

Size Optimization

Computational Design Laboratory
Department of Automotive Engineering
Hanyang University, Seoul, Korea



한양대학교
HANYANG UNIVERSITY

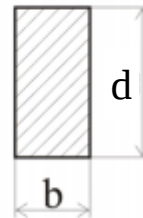
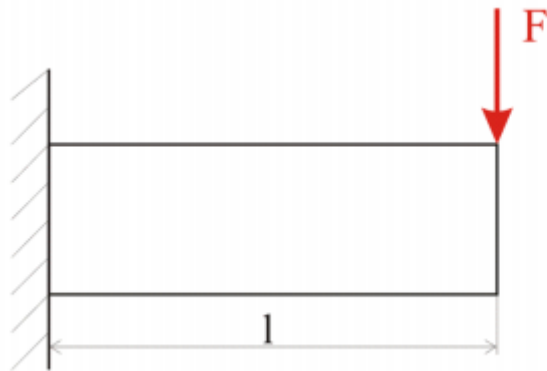
CDL Computational
Design
Lab

목차

- 예제 문제
 - Beam design problem using MATLAB
 - 5 bar truss structure example:
volume minimization problem
 - 3 bar truss structure example:
topology + size optimization
- 해석 프로세스
 - 기하형상 생성
 - 재료 물성 및 특성 입력
 - 요소망 생성
 - 구속조건 설정
 - 하중조건 설정
 - 최적설계 문제 정식화 및 최적설계 실행
 - 후처리

BEAM DESIGN PROBLEM USING MATLAB

예제: BEAM DESIGN PROBLEM



$$M = 40kN$$

$$V = 150kN$$

$$(\sigma_a)_{bending} = 10MPa$$

$$(\tau_a)_{shear} = 2MPa$$

Minimize $mass_{b,d}$

subject to

$$\begin{cases} g_1 = \sigma(b, d) \leq (\sigma_a)_{bending} \\ g_2 = \tau(b, d) \leq (\tau_a)_{shear} \\ g_3 = d \leq 2b \\ g_4 = b \geq 0 \\ g_5 = d \geq 0 \end{cases}$$



Minimize $f = bd_{b,d}$

subject to

$$\begin{cases} g_1 = \frac{6M}{bd^2} - (\sigma_a)_{bending} \leq 0 \\ g_2 = \frac{3V}{2bd} - (\tau_a)_{shear} \leq 0 \\ g_3 = d - 2b \leq 0 \\ g_4 = -b \leq 0 \\ g_5 = -d \leq 0 \end{cases}$$

EXCEL을 이용한 최적화



	초기값	해 찾기	
b	400	450	설계 변수
d	200	200	
f	80000	90000	
g1	5	3.333333	<= 0
g2	0.8125	0.5	<= 0
g3	-600	-700	<= 0

목적함수 및 구속조건
(설계 변수에 대한 함수 형태)



해 찾기

분석



목적함수

목적 설정: (T)

대상: ☐ 최대값(M) ☒ 최소(N) ☐ 지정값(V) **설계목적**

변수 셀 변경: (B) **설계 변수**

제한 조건에 종속: (U)

구속조건

☒ 제한되지 않는 변수를 음이 아닌 수로 설정(K)

해법 선택: (E) 옵션(P)

최적화방법

해법
 완전한 비선형으로 구성된 해 찾기 문제에 대해서는 GRG Nonlinear 엔진을 선택합니다.
 비선형 문제에 대해서는 LP Simplex 엔진을 선택하고 완전하지 않은 비선형으로 구성된 해 찾기 문제에 대해서는 Evolutionary 엔진을 선택합니다.

도움말(H) **해 찾기(S)** 닫기(Q)



변경될 변수의 값 및 목적함수/구속조건 설정

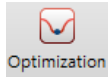


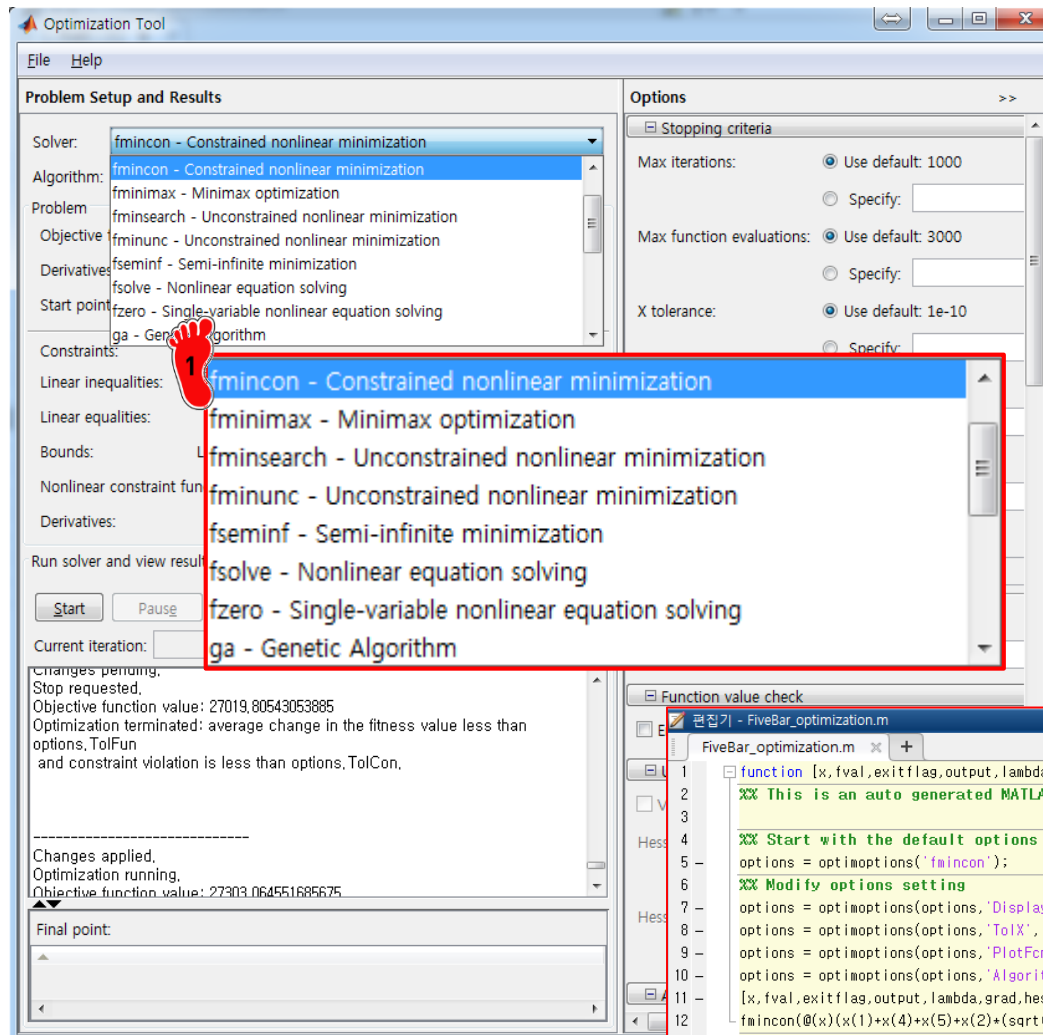
해 찾기 선택
(데이터→분석)



확인

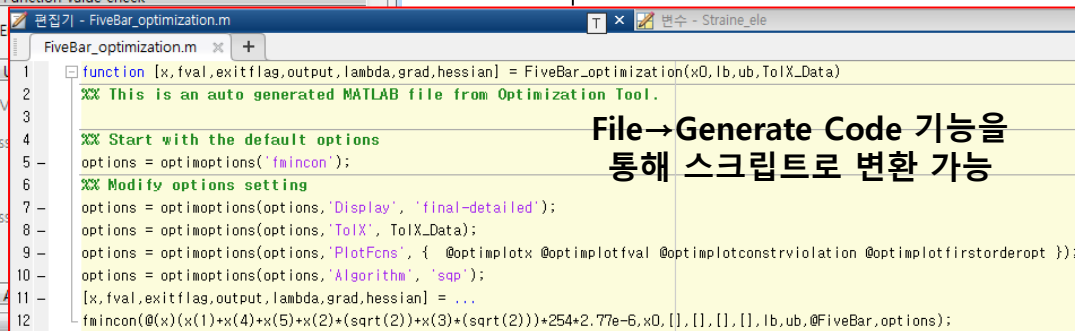
MATLAB을 이용한 최적화

- MATLAB의 Optimization tool 기능을 이용
(명령어 'optimtool' 또는 아이콘 )



MATLAB의 Optimization Tool을 이용하면 다양한 솔버를 이용한 최적화 가능

본 문제와 같이 제약조건이 있는 문제의 경우에는 민감도 기반의 'fmincon'을 많이 사용하며 민감도 계산이 어렵거나 전역 최적해가 필요한 경우 'GA (genetic algorithm)' 를 사용



File→Generate Code 기능을 통해 스크립트로 변환 가능

OPTIMTOOL 이용

최적화 알고리즘
 Solver: fmincon - Constrained nonlinear minimization
 Algorithm: SQP

목적함수
 Objective function: $@(x) x(1)*x(2)$

초기 설계값
 Start point: [1 1]

선형 구속조건 ($Ax \leq B$)
 Linear inequalities: A: [-2 1] b: [0]
 Linear equalities: Aeq: beq:

변수의 상/하한값
 Bounds: Lower: [0 0] Upper:

비선형 구속조건
 Nonlinear constraint function: @beam_cons

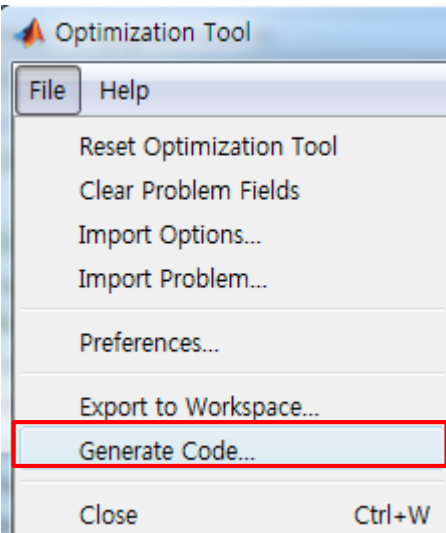
계산을 위한 함수
 Derivatives: Approximated by solver

최적화 결과
 Run solver and view results
 Start Pause Stop
 Current iteration: 19 Clear Results
 Local minimum found that satisfies the constraints.
 Optimization completed because the objective function is non-decreasing in feasible directions, to within the default value of the optimality tolerance, and constraints are satisfied to within the default value of the constraint tolerance.
 Final point:

1	2
335.41	335.41

Quick Reference
fmincon Solver
 Find a minimum of a constrained nonlinear multivariable function.
 Click to expand the section below corresponding to your task.
Problem Setup and Results
 ▶ Solver and Algorithm
 ▶ Problem
 ▶ Constraints
 ▶ Run solver and view results
Options
 ▶ Stopping criteria
 ▶ Function value check
 ▶ User-supplied derivatives
 ▶ Approximated derivatives
 ▶ Algorithm settings
 ▶ Plot functions
 ▶ Output function
 ▶ Display to command window
Suggested Next Steps
 • Overview of Next Steps
 • When the Solver Fails
 • When the Solver Might Have Succeeded
 • When the Solver Succeeds
More Information
 ▶ User Guide
 ▶ Function equivalent

GENERATE CODE 이용



```
function [x,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian] = untitled(x0,Aineq,bineq,lb)
%% This is an auto generated MATLAB file from Optimization Tool.

%% Start with the default options
options = optimoptions('fmincon');

%% Modify options setting
options = optimoptions(options,'Display','off');
options = optimoptions(options,'PlotFcn',{ @optimplotx @optimplotfunccount @optimplotfval });
options = optimoptions(options,'Algorithm','sqp');
[x,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian] = ...
fmincon(@(x)x(1)*x(2),x0,Aineq,bineq,[],[],lb,[],@beam_cons,options);
```

→ 일부 상수의 경우 넘어오지 않으므로 수정 필요



```
%% Start with the default options
options = optimoptions('fmincon');

%% Modify options setting
options = optimoptions(options,'Display','off');
options = optimoptions(options,'PlotFcn',{ @optimplotx @optimplotfunccount @optimplotfval });
options = optimoptions(options,'Algorithm','sqp');
[x,fval,exitflag,output] = ...
fmincon(@(x)x(1)*x(2),[1 1],[-2 1],[0],[0 0],[0 0],[0 0],[0 0],@beam_cons,options)
```

MATLAB 최적화 결과값의 의미

```
>> untitled
```

```
x =
```

```
335.4102 335.4102
```

```
fval =
```

```
1.1250e+05
```

```
exitflag =
```

```
1
```

```
output =
```

다음 필드를 포함한 [struct](#):

```
iterations: 19
funcCount: 60
algorithm: 'sqp'
message: 'Local minimum found that satisfies the constraints....'
constrviolation: 2.4825e-13
stepsize: 9.9144e-05
lssteplength: 1
firstorderopt: 3.1236e-06
```

All algorithms:

- 1 First order optimality conditions satisfied.
- 0 Too many function evaluations or iterations.
- 1 Stopped by output/plot function.
- 2 No feasible point found.

Trust-region-reflective, interior-point, and sqp:

- 2 Change in X too small.

Trust-region-reflective:

- 3 Change in objective function too small.

Active-set only:

- 4 Computed search direction too small.
- 5 Predicted change in objective function too small.

Interior-point and sqp:

- 3 Problem seems unbounded.

