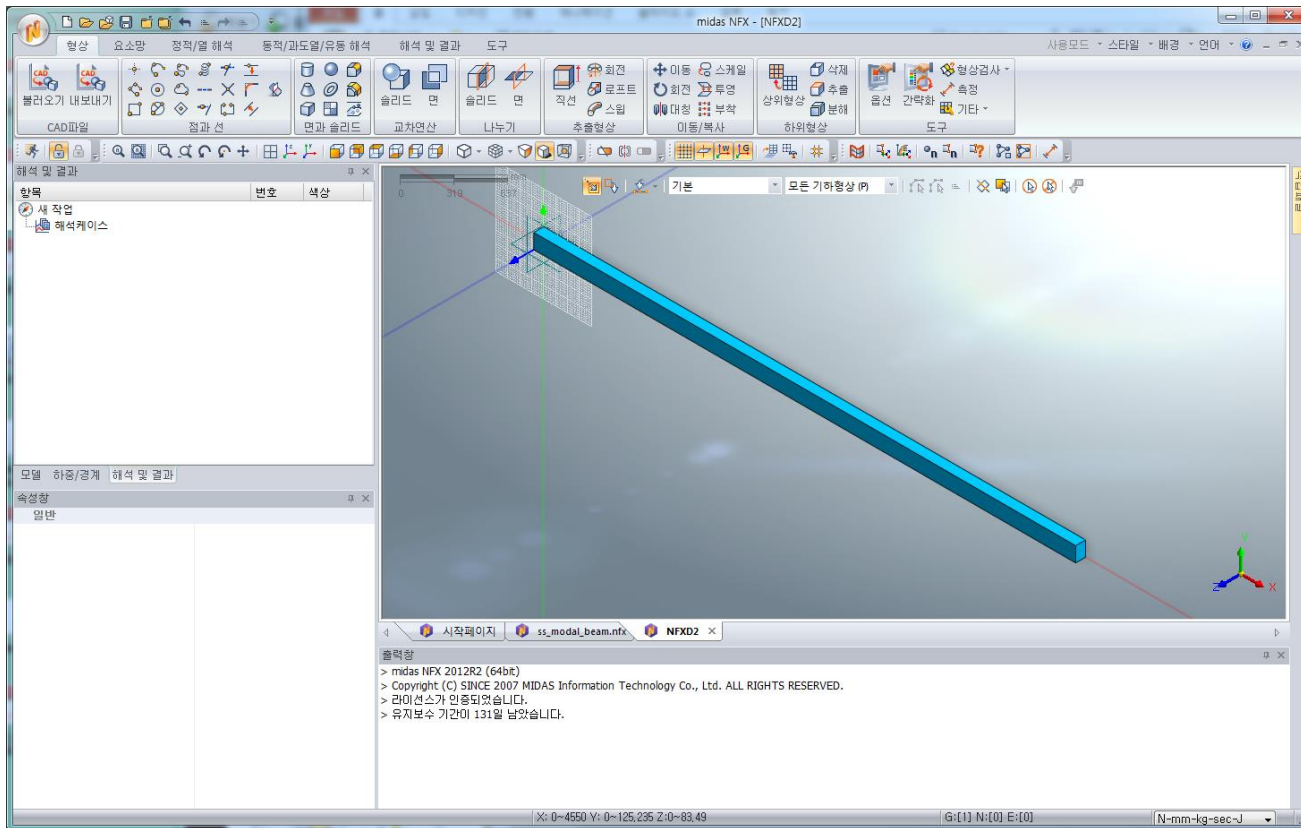


1 새로 만들기 클릭

2 3차원/일반모델 선택

3 확인

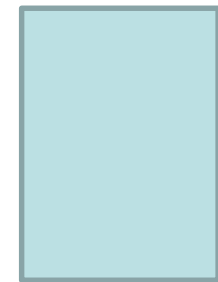
기하형상 생성 (2)



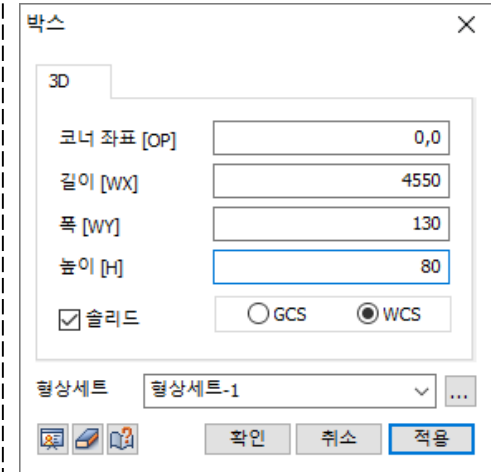
1 주어진 단면을 갖는 솔리드
형상 생성
(방법1: 단면→직선추출)
(방법2: 박스 기능이용)