MATLAB 코드

최적화를 실행하는
메인 스크립트

```
%% Start with the default options
options = optimoptions('fmincon');

%% Modify options setting
options = optimoptions(options,'Display','final-detailed');
options = optimoptions(options,'Algorithm','sqp'); %
x0 = [500 500]; % Start point
[x,fval,exitflag,output] = ...
fmincon(@(x) x(1)*x(2),x0,[-2 1],[0],[0],[0 0],[0 0],@beam_cons,options)
```

function [c ceq]=beam_cons(x)

```
M = 4e7; % Nmm
V = 15e4; % N
sig_a = 10; %N/mm^2
tau_a = 2; %N/mm^2

b = x(1);
d = x(2);

c(1) = 6*M/b/d^2-sig_a; %g1
c(2) = 3*V/2/b/d-tau_a; %g2
ceq=[];
```

x: design variables
c: inequality constraint
ceq: equality constraint

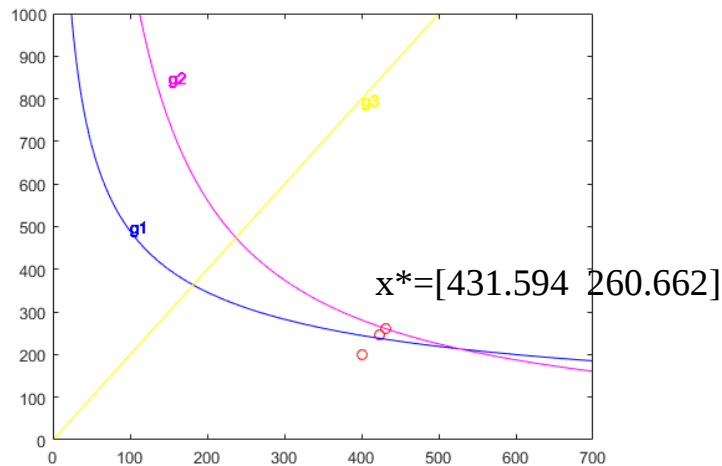
%% Plot

```
[bb,dd]=meshgrid(0:700,0:1000);
c1 = 6*M./bb./(dd.^2)-sig_a;
c2 = 3*V/2./bb./dd-tau_a;
c3 = dd-2*bb;
contour(bb,dd,c1,[0 0],'b');text(100,500,'g1','color','b');drawnow;
hold on
contour(bb,dd,c2,[0 0],'m');text(150,850,'g2','color','m');drawnow;
hold on
contour(bb,dd,c3,[0 0],'y');text(400,800,'g3','color','y');drawnow;
hold on
plot(x(1),x(2),'o','color','r');drawnow;
```

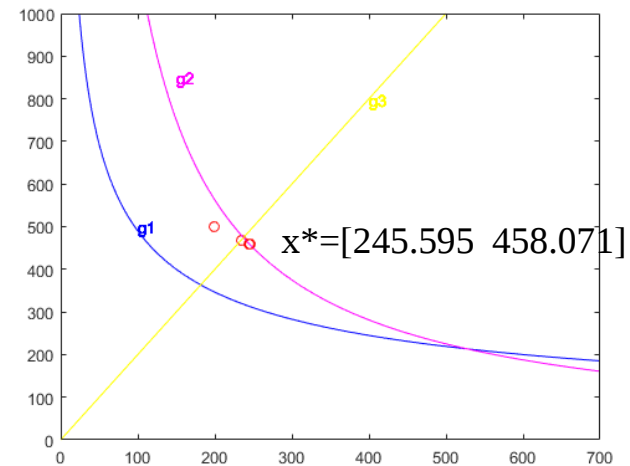
파라미터 및 제한조건의
계산이 포함된
함수 스크립트

최적화 결과

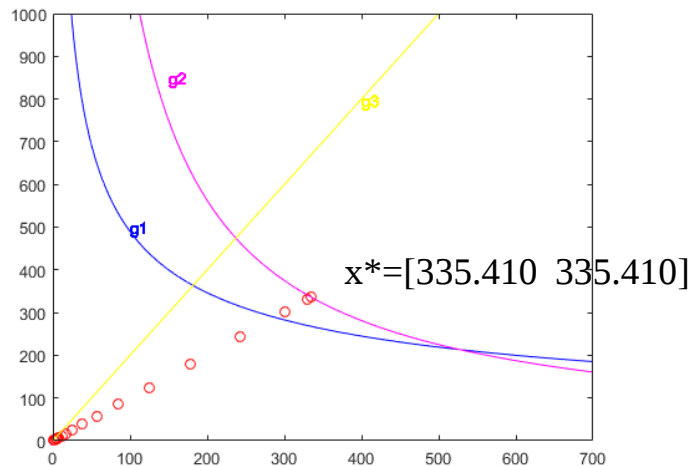
$x_0 = [400 \ 200]$, $f = 112500$



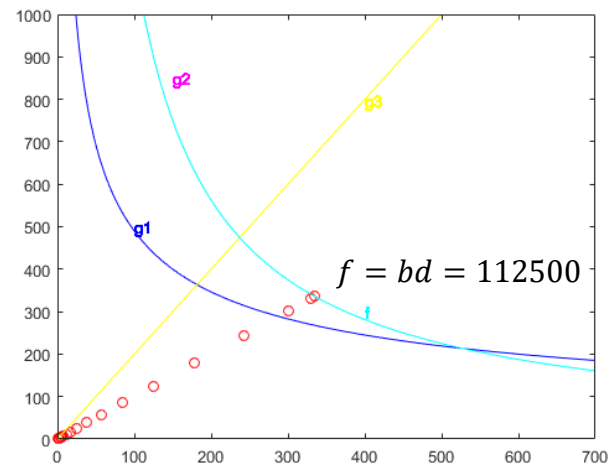
$x_0 = [200 \ 500]$, $f = 112500$



$x_0 = [1 \ 1]$, $f = 112500$



최종 수렴 위치에 대한 목적함수 그래프

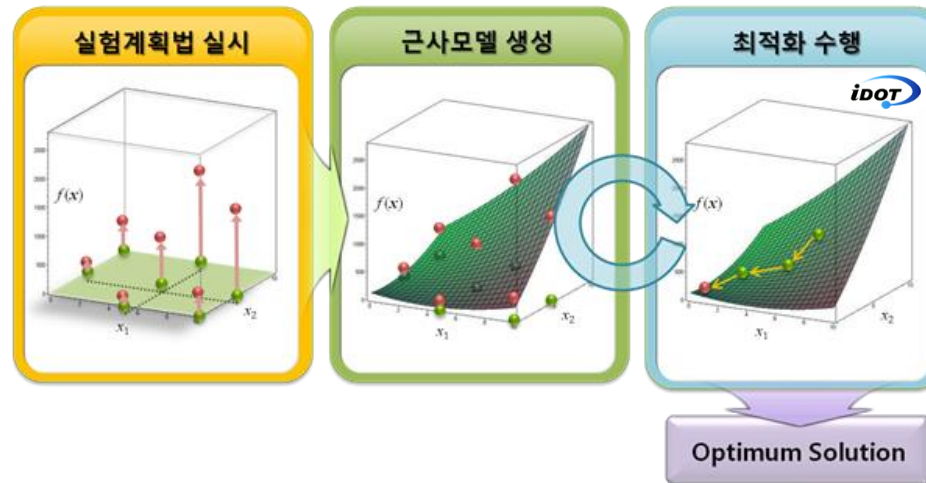


목적함수 그래프가 g_2 함수와 같아짐
→ 최적값을 갖는 결과가 다수 존재함

5 BAR TRUSS STRUCTURE (VOLUME MINIMIZATION PROBLEM) 로드 요소

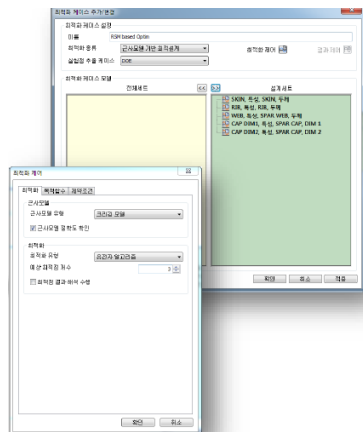
근사모델을 이용한 최적설계

- 해석된 데이터를 바탕으로 근사의 수학 모델을 만들어 최적화를 수행
- 설계자가 정한 시간 내에 적절한 설계안 도출 가능 → 실제 산업현장에서 많이 사용

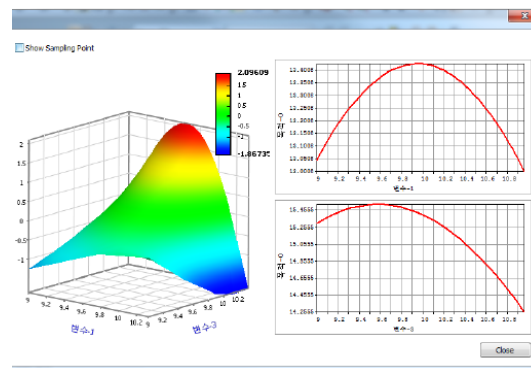


- NFX의 경우 근사모델 기반 최적화만 지원하고 있음

실험계획법 실시



근사모델 생성

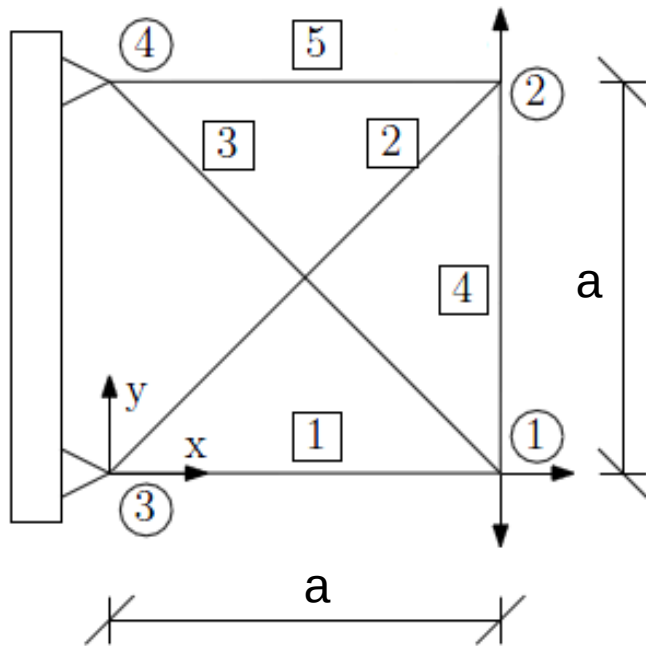


최적화 수행

The screenshot shows the NFX software interface for the Optimization step. It displays a table of optimization results, including the objective function value, constraints, and design variables.

설계변수 이름	초기값	최소값	최대값	현재값	상계한 1	상계한 2	상계한 3	사용자 상계한
X								
SPR	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
PRD	0.04	0.01	0.05	0.049	0.05	0.05	0.05	0.04
WLB	0.04	0.036	0.044	0.038	0.036	0.038	0.038	0.038
CAP-LBR1	0.2	0.18	0.22	0.19	0.18	0.19	0.19	0.2
CAP-CM2	0.1	0.09	0.11	0.099	0.09	0.099	0.099	0.099
목적함수 (대역폭)								
목적함수 (대역폭)	0			0.04	0.02	0.02	0.02	0.04
목적함수 (대역폭)	0			0	0	0	0	0
목적함수 (대역폭)	1.0e+002			1.0e+002	1.0e+002	1.0e+002	1.0e+002	1.0e+002
목적함수 (대역폭)	0.003			0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
목적함수 (대역폭)	22			22	22	22	22	22

예제: 5 BAR STRUCTURE



Material : aluminum

탄성계수 : $6.895E4 \text{ N/mm}^2$

프와송비 : 0.3

질량밀도 : $2.77E-6 \text{ kg/mm}^3$

$a = 254 \text{ mm}$

$F_{1x} = 22.241 \text{ kN}$, $F_{1y} = -13.344 \text{ kN}$

$F_{2y} = 4.448 \text{ kN}$

문제정식화

설계변수 : 각 부재의 단면적

설계목적 : 부피 최소화

설계제약조건

부재 최대응력 413.684 MPa 이하

절점 최대변위(x,y방향) 1.524 mm 이하

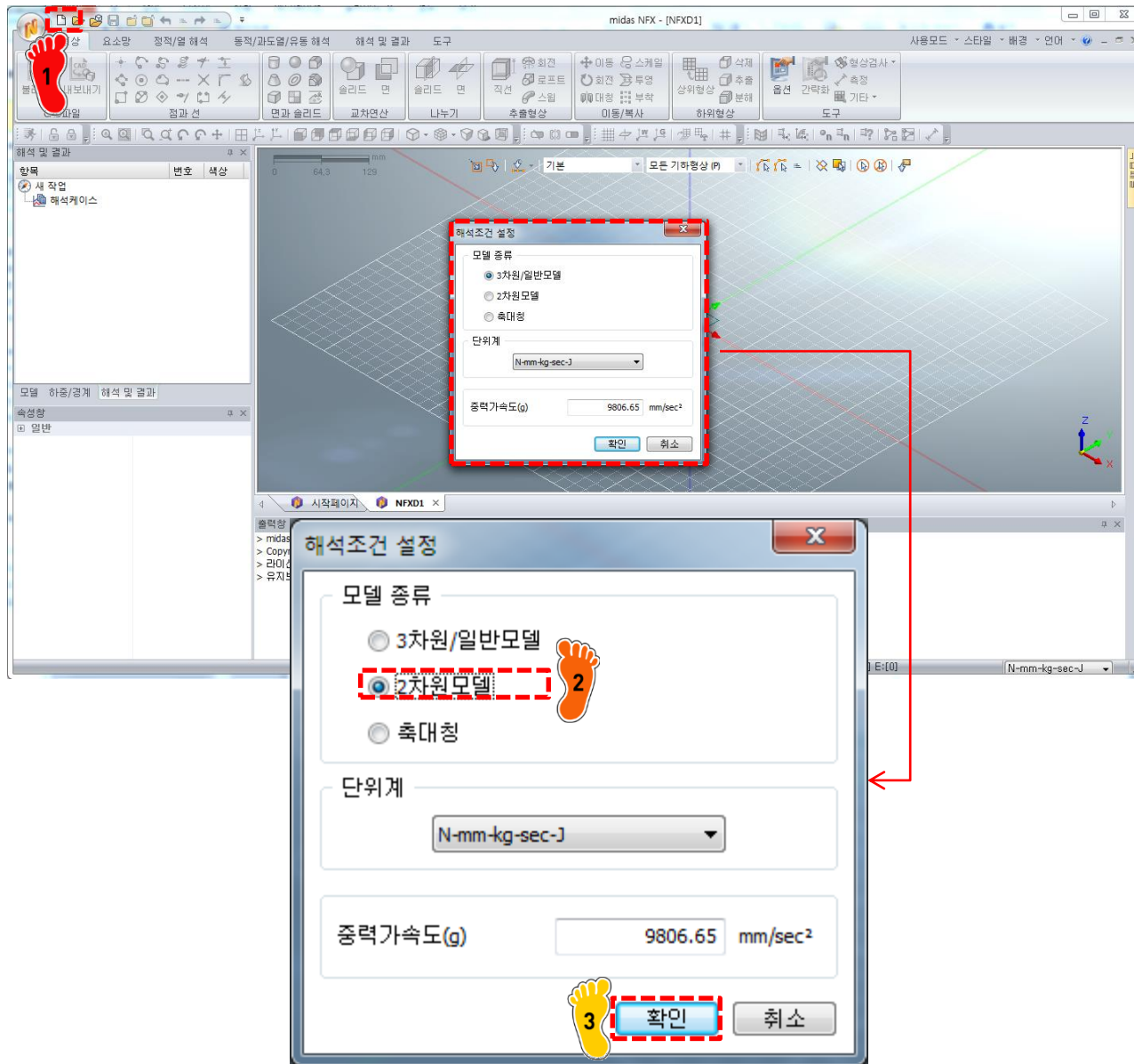
$6.4516 \text{ mm}^2 \leq \text{부재 단면적} \leq 64.516 \text{ mm}^2$

Referenced optimum values*

부재 번호	1	2	3	4	5
단면적 [mm ²]	32.26	6.45	30.39	10.77	6.45

* A. Pospisilova and M. Leps, ACTA PLYTECHNICA, 2012

기하형상 생성 (1)