<단면 정보>

80 mm



130 mm



재료 물성 및 특성 입력

재료

번호 이름 색상

All

- 17-4PH, H1100
- AISI 1020
- AISI 1060
- AISI 304 SS Annealed
- AISI_310_SS
- AISI_410_SS
- AISI_Steel_1005
- AISI_Steel_1008-HR
- AISI 4340 Annealed
- AISI_Steel_Maraging
- Alloy Steel
- Cast Alloy Steel
- Cast Carbon Steel
- Cast Stainless Steel
- Chrome Stainless Steel
- FC250
- Galvanized Steel
- H-1(CR60)
- HL-4000
- Hp-1
- Hp-4
- Inconel_718_Aged
- Plain Carbon Steel
- S/Steel_PH15-5
- S45C
- SAPH-400
- SE508
- SGACC
- SGACEN
- SGARC340-E
- SGCC
- SGCD1
- SHP
- SM45C
- SM490A(KS)
- SPCC
- SPDE
- SPRC340
- SR-0300
- Steel
- Steel_Rolled
- SUP12
- SUS304
- SUS316

선행

구조

탄성계수 N/mm²

프와송비

질량밀도 kg/mm³

열팽창계수

참조온도 [T]

열전도

전도율 W/(mm·[T])

비열 J/(kg·[T])

발열계수

안전률계산방법

파손이론

인장 N/mm² 압축 N/mm²

감쇠 지수

질량

강성

구조

슬리드 3D 유동해석

번호 이름 색상

재료

재료좌표계

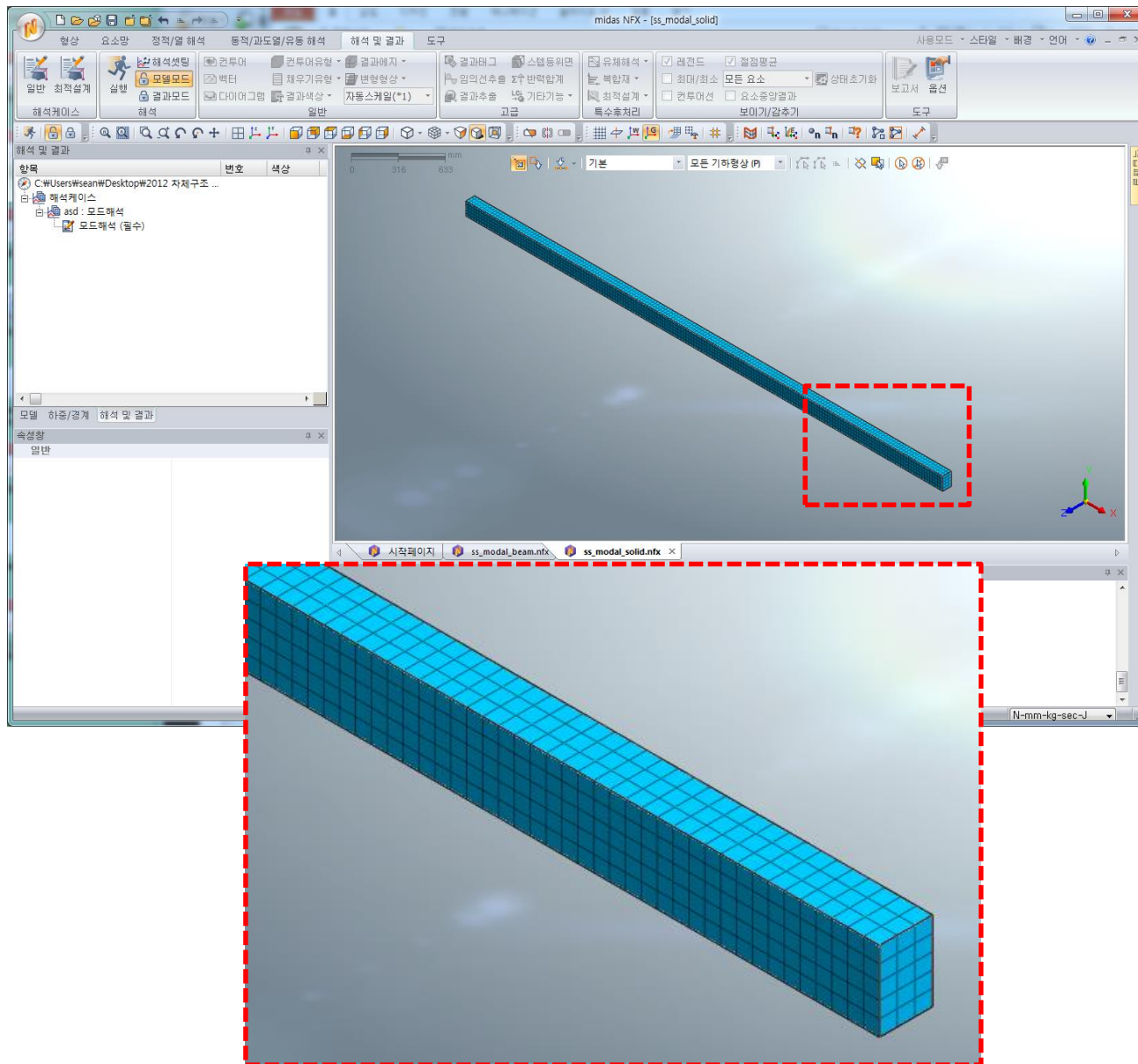
확인 취소 적용

1 탄성계수 210 GPa
 프와송비 0.3
 질량밀도 1.519e-5 kg/mm³

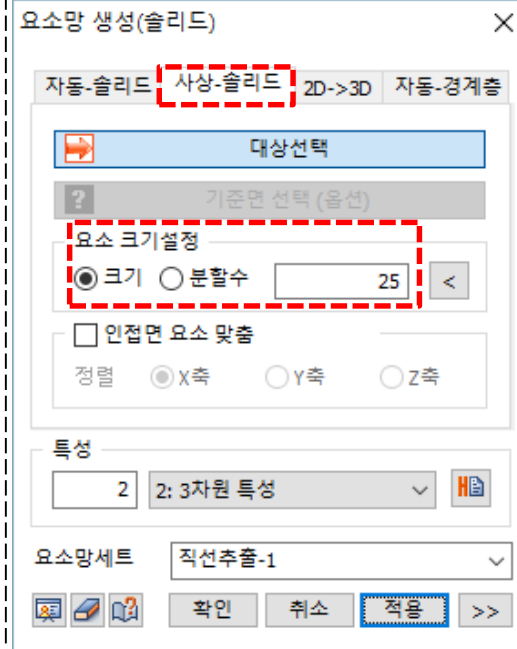
재료 생성

2 3차원 특성 생성

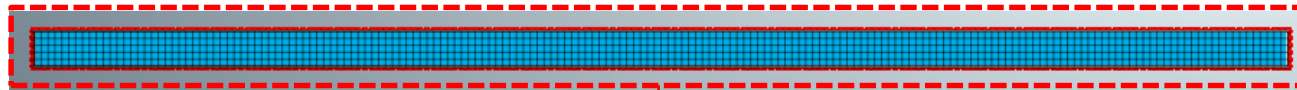
요소망 생성



크기 25를 갖는 사상 요소망 생성



구속조건 및 하중조건 설정



구속조건

기본 고급

이름 구속조건-1

대상형상
종류 절점
4392개 대상 선택됨

자유도
☐ Tx ☐ Ty ☒ Tz
☐ Rx ☐ Ry ☐ Rz

대칭평면

☐ 역대칭

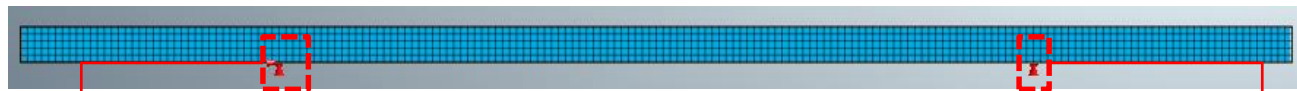
경계조건세트 경계조건세트-1



1 전체 절점을 Tz 자유도 구속
(작업 평면의 수직 방향)