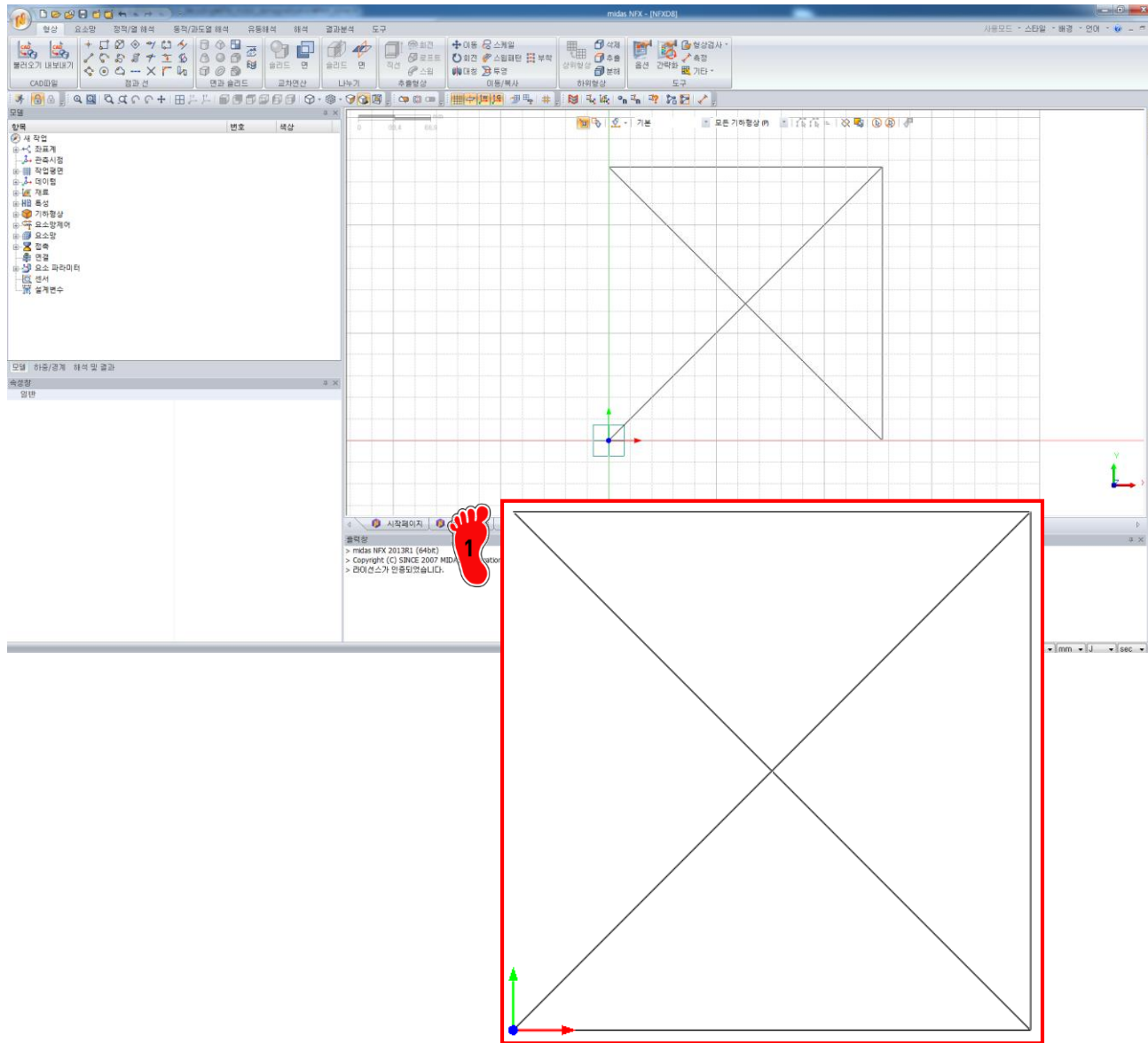


1 새로 만들기 클릭

2 2차원 모델 선택

3 확인

기하형상 생성 (2)



문제에 주어진 5-bar truss
생성

재료 물성 및 특성 입력



문제에 주어진 Aluminum
물성치 입력
(탄성계수 : $6.895 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
프와송비 : 0.3
밀도 : $2.77 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$)

5개의 로드요소 특성 생성
(초기 단면적 : 20 mm^2)

1차원 특성 생성/변경

로드 바 파이프 1D 그리기전용

번호 1 이름 Bar1 색상

재료 1: Aluminum

단면적 20 mm²

비틀림상수 0 mm⁴

비틀림응력계수 0 mm

길이당 비구조질량 0 kg/mm

단면형상... 없음

확인 취소 적용

특성 추가/수정

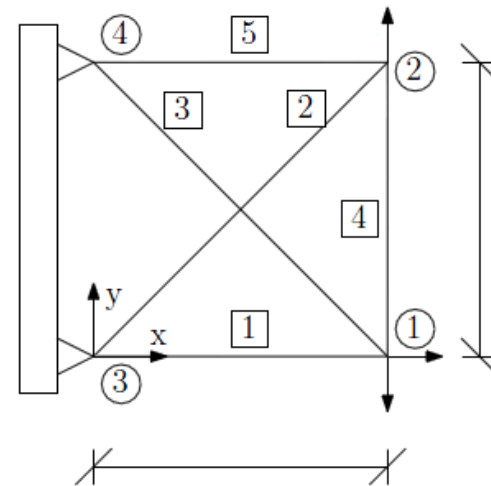
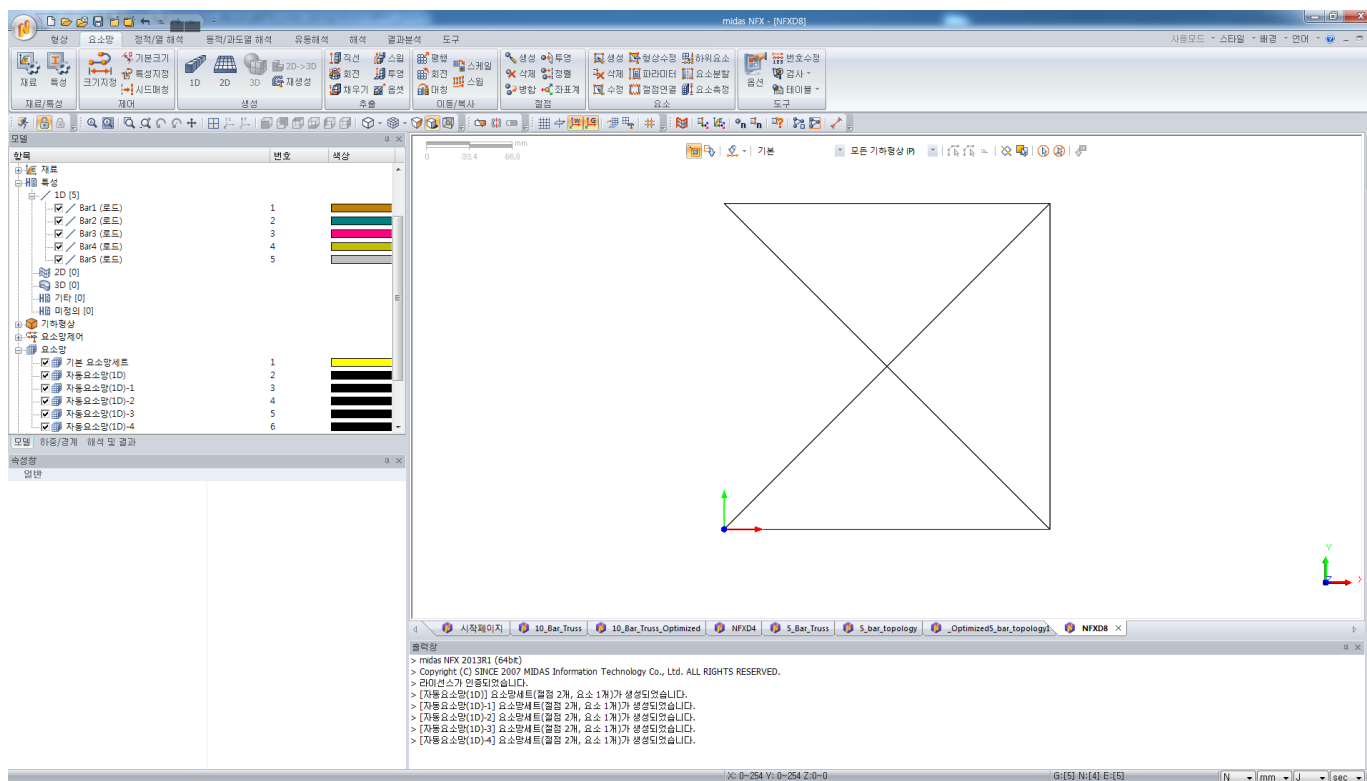
번호	이름	종류	하위종류	생성
1	Bar1	1D	로드	수정...
2	Bar2	1D	로드	복사
3	Bar3	1D	로드	삭제
4	Bar4	1D	로드	불러오기...
5	Bar5	1D	로드	