2 핀구속/롤러구속 조건 입력



구속조건

기본 고급 주기

이름 구속조건-1

대상형상
종류 절점
4개 대상 선택됨

자유도
☒ Tx ☒ Ty ☒ Tz
☐ Rx ☐ Ry ☐ Rz

대칭평면

☐ 역대칭

경계조건세트 경계조건세트-1



구속조건

기본 고급 주기

이름 구속조건-2

대상형상
종류 절점
4개 대상 선택됨

자유도
☐ Tx ☒ Ty ☒ Tz
☐ Rx ☐ Ry ☐ Rz

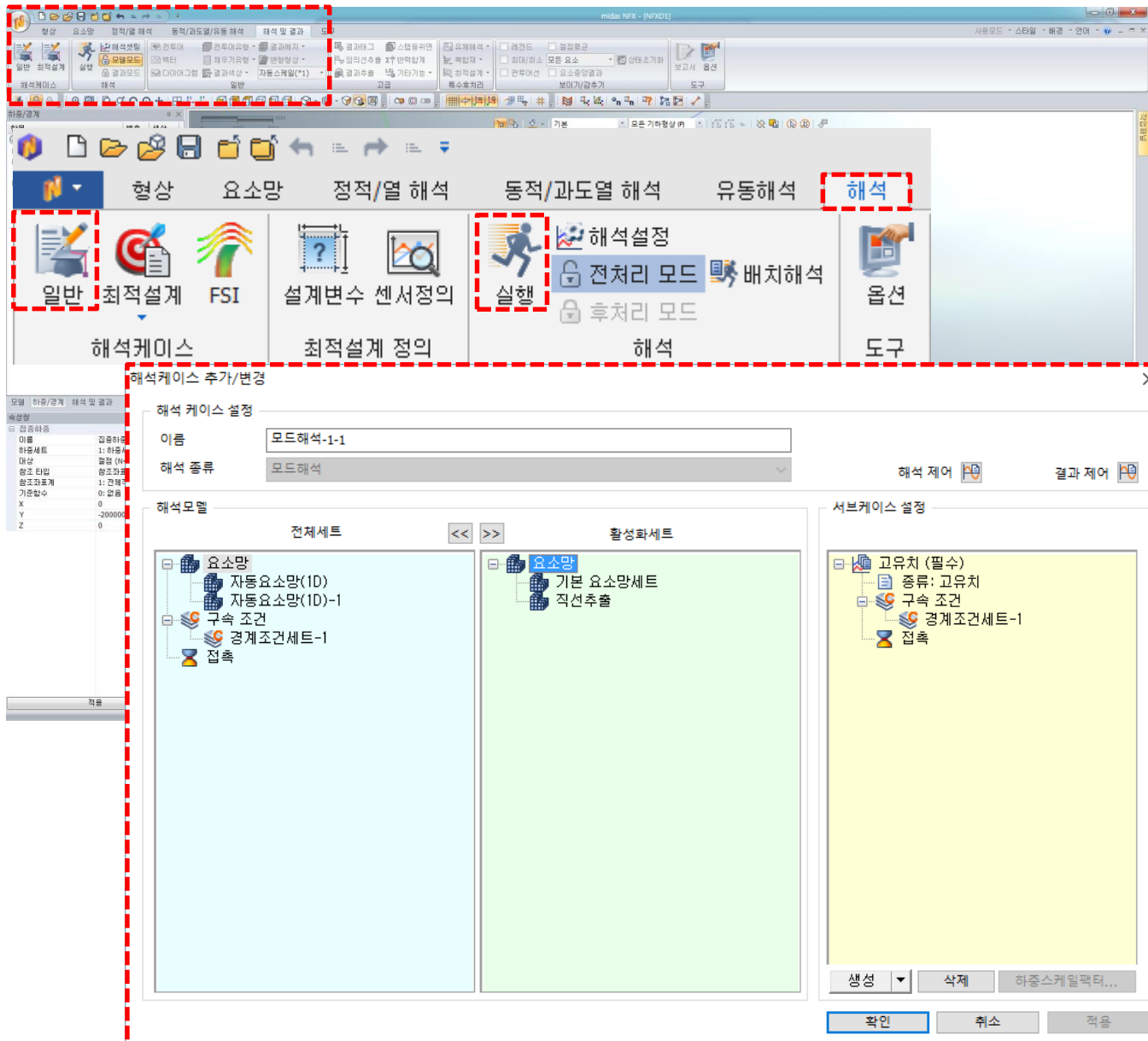
대칭평면

☐ 역대칭

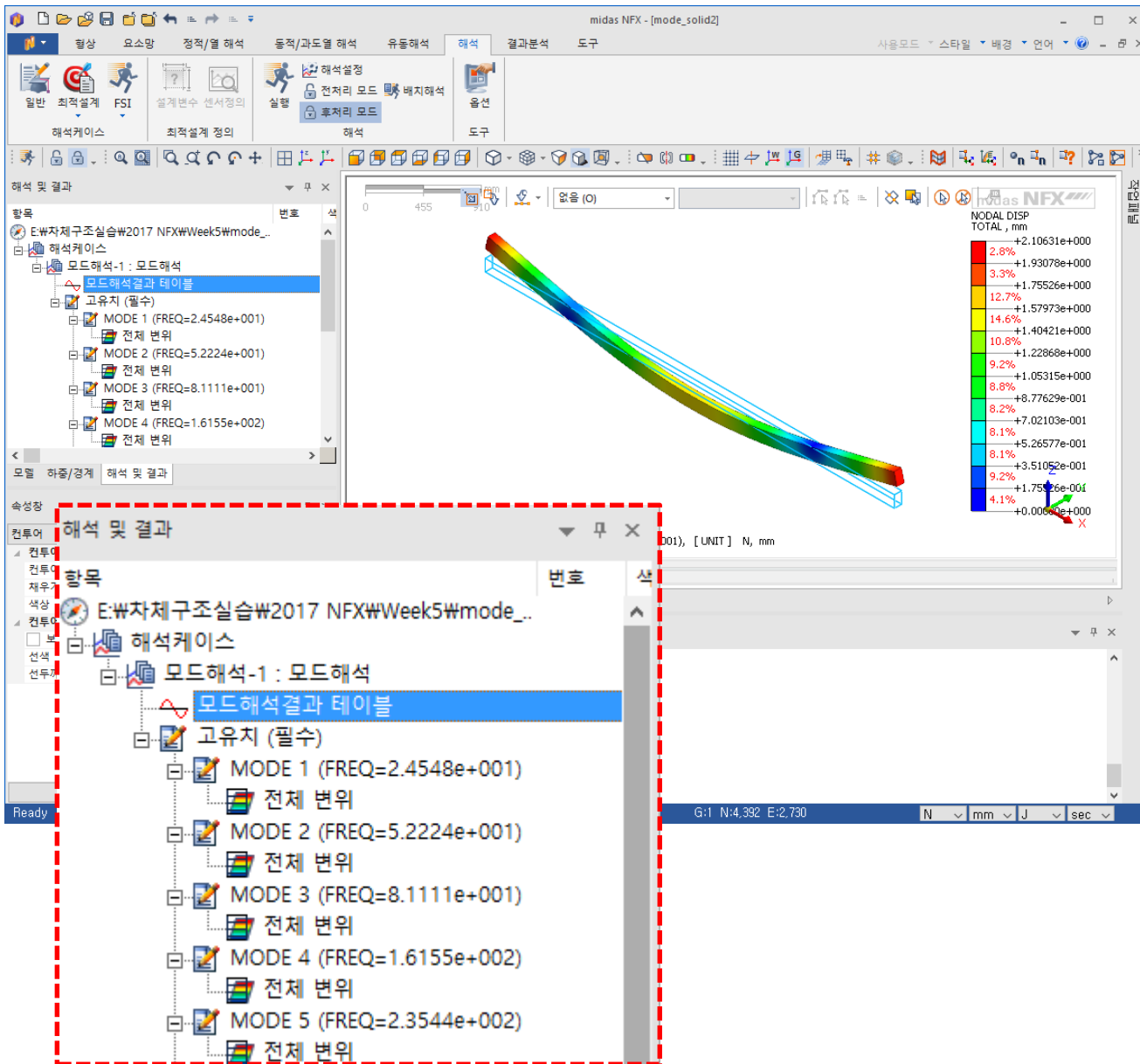
경계조건세트 경계조건세트-1

해석 케이스 정의 및 해석 실행

1 모드해석으로 해석 수행



후처리



1차 모드의 주파수는

24.548 Hz 로 해석적인 해와 오차 2.16% 확인

결과 정리 (1)

모드 차수	1차	2차	3차
해석적인 해 [Hz]	24.03		
모드 형상 (빔 요소)			
주파수 [Hz]	23.574	50.187	77.375
모드 형상 (솔리드 요소)			
주파수 [Hz]	24.548	52.224	81.111

결과 정리 (2)

his analysis indicates that a bending stiffness requirement of approximately 7000 N/mm is the desired 22–25 Hz vehicle frequency, Figure 4.12.

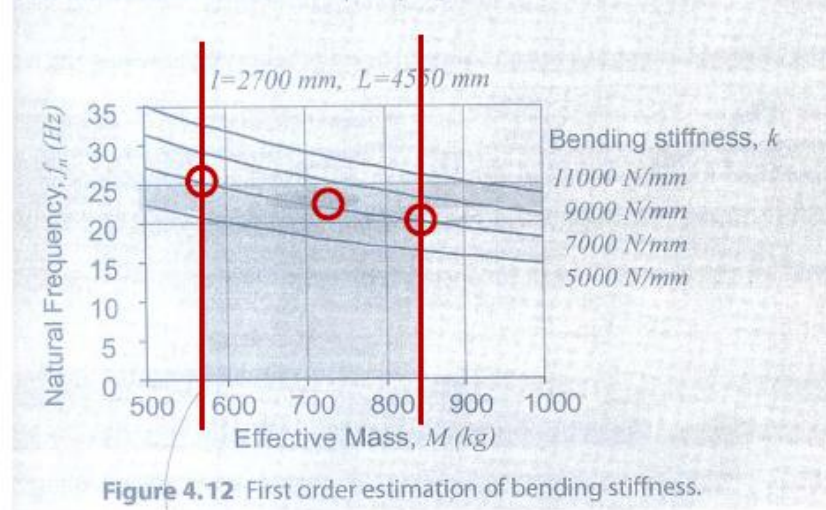
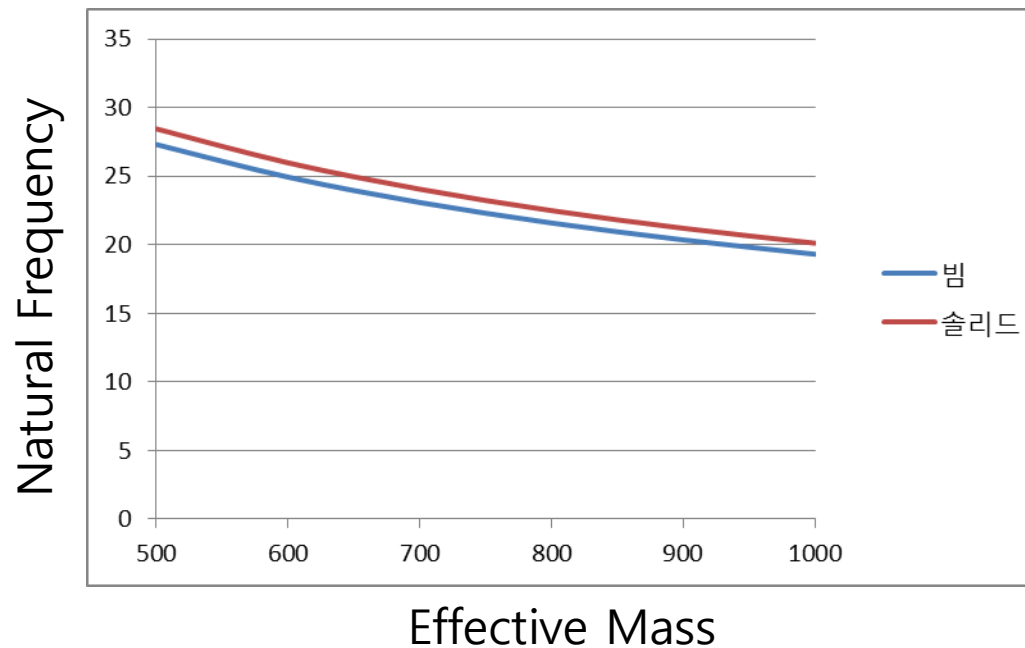
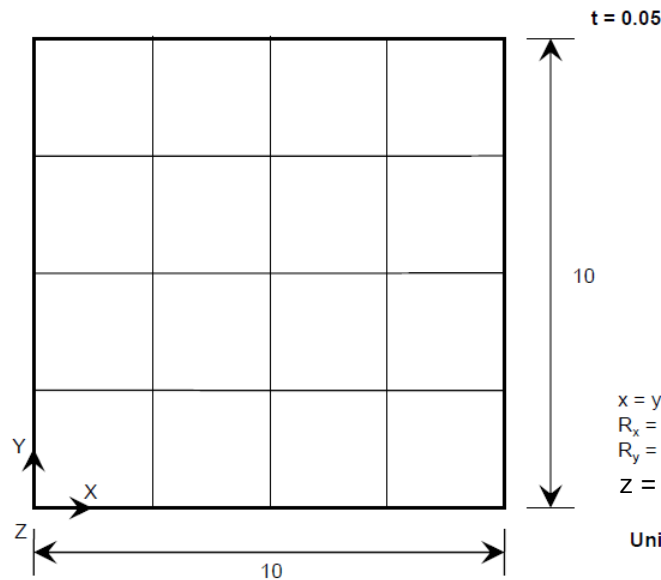


Figure 4.12 First order estimation of bending stiffness.