닫기

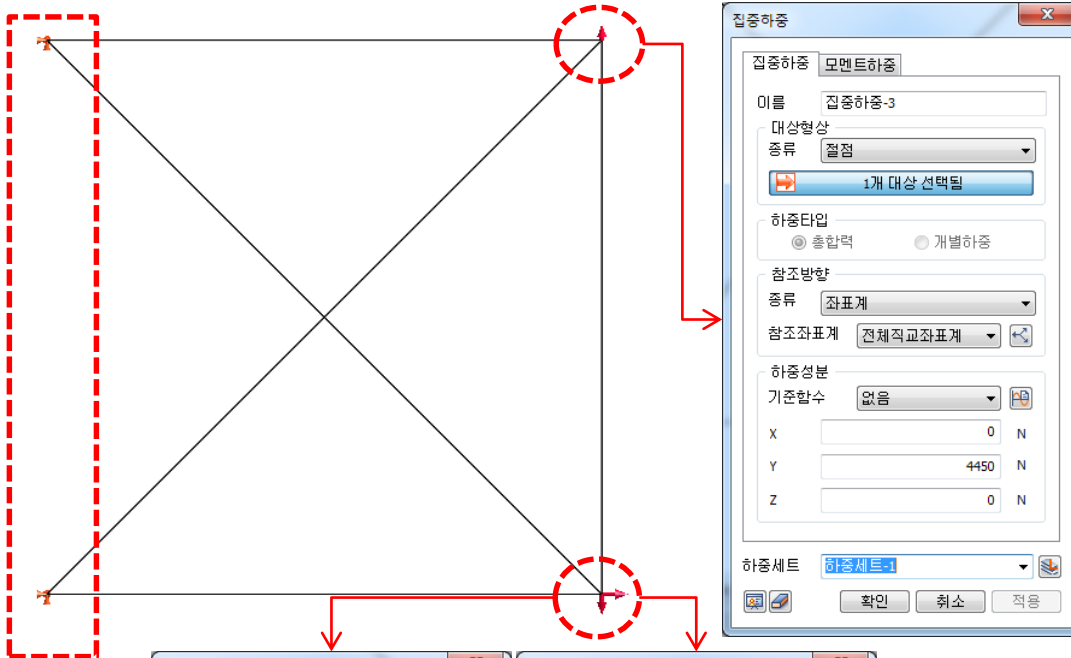
요소망 생성



분할수 1인 1D 요소 5개 생성



구속조건 및 하중조건 설정



1 핀구속

2 문제에 주어진 하중 입력

집중하중 모멘트하중

이름: 집중하중-1

대상형상: 점점

종류: 점점

1개 대상 선택됨

하중타입: ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향: 종류: 좌표계

참조좌표계: 전체직교좌표계

하중성분: 기준함수: 없음

X	22250	N
Y	0	N
Z	0	N

하중세트: 하중세트-1

확인 취소 적용

집중하중 모멘트하중

이름: 집중하중-2

대상형상: 점점

종류: 점점

1개 대상 선택됨

하중타입: ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향: 종류: 좌표계

참조좌표계: 전체직교좌표계

하중성분: 기준함수: 없음

X	0	N
Y	-13350	N
Z	0	N

하중세트: 하중세트-1

확인 취소 적용

집중하중 모멘트하중

이름: 집중하중-3

대상형상: 점점

종류: 점점

1개 대상 선택됨

하중타입: ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향: 종류: 좌표계

참조좌표계: 전체직교좌표계

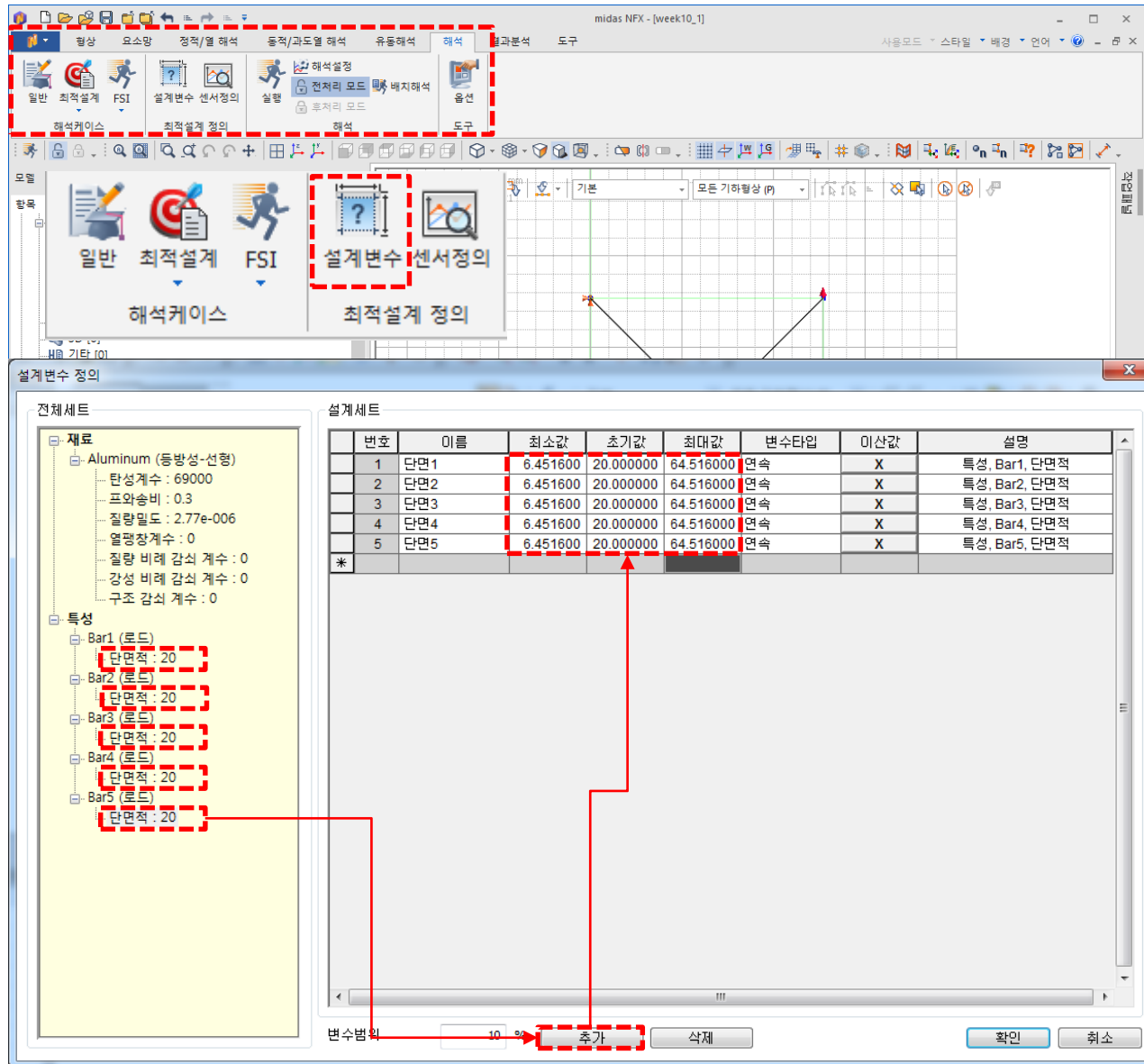
하중성분: 기준함수: 없음

X	0	N
Y	4450	N
Z	0	N

하중세트: 하중세트-1

확인 취소 적용

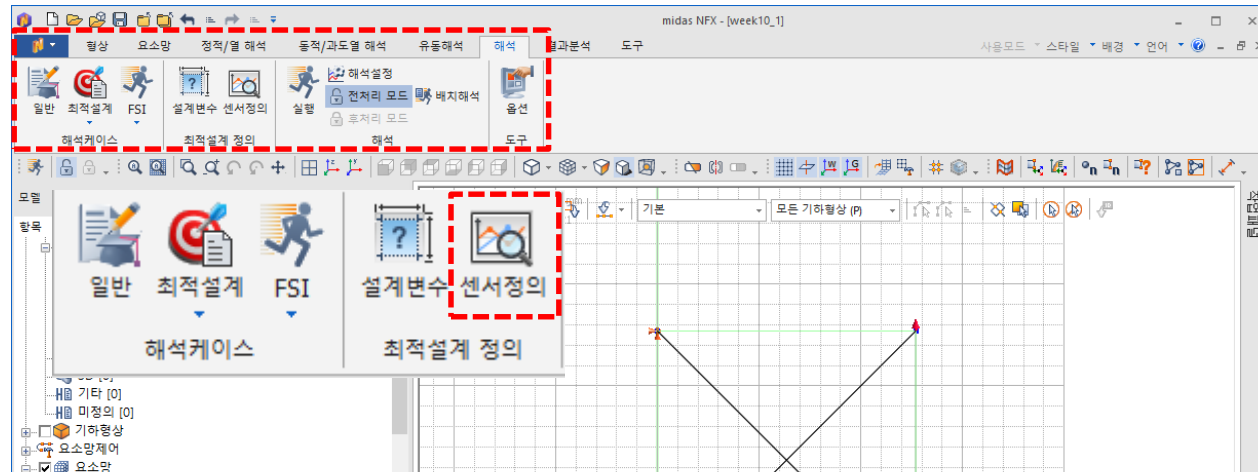
설계변수 설정



1 해석 탭 메뉴에서 설계변수 클릭

2 5개 부재의 단면적 설정 후, 최소값 (6.4516 mm²)과 최대값 (64.516 mm²) 설정

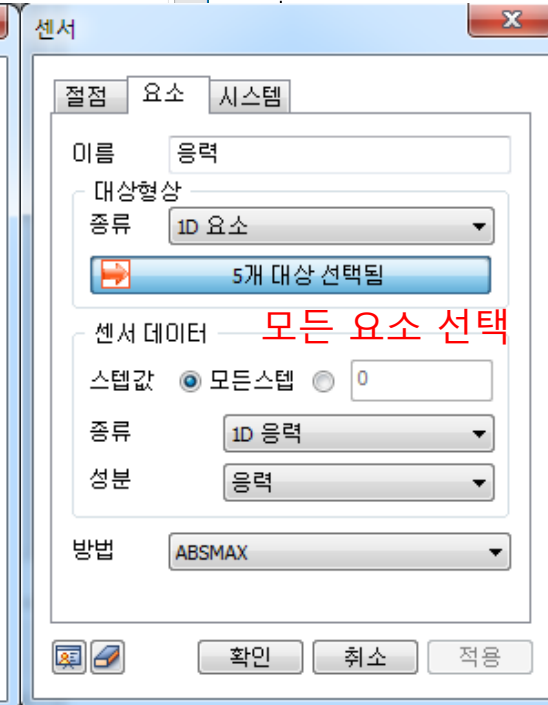
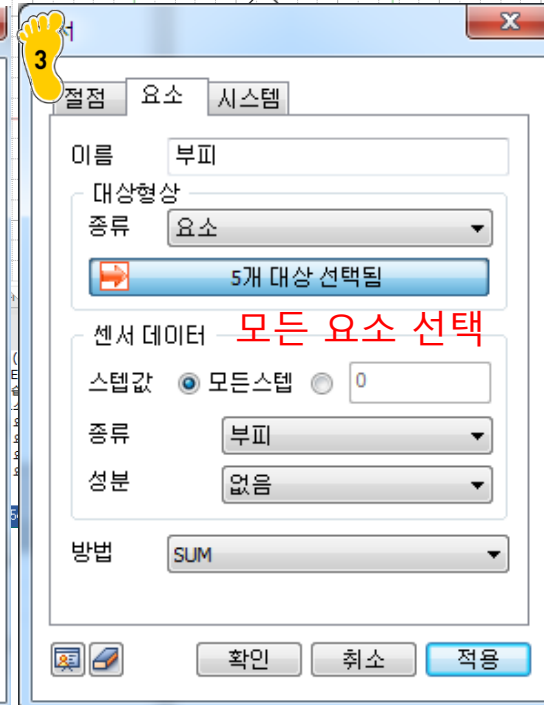
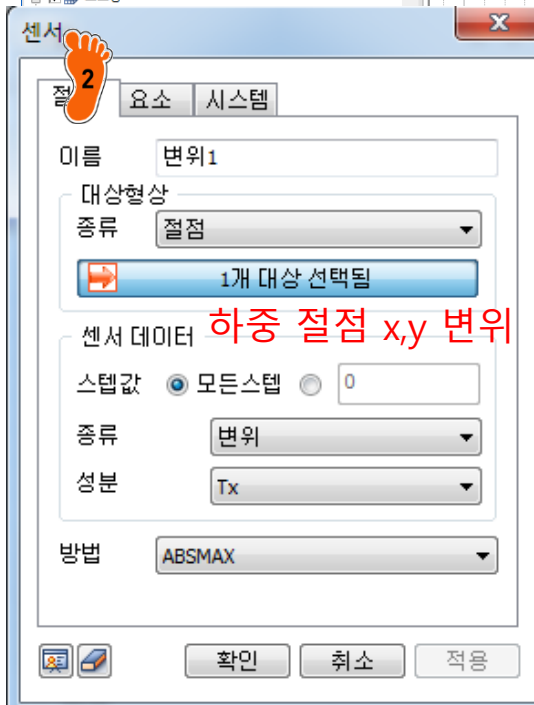
센서 설정



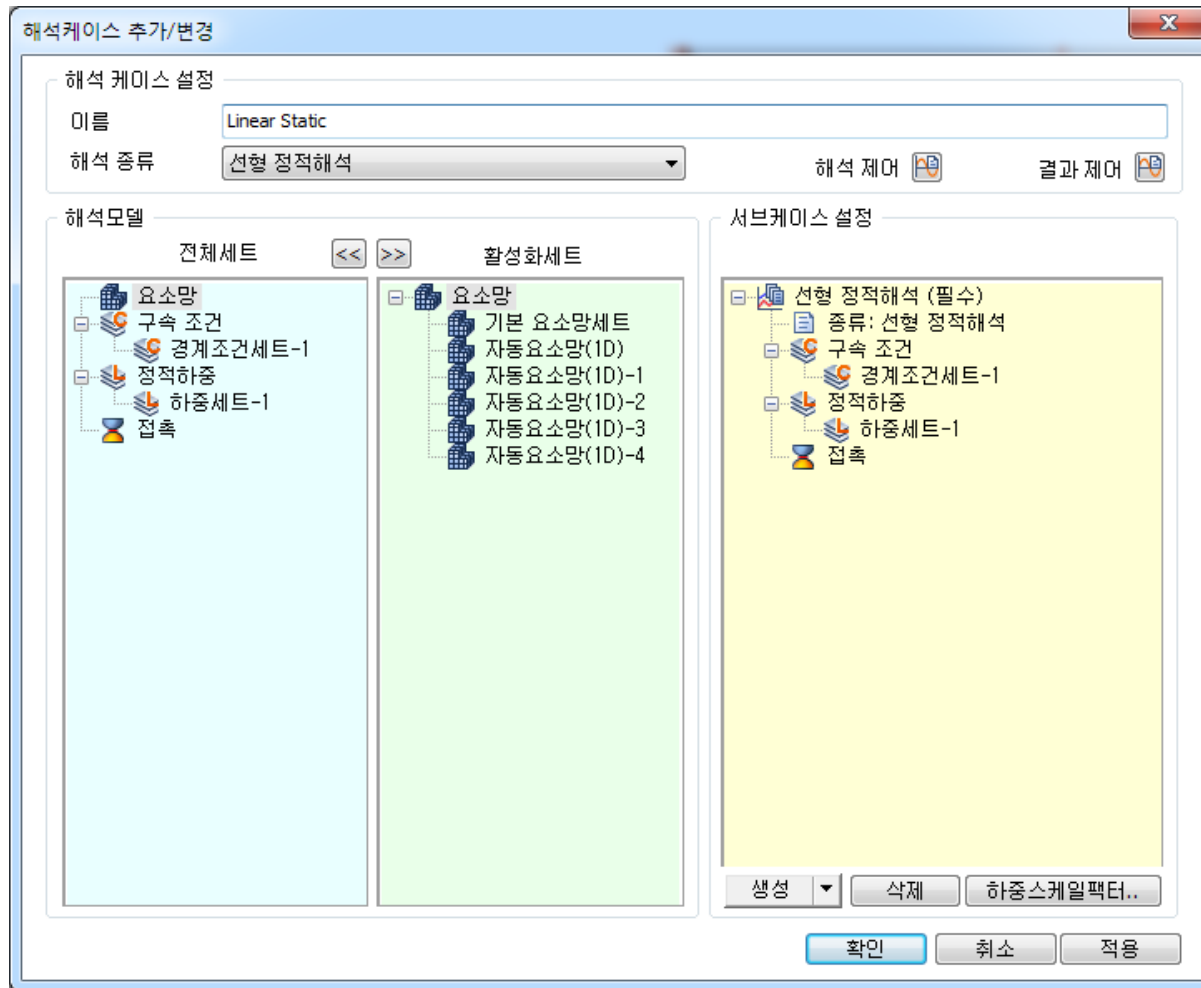
1 해석 탭 메뉴에서 센서정의 클릭

2 조인트 1, 2에 대한 절점 변위 센서 설정 (Tx, Ty): 4개

3 전체 요소에 대한 부피, 1D 응력 센서 정의



해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (1)



1 해석 케이스
'선형 정적해석' 선택

2 모델 검증을 위해 선형 해석
수행

해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (2)

1. 해석 메뉴에서 '최적설계' → '실험점 추출' 선택

2. 정의한 설계변수를 실험 세트트로 이동

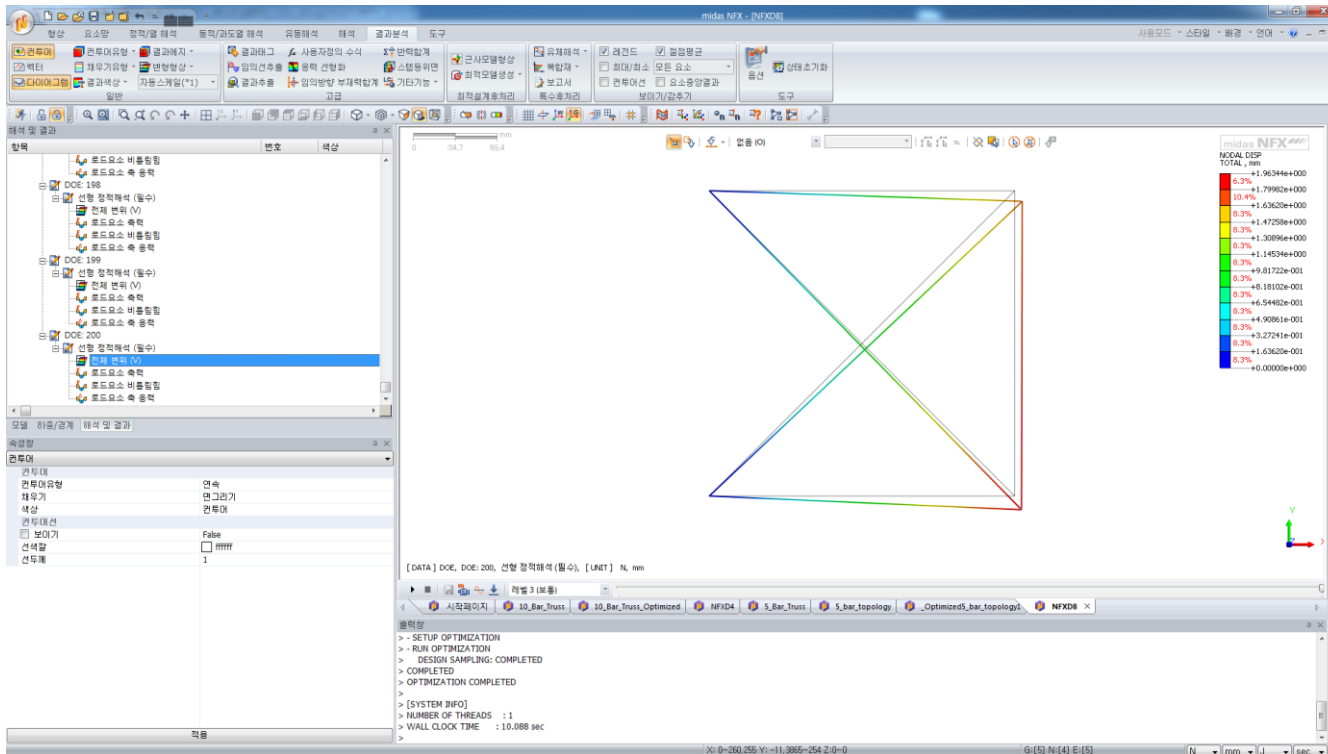
3. 최적화 제어 탭 클릭 후, 센서 6개에 대한 설계응답 설정

4. 실험 테이블 탭 클릭 후, 라틴방격계획법 실험점 200개 설정하여 실험 테이블 생성

해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (3)