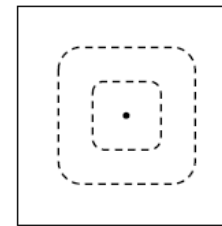


연습문제

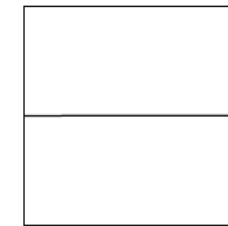
- NAFEMS benchmark test: Simply-supported thin square plate
(Shell 요소에 대해 모드 해석 수행)



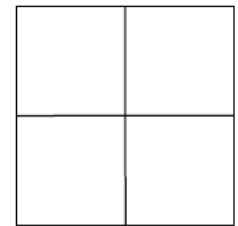
모드 형상



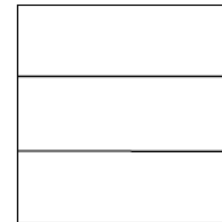
Mode 1



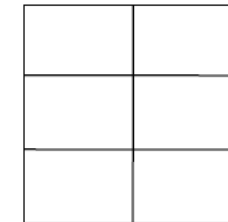
Mode 2&3



Mode 4



Mode 5&6



Mode 7&8

재료 물성치 및 plate 두께

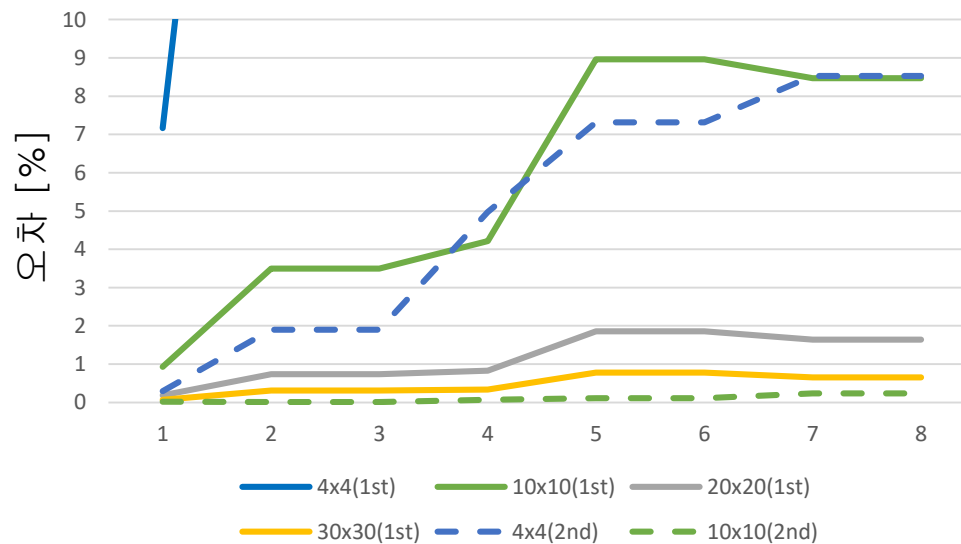
Material data	Young's modulus	$E = 200 \text{ GPa}$
	Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
	Density	$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$
Section property	Thickness	$t = 0.05 \text{ m}$