1 실험점을 추출하기 위한 해석 수행

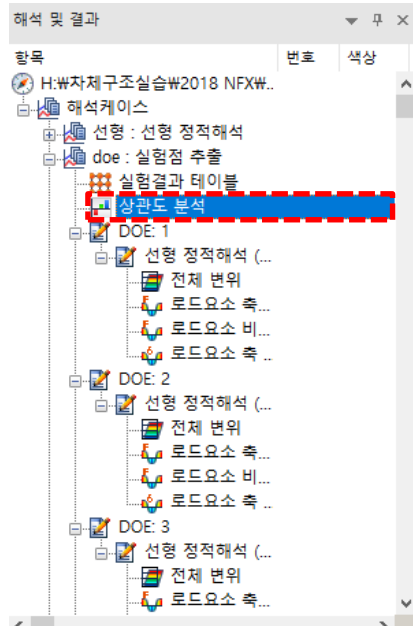
2 실험결과 테이블에서 응답이 제대로 계산되었는지 확인



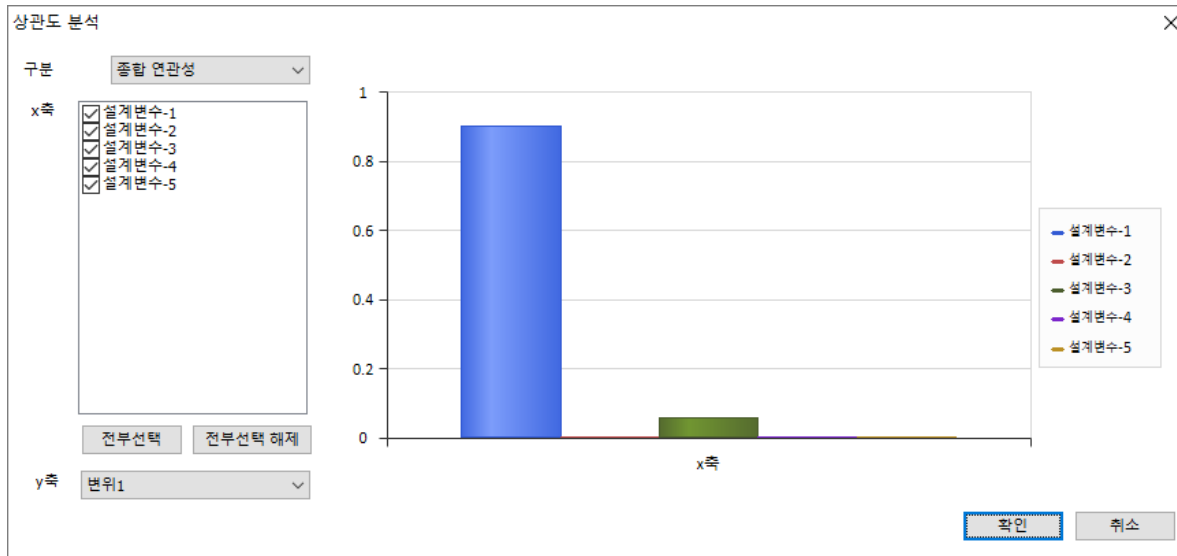
doe : 실험점 추출
실험결과 테이블
상관도 분석

번호	유형	설계변수-1 (mm ²)	설계변수-2 (mm ²)	설계변수-3 (mm ²)	설계변수-4 (mm ²)	설계변수-5 (mm ²)	부피 (mm ³)	응력 (N/mm ²)	변위1 (mm)	변위2 (mm)	변위3 (mm)	변위4 (mm)
1	LHD	6.490322e+000	4.268126e+001	5.284460e+001	3.285725e+001	2.099850e+001	4.964177e+004	1.305637e+003	4.809742e+000	2.093510e+000	8.554105e-001	2.045749e+000
2	LHD	6.894754e+000	2.347242e+001	1.932910e+001	1.921075e+001	2.918223e+001	2.941783e+004	1.684265e+003	6.204543e+000	4.703975e-001	2.193224e-001	9.905606e-001
3	LHD	7.269663e+000	1.708783e+001	1.788019e+001	8.216732e+000	4.081539e+001	2.686152e+004	1.616725e+003	5.955738e+000	1.612227e-001	1.441345e-001	1.117891e+000
4	LHD	7.610323e+000	5.477322e+001	1.659425e+001	5.602474e+001	3.949800e+001	5.183173e+004	1.649297e+003	6.075728e+000	1.379264e-002	7.445596e-002	2.263187e-001
5	LHD	7.751057e+000	1.312848e+001	5.572625e+001	4.106927e+001	5.734250e+001	5.169868e+004	1.315235e+003	4.845100e+000	2.591009e+000	2.027199e-001	2.707120e+000
6	LHD	8.047524e+000	1.113309e+001	4.604406e+001	1.106169e+001	1.574411e+001	2.939136e+004	1.341897e+003	4.943318e+000	2.352027e+000	5.968990e-001	2.984425e+000
7	LHD	8.211549e+000	4.093937e+001	1.205144e+001	2.459649e+001	2.364005e+001	3.337266e+004	1.693320e+003	6.237900e+000	9.772152e-001	8.645104e-002	2.276470e-001

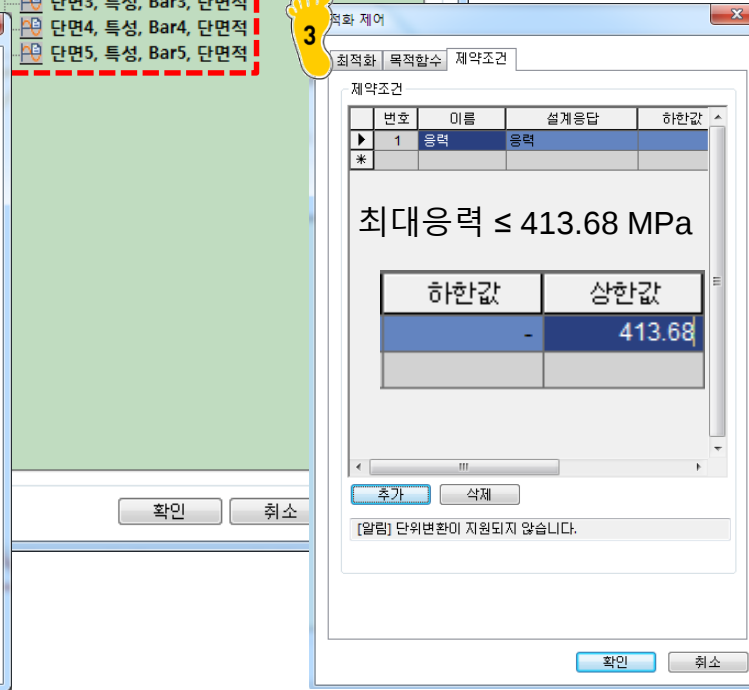
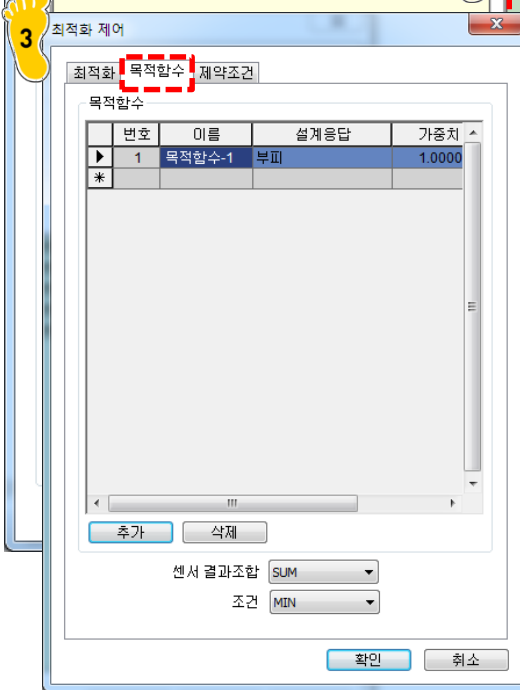
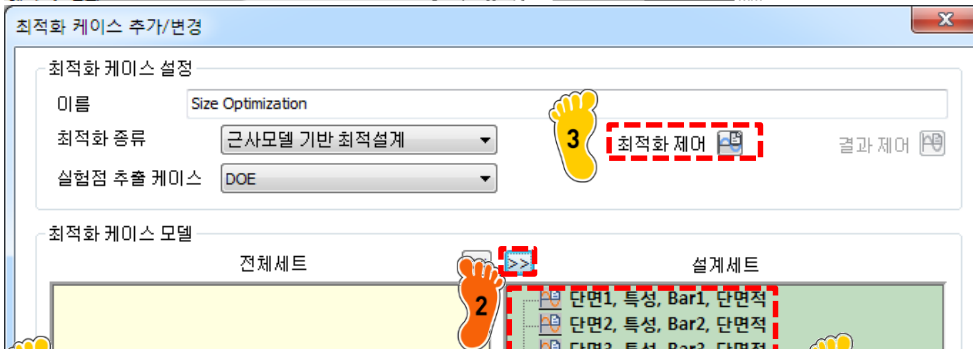
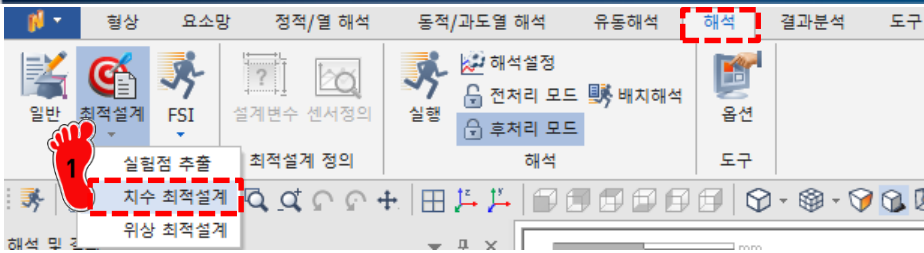
해석 케이스 정의 및 실험점 추출 (4)



실험점 추출 후 변수의 응답
에 대한 상관성 파악 가능



치수 최적화 설정: 응력 제약조건



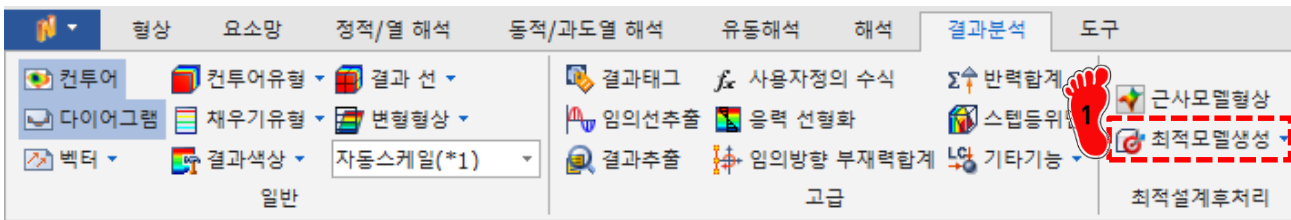
1 최적설계 탭에서 치수최적설계 메뉴 선택

2 설정한 설계변수를 설계 세트스로 이동

3 최적화 제어 탭 클릭 후, 문제에 정의된 목적 함수와 제약조건 설정

최적화 수행

치수 최적화 결과 확인: 응력 제약조건



1 결과분석 탭에서 '최적모델 생성' → 치수최적화 선택

2 제시된 3개의 최적 설계안과 해석값 확인

3개의 최적 설계안을 이용하여 사용자 설계안 도출 및 해석값 확인

3 '확인'을 누르면 최적값을 기반으로 해석 모델 생성

2 단계 모델생성
최적설계 결과 요약

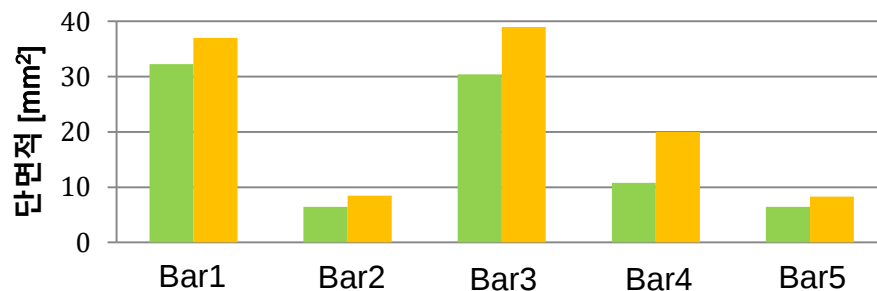
최적화 케이스 50

설계변수 이름	초기값	최소값	최대값	설계안 1	설계안 2	설계안 3	사용자 설계안
입 력							
단면1	20	6.5	65	43	43	44	43
단면2	20	6.5	65	8.3	7.5	6.8	8.3
단면3	20	6.5	65	37	34	33	37
단면4	20	6.5	65	19	22	21	19
단면5	20	6.5	65	11	6.7	8.5	11
출 력 (예상값 / 해석값)							
목적함수 변화율 (%)	0			18	12	12	
제약조건 최대위배율 (%)	84			0	0	0	
목적함수-1	3e+004			3.5e+004	3.3e+004	3.3e+004	
응력	7.6e+002		4.1e+002	3.9e+002	4.1e+002	4.1e+002	

사용자 설계안 확인 예상값 확인 해석값 확인

모델생성 대상 사용자 설계안 모델파일 경로 week10_1_Optimized.nfx ...

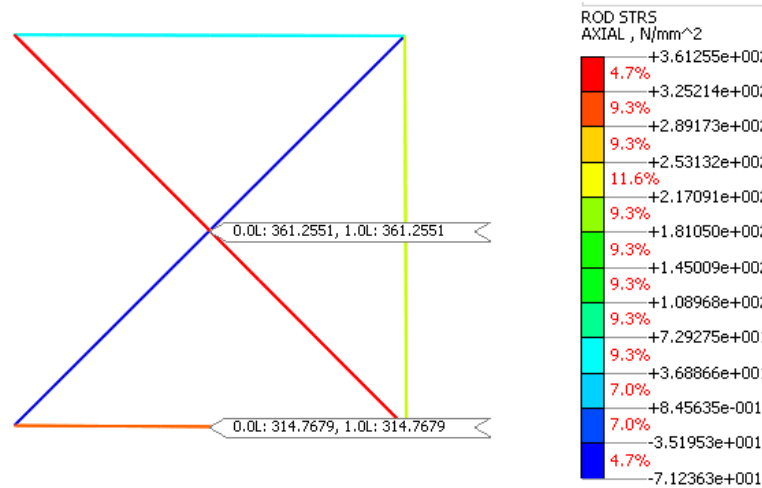
확인 취소



■ : Reference (vol = 2.6e4 mm²)
 ■ : NFX (vol = 3.3e4 mm²)

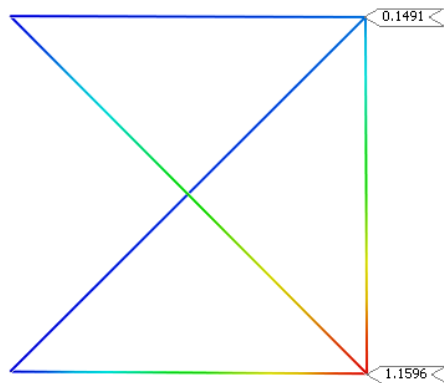
후처리: 응력 제약조건

응력 결과

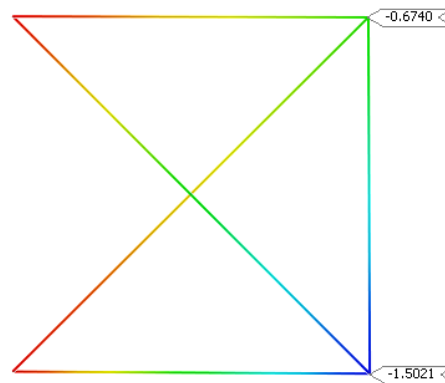


변위 결과

x 방향 변위



y 방향 변위



최적화 결과를 설계 모델에 반영하여 해석 수행 가능

변위 제약조건을 부여하지 않음에도 절점 1,2의 변위를 모두 만족함

치수 최적화 설정: 변위 제약조건

최적화 케이스 추가/변경

최적화 케이스 설정

이름: Size Optimization

최적화 종류: 근사모델 기반 최적설계

실험점 추출 케이스: DOE

최적화 케이스 모델

전체세트 << >> 설계세트

단면1, 특성, Bar1, 단면적
단면2, 특성, Bar2, 단면적
단면3, 특성, Bar3, 단면적
단면4, 특성, Bar4, 단면적
단면5, 특성, Bar5, 단면적

최적화 제어

최적화 목적함수 제약조건

목적함수

번호	이름	설계응답	가중치
1	목적함수-1	부피	1.0000

추가 삭제

센서 결과조합 SUM

조건 MIN

확인 취소

최적화 제어

최적화 목적함수 제약조건

제약조건

번호	이름	설계응답	하한값
1	변위1	변위1	
2	변위2	변위2	
3	변위3	변위3	
4	변위4	변위4	

최대변위 ≤ 1.524 mm

추가 삭제

[알림] 단위변환이 지원되지 않습니다.

확인 취소

- 1 최적설계 탭에서 치수최적설계 메뉴 선택
- 2 설정한 설계변수를 설계 세트로 이동
- 3 최적화 제어 탭 클릭 후, 문제에 정의된 목적 함수와 제약조건 설정

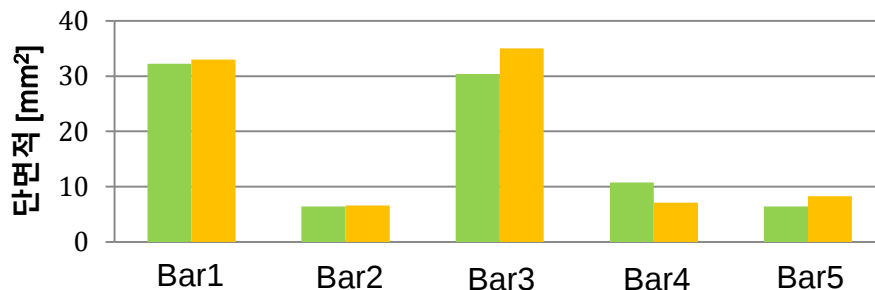
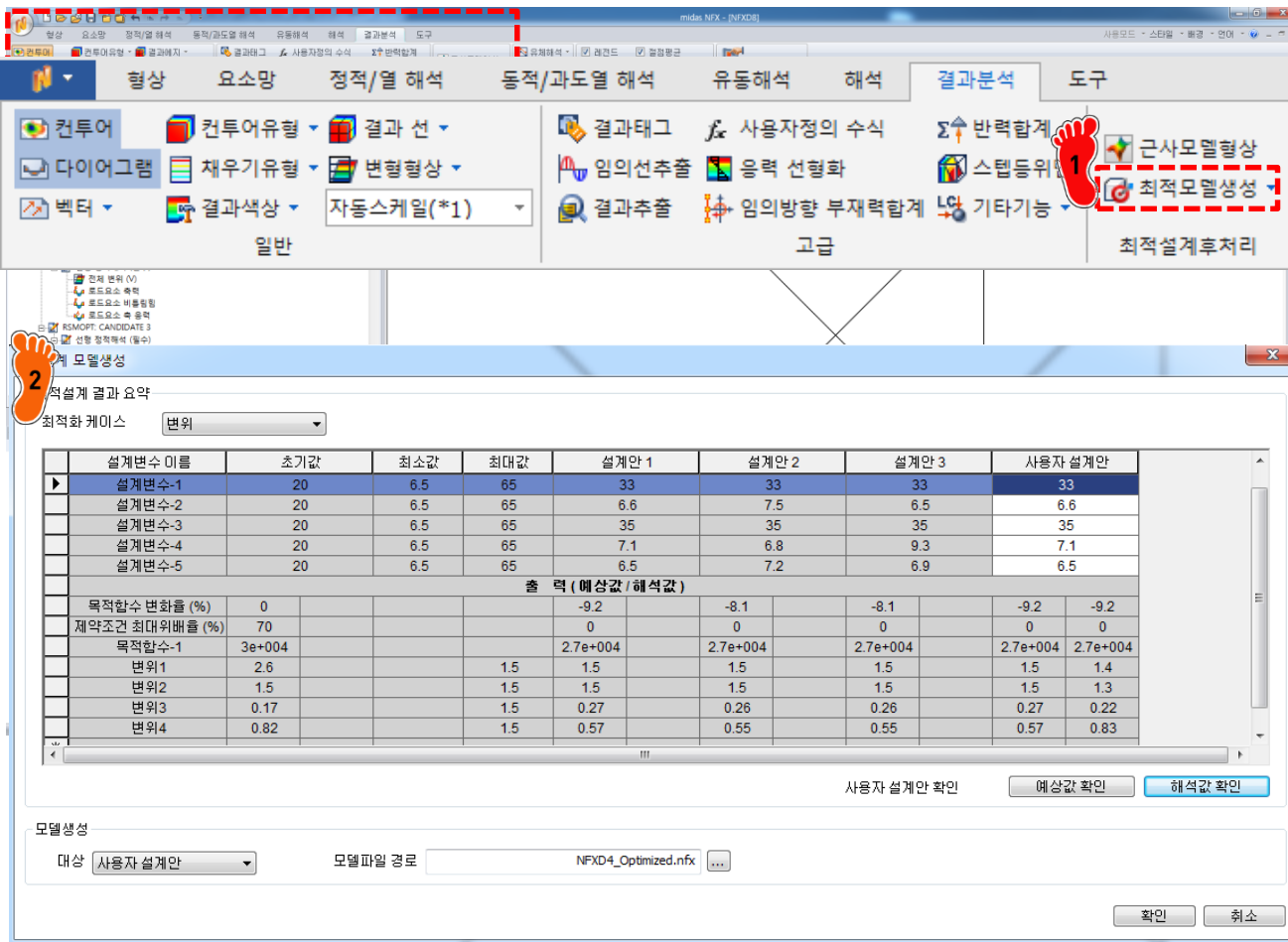
치수 최적화 결과 확인: 변위 제약조건

1 결과분석 탭에서 '최적모델 생성' → 치수최적화 선택

2 제시된 3개의 최적 설계안과 해석값 확인

3개의 최적 설계안을 이용하여 사용자 설계안 도출 및 해석값 확인

'확인'을 누르면 최적값을 기반으로 해석 모델 생성

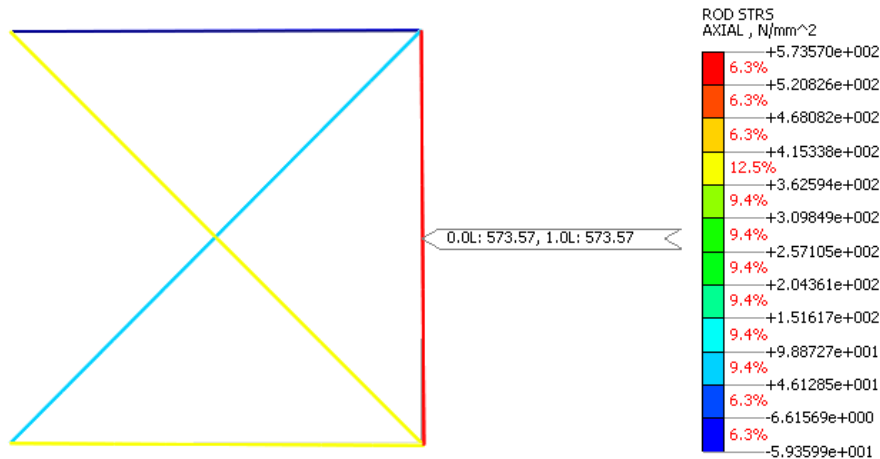


■ : Reference (vol = 2.6e4 mm³)

■ : NFX (vol = 2.7e4 mm³)

후처리: 변위 제약조건

응력 결과

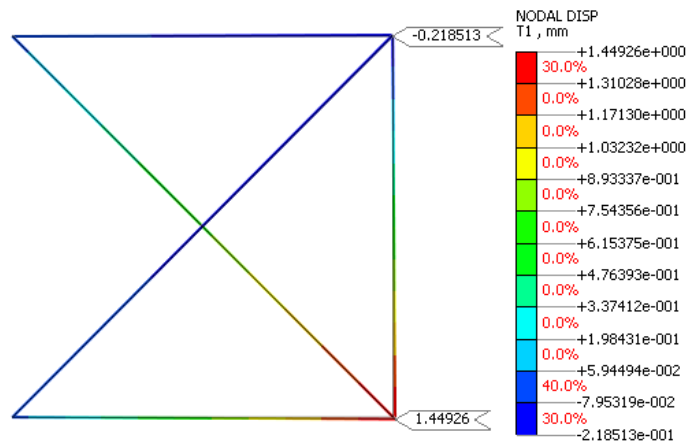


최적화 결과를 설계 모델에 반영하여 해석 수행 가능

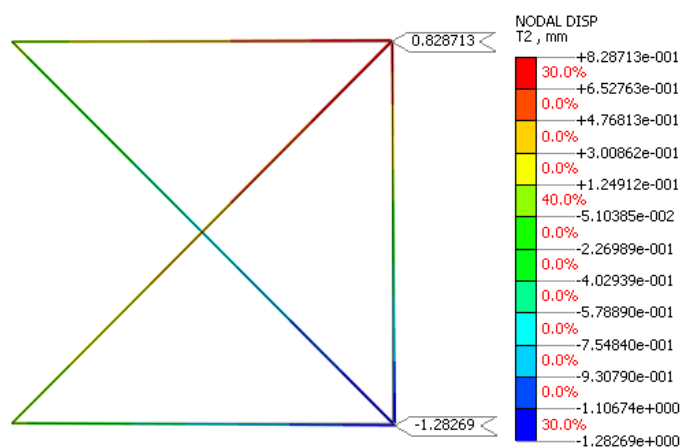
변위조건은 모두 만족하나
응력조건을 위반한 결과가
나타남 (>413 MPa)

변위 결과

x 방향 변위



y 방향 변위



치수 최적화 설정: 응력 & 변위

최적화 케이스 추가/변경

최적화 케이스 설정

이름: Size Optimization

최적화 종류: 근사모델 기반 최적설계

실험점 추출 케이스: DOE

최적화 케이스 모델

전체세트 << >> 설계세트

단면1, 특성, Bar1, 단면적
단면2, 특성, Bar2, 단면적
단면3, 특성, Bar3, 단면적
단면4, 특성, Bar4, 단면적
단면5, 특성, Bar5, 단면적

최적화 제어

최적화 목적함수 제약조건

목적함수

번호	이름	설계응답	가중치
1	목적함수-1	부피	1.0000

추가 삭제

센서 결과조합 SUM

조건 MIN

확인 취소

최적화 제어

최적화 목적함수 제약조건

제약조건

번호	이름	설계응답	하한값
1	응력	응력	
2	변위1	변위1	
3	변위2	변위2	
4	변위3	변위3	
5	변위4	변위4	

추가 삭제

최대응력 ≤ 413.68 MPa
최대변위 ≤ 1.524 mm

[알림] 단위변환이 지원되지 않습니다.

확인 취소

- 1 최적설계 탭에서 치수최적설계 메뉴 선택
- 2 설정한 설계변수를 설계 세트로 이동
- 3 최적화 제어 탭 클릭 후, 문제에 정의된 목적 함수와 제약조건 설정

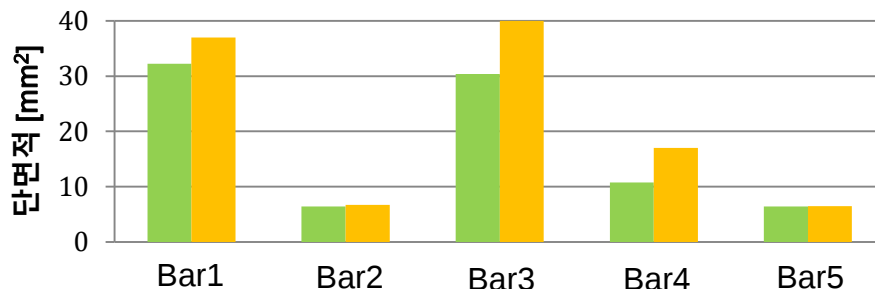
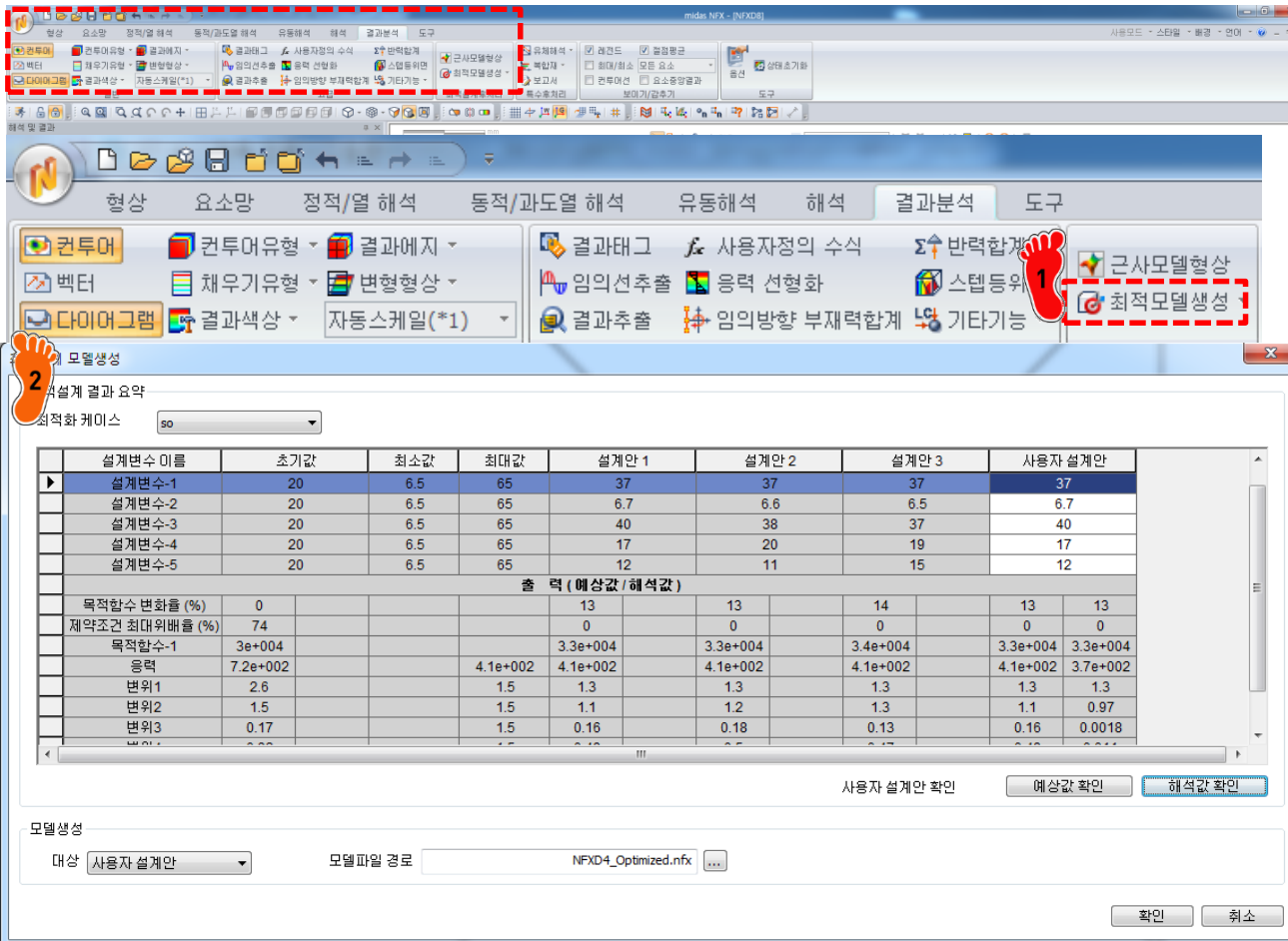
치수 최적화 결과 확인: 응력 & 변위