Mode에 따른 주파수 값

Mode Number	1	2,3	4	5,6	7,8
Reference	2.377	5.942	9.507	11.884	15.449

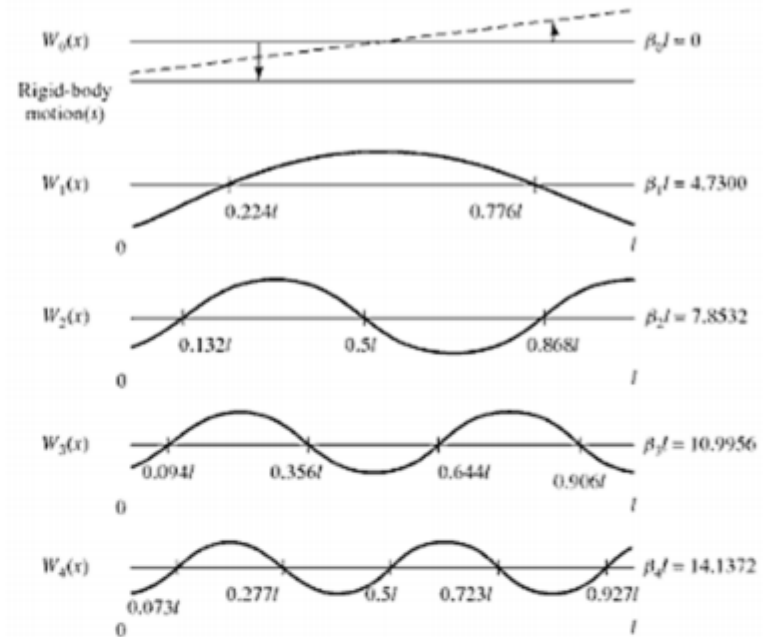
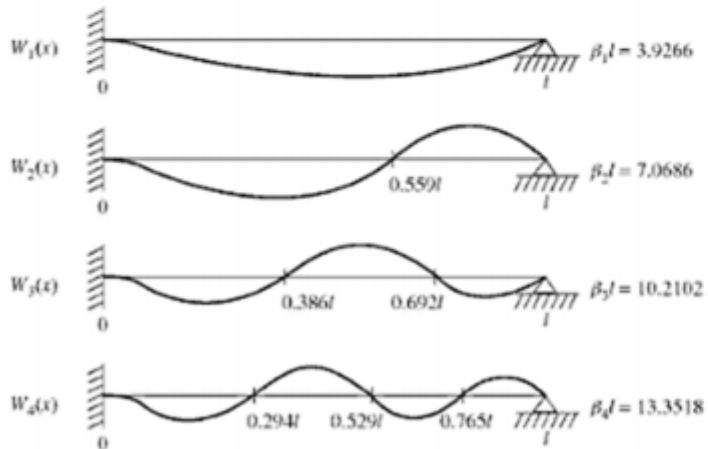
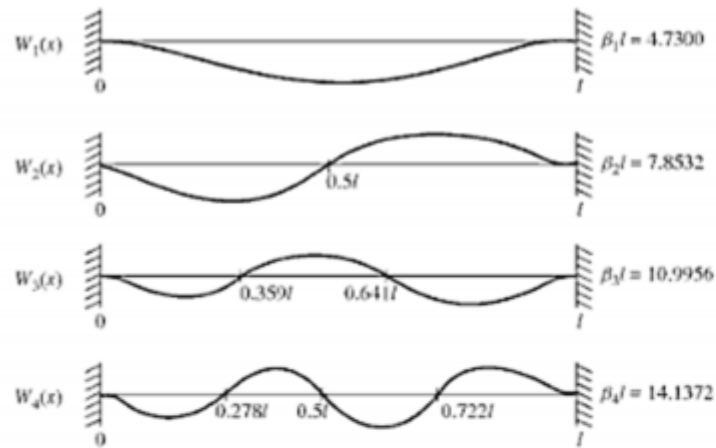
연습문제

		Shell element					
		1st order				2nd order	
	Ref.	4x4	10x10	20x20	30x30	4x4	10x10
1	2.377	2.547	2.399	2.382	2.379	2.384	2.377
2	5.942	7.823	6.150	5.986	5.960	6.055	5.942
3	5.942	7.823	6.150	5.986	5.960	6.055	5.942
4	9.507	12.780	9.908	9.586	9.539	9.980	9.513
5	11.884	26.555	12.949	12.105	11.977	12.753	11.897
6	11.884	26.555	12.949	12.105	11.977	12.753	11.897
7	15.449	31.087	16.758	15.702	15.550	14.132	15.485
8	15.449	31.087	16.758	15.702	15.550	14.132	15.485



숙제: 경계 조건에 따른 모드 형상

구속조건에 따른 모드 형상의 변화를 1D/3D 모델로 비교하시오



Beam Configuration	$(\beta_1 l)^2$ Fundamental	$(\beta_2 l)^2$ Second Mode	$(\beta_3 l)^2$ Third Mode
Simply supported	9.87	39.5	88.9
Cantilever	3.52	22.0	61.7
Free-free	22.4	61.7	121.0
Clamped-clamped	22.4	61.7	121.0
Clamped-hinged	15.4	50.0	104.0
Hinged-free	0	15.4	50.0