1 결과분석 탭에서 '최적모델 생성' → 치수최적화 선택

2 제시된 3개의 최적 설계안과 해석값 확인

3개의 최적 설계안을 이용하여 사용자 설계안 도출 및 해석값 확인

'확인'을 누르면 최적값을 기반으로 해석 모델 생성

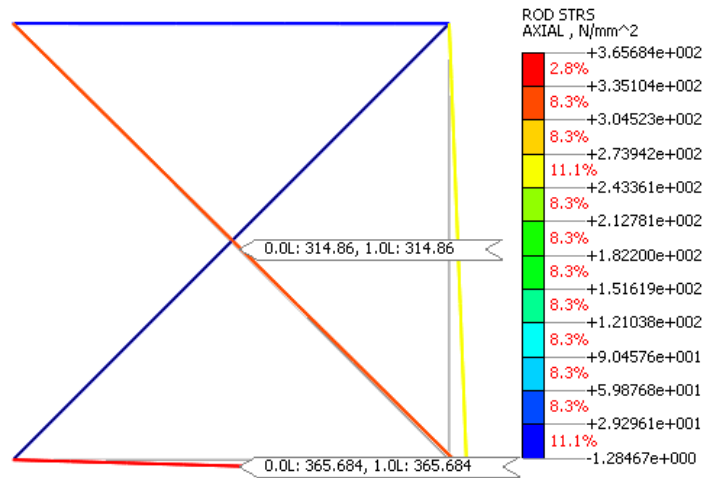


■ : Reference (vol = 2.6e4 mm³)

■ : NFX (vol = 3.3e4 mm³)

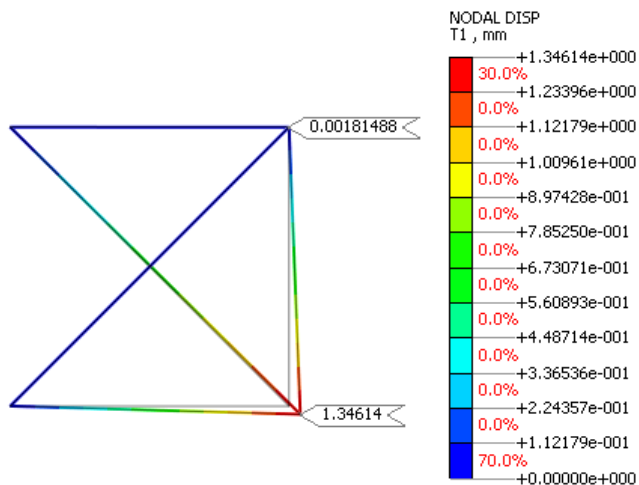
후처리: 응력 & 변위

응력 결과

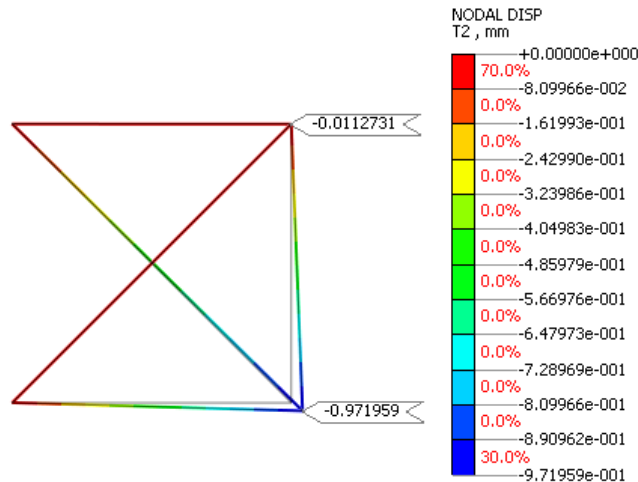


변위 결과

x 방향 변위



y 방향 변위



최적화 결과를 설계 모델에 반영하여 해석 수행 가능

치수 최적화 결과

		최적화 문제			
		참고 문헌	응력 제약	변위 제약	응력 & 변위
부피[mm ³]		2.6e4	3.4e4	2.7e4	3.3e4
최대 응력[MPa]		414.09	360.59	573.57	365.68
변위 [mm]	절점 1,x	1.52	1.33	1.45	1.35
	절점 1,y	-1.52	-1.01	-1.28	-0.97
	절점 2,x	0.001	0.04	-0.22	0.002
	절점 2,y	-0.004	-0.16	0.83	-0.01
변수 [mm ²]	A1	32.26	37	33	37
	A2	6.45	8.5	6.6	6.7
	A3	30.39	39	35	40
	A4	10.77	20	7.1	17
	A5	6.45	8.3	6.5	12

NFX를 이용한 치수 최적화의 경우 참고 문헌의 결과 대비 제약조건에 여유가 있는 상태로 결과가 도출된 것을 알 수 있음

MATLAB을 이용한 최적화: fmincon

• 최적화 세팅

Optimization Tool

Problem Setup and Results **최적화 알고리즘**

Solver: **fmincon - Constrained nonlinear minimization**

Algorithm: **SQP**

Problem

Objective function: **@(x) (x(1)+x(4)+x(5)+x(2)*(sqrt(2))+x(3)*(sqrt(2)))*254*2.77e-6** **목적함수**

Derivatives: **Approximated by solver**

Start point: **rand(5,1)*64.516+0.9+6.4516** **초기 설계값**

Constraints:

Linear inequalities: A: [] b: []

Linear equalities: Aeq: [] beq: []

Bounds: **Lower: 6.4516*ones(5,1) Upper: 64.516*ones(5,1)** **변수의 경계값**

Nonlinear constraint function: **@FiveBar**

Derivatives: **Approximated by solver**

Run solver and view results

Start Pause Stop

Current iteration: 32 Clear Results

options.MaxFunEvals = 500 (the default value).

Optimization running.
Objective function value: 0.0715409861874495
Converged to an infeasible point.

fmincon stopped because the size of the current step is less than the default value of the step size tolerance but constraints are not satisfied to within the default value of the constraint tolerance.

최적화 결과

Final point:

1	2	3	4	5
32.251	6.452	30.484	10.745	6.452

Options

Max function evaluations: **Use default: 100*numberOfVariables**

Specify: 5000

Function tolerance: **Use default: 1e-6**

Specify: 1e-15

Constraint tolerance: **Use default: 1e-6**

Specify: 1e-10

Unboundedness threshold: **Use default: -1e20**

Specify: 0.01

Function value check

☐ Error if user-supplied function returns Inf, NaN or complex

User-supplied derivatives

☐ Validate user-supplied derivatives

Hessian sparsity pattern: **Use default: sparse(ones(numberOfVariables))**

Specify:

Hessian multiply function: **Use default: No multiply function**

Specify:

Approximated derivatives

fmincon Solver

Find a minimum of a cons multivariable function.

Click to expand the section corresponding to your task

Problem Setup and Results

- Solver and Algorithm
- Problem
- Constraints
- Run solver and view results

Options

- Stopping criteria
- Function value check
- User-supplied derivative
- Approximated derivative
- Algorithm settings
- Plot functions
- Output function
- Display to command window

Suggested Next Step

- Overview of Next Steps
- When the Solver Fails
- When the Solver Might Fail
- When the Solver Succeeds

More Information

- User Guide
- Function equivalent

MATLAB을 이용한 최적화: fmincon

		최적화 문제			
		참고 문헌	응력 제약	변위 제약	응력 & 변위
부피[mm ³]		2.6e4	2.6e4	2.5e4	2.6e4
최대 응력[MPa]		414.09	413.68	632.33	414.70
변위 [mm]	절점 1,x	1.52	1.52	1.52	1.52
	절점 1,y	-1.52	-1.52	-1.52	-1.52
	절점 2,x	0.001	3.92e-7	-0.21	-8.30e-6
	절점 2,y	-0.004	-1.50e-6	0.81	3.19e-5
변수 [mm ²]	A1	32.26	32.26	31.37	32.26
	A2	6.45	6.45	6.45	6.45
	A3	30.39	30.41	31.67	30.41
	A4	10.77	10.75	6.45	10.75
	A5	6.45	6.45	6.45	6.45

MATLAB의 fmincon 솔버의 경우 민감도를 이용한 알고리즘을 사용하며 크게 4가지 방법을 사용

본 문제에 적용 가능한 방법은 'Interior point', 'SQP', 'Active set' 3가지이며, 본 문제의 경우 결과에 큰 차이가 없으므로 기본으로 되어 있는 'Interior point'를 이용한 결과 이용함

참고 문헌의 결과와 유사한 결과를 나타냄

응력 제약 문제의 경우 GA 결과와 마찬가지로 변위 제약조건을 고려하지 않음에도 변위 제약조건을 만족하는 것을 알 수 있음

MATLAB을 이용한 최적화: GA

• 최적화 세팅

최적화 알고리즘

Solver: **ga - Genetic Algorithm**

Problem

Fitness function: **@(x) (x(1)+x(4)+x(5)+x(2)*(sqrt(2))+x(3)*(sqrt(2)))*254**

Number of variables: **5**

Constraints:

Linear inequalities: A: **[]** b: **[]**

Linear equalities: Aeq: **[]** beq: **[]**

Bounds: Lower: **6.4516*ones(5,1)** Upper: **64.516*ones(5,1)**

Nonlinear constraint function: **@FiveBar**

Integer variable indices: **[]**

Run solver and view results

☐ Use random states from previous run

Start Pause Stop

Current iteration: **4** Clear Results

and constraint violation is less than options.TolCon.

Changes applied.
Optimization running.
Objective function value: 27303.064551685675
Optimization terminated: average change in the fitness value less than options.TolFun
and constraint violation is less than options.TolCon.

최적화 결과

1	2	3	4	5
35.354	6.455	31.588	11.884	6.453

Options

Specify: **Use default: -Inf**

Stall generations: **Use default: 50**

Stall time limit: **Use default: Inf**

Stall test: **average change**

Function tolerance: **Use default: 1e-6**

Constraint tolerance: **Use default: 1e-3**

Plot functions

Plot interval: **1**

☒ Best fitness ☐ Best individual ☐ Distance

☐ Expectation ☐ Genealogy ☐ Range

☐ Score diversity ☒ Scores ☐ Selection

☐ Stopping ☒ Max constraint

Custom function: **[]**

Output function

Custom function: **[]**

Display to command window

Level of display: **off**

User function evaluation

Evaluate fitness and constraint functions: **in serial**

Quick Reference

Genetic Algorithm

This tool corresponds to the Genetic Algorithm.

Click to expand the section corresponding to your task:

Problem Setup and Results

- Problem
- Constraints
- Run solver and view results

Options

Specify options for the Genetic Algorithm:

- Population
- Fitness scaling
- Selection
- Reproduction
- Mutation
- Crossover
- Migration
- Constraint parameters
- Hybrid function
- Stopping criteria
- Plot Functions
- Output function
- Display to command window
- User function evaluation

More Information

- User Guide
- Function equivalent

MATLAB을 이용한 최적화: GA

		최적화 문제			
		참고 문헌	응력 제약	변위 제약	응력 & 변위
부피[mm ³]		2.6e4	2.6e4	2.7e4	2.6e4
최대 응력[MPa]		414.09	414.02	593.93	414.10
변위 [mm]	절점 1,x	1.52	1.52	1.39	1.52
	절점 1,y	-1.52	-1.52	-1.39	-1.52
	절점 2,x	0.001	9.0e-7	-0.21	1.71e-5
	절점 2,y	-0.004	-3.4e-6	0.8	-6.53e-5
변수 [mm ²]	A1	32.26	32.23	34.45	32.23
	A2	6.45	6.45	6.45	6.45
	A3	30.39	30.39	34.78	30.38
	A4	10.77	10.74	6.87	10.74
	A5	6.45	6.45	6.45	6.45

GA의 경우 최적화 계산과정에서 랜덤 요인이 포함되기 때문에 100번을 수행하여 제일 좋은 결과를 도출함

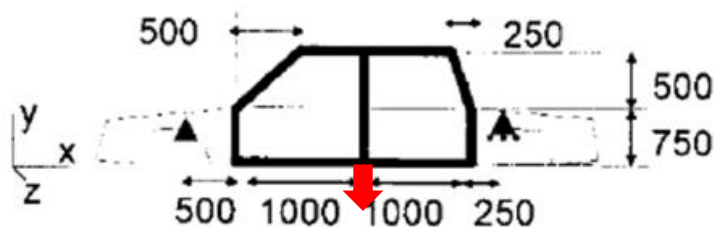
참고 문헌의 결과와 유사한 결과를 나타냄

응력 제약 문제의 경우 변위 제약조건을 고려하지 않음에도 변위 제약조건을 만족하는 것을 알 수 있음

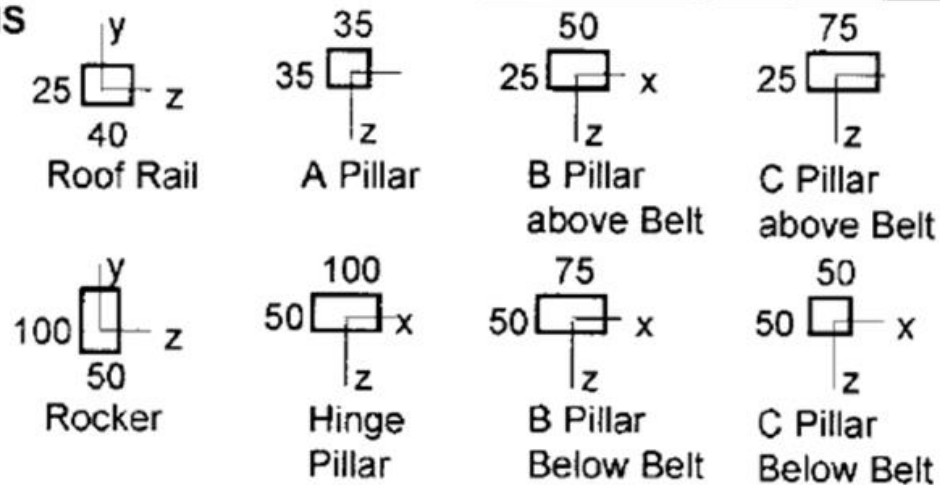
연습문제: SIDE FRAME 최적화

- 목적함수: 부피 최소화
- 제한조건: Rocker 중심부 변위 $\delta \leq 1.91$ mm (3500 N/mm 를 만족, 하중 6680 N)
- 설계변수
 - ✓ Rocker를 제외한 모든 부재의 W & H는 2배까지 증가 가능 (Rocker의 경우 1.25배)
 - ✓ 두께는 기본값을 유지하고, 사이즈 최소값은 기본값으로 설정
- 상관도 분석을 통해 3가지의 변수만 선택

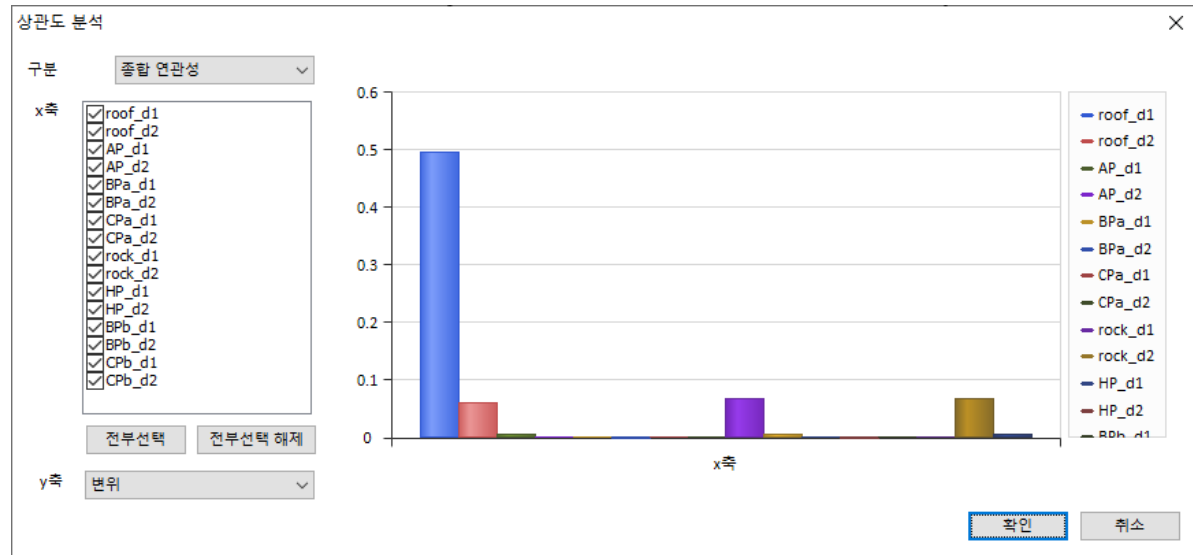
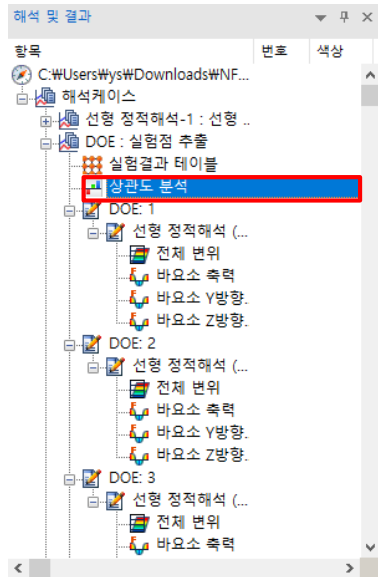
Sideframe
Dimensions
(all in mm)



SECTIONS
(t=1mm)



연습문제: SIDE FRAME 최적화 결과



최적설계 모델생성

최적설계 결과 요약

최적화 케이스: so

설계변수 이름	초기값	최소값	최대값	설계안 1	설계안 2	설계안 3	사용자 설계안
입 력							
roof_d1	25	25	50	49	49	49	49
rock_d1	1e+002	1e+002	1.3e+002	1.2e+002	1.2e+002	1.2e+002	1.2e+002
CPb_d1	50	50	1e+002	94	95	96	94
출 력 (예상값 / 해석값)							
목적함수 변화율 (%)	0			17	17	17	
제약조건 최대위배율 (%)	1.4e+002			0	0	0	
목적함수-1	1.9e+006			2.3e+006	2.3e+006	2.3e+006	
제약조건-1	4.7		1.9	1.9	1.9	1.9	

사용자 설계안 확인 예상값 확인 해석값 확인

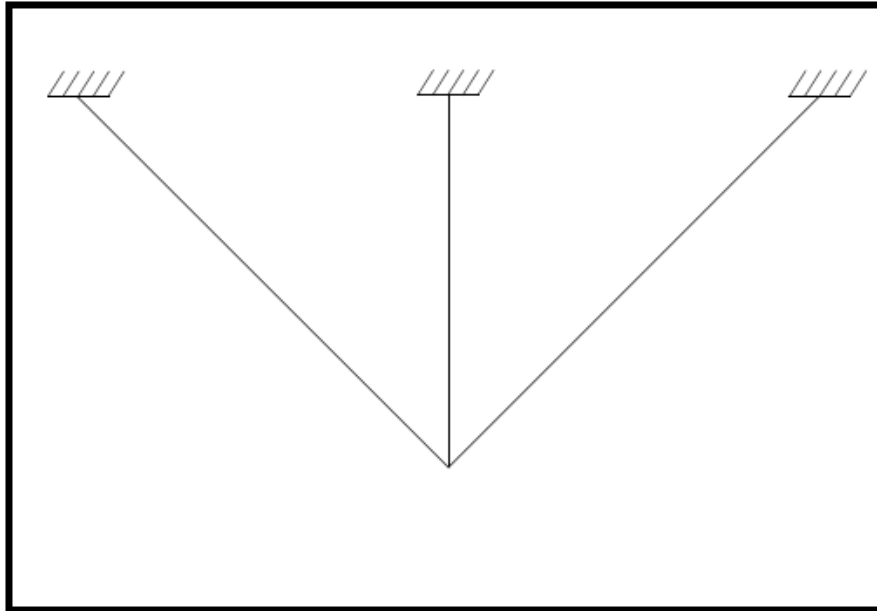
모델생성

대상: 사용자 설계안 모델파일 경로: week10_ex_Optimized.nfx

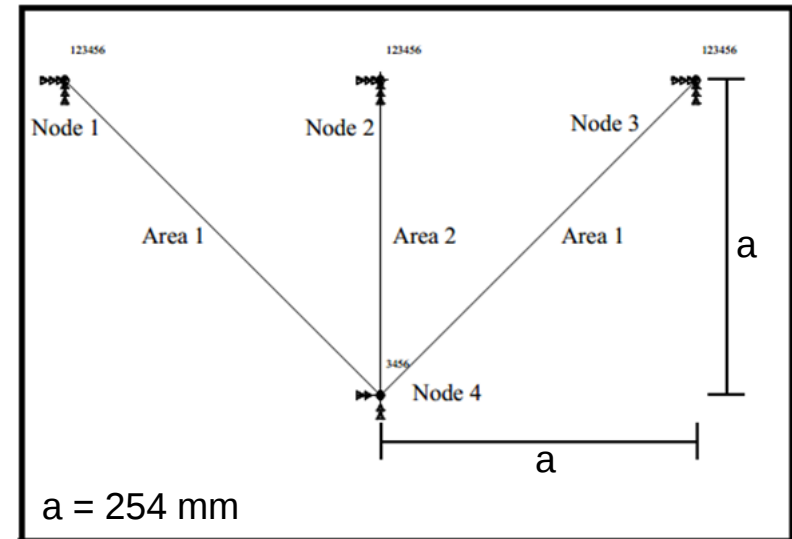
확인 취소

숙제: EIGENVALUE 최적화

- Weight (volume) minimization of a three bar truss



Modeling



Objectives :

Minimize the weight of the truss

1st eigen frequency must be between

1,500 Hz – 1,550 Hz

(모드해석 케이스 필요)

(센서→시스템→모드)

Material : aluminum

Initial value of each area

Area 1 : 645.16 mm²

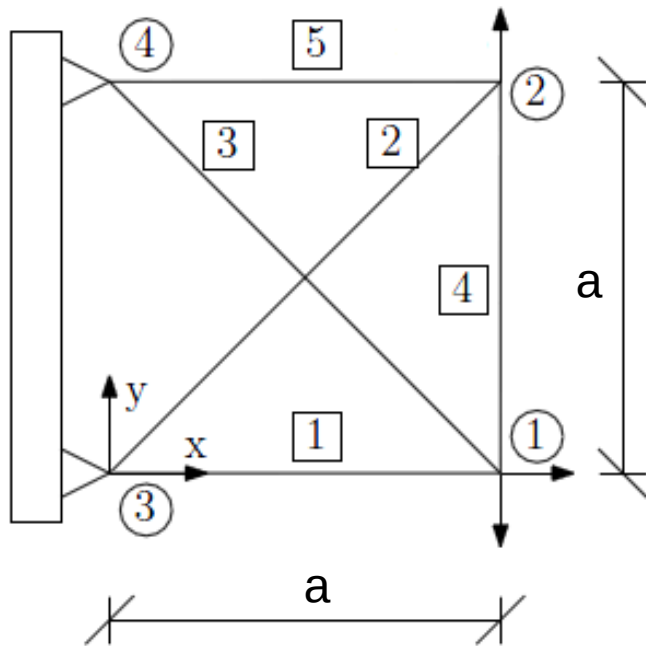
Area 2 : 1290.32 mm²

Upper and lower bound of section area

$$64.516 \leq \text{Area 1 or 2} \leq 6451.6$$

3 BAR TRUSS STRUCTURE (TOPOLOGY + SIZE OPTIMIZATION)

예제: 5 BAR STRUCTURE



Material : aluminum

탄성계수 : $6.895 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$

프와송비 : 0.3

질량밀도 : $2.77 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$

$a = 254 \text{ mm}$

$F_{1x} = 22.241 \text{ kN}$, $F_{1y} = -13.344 \text{ kN}$

$F_{2y} = 4.448 \text{ kN}$

문제정식화

설계변수 : 각 부재의 단면적

설계목적 : 부피 최소화

설계제약조건

부재 최대응력 413.684 MPa 이하

절점 최대변위(x,y방향) 1.524 mm 이하

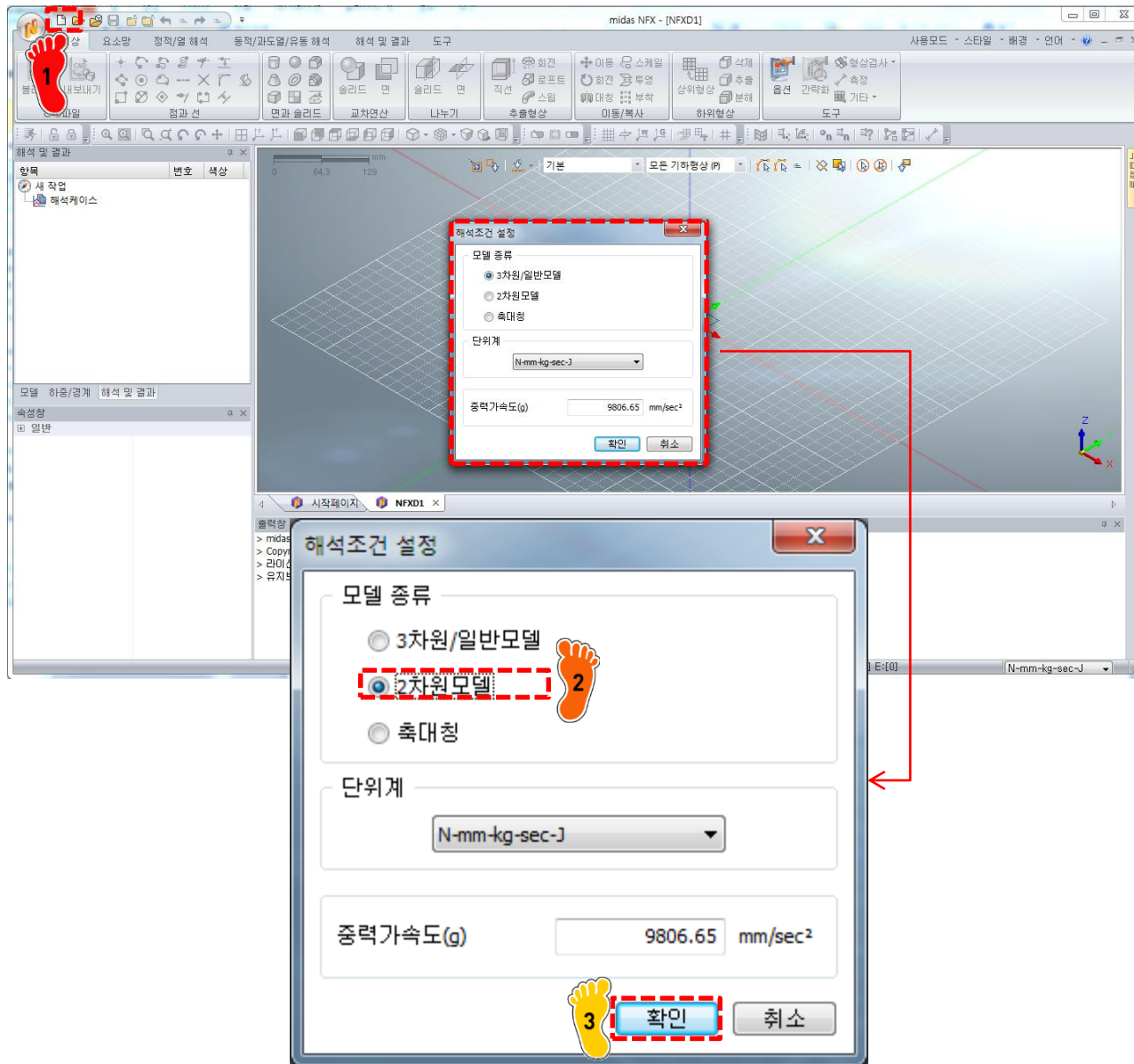
$6.4516 \text{ mm}^2 \leq \text{부재 단면적} \leq 64.516 \text{ mm}^2$

Referenced optimum values*

부재 번호	1	2	3	4	5
단면적 [mm ²]	32.26	6.45	30.39	10.77	6.45

* A. Pospisilova and M. Leps, ACTA PLYTECHNICA, 2012

기하형상 생성 (1)



1 새로 만들기 클릭

2 2차원 모델 선택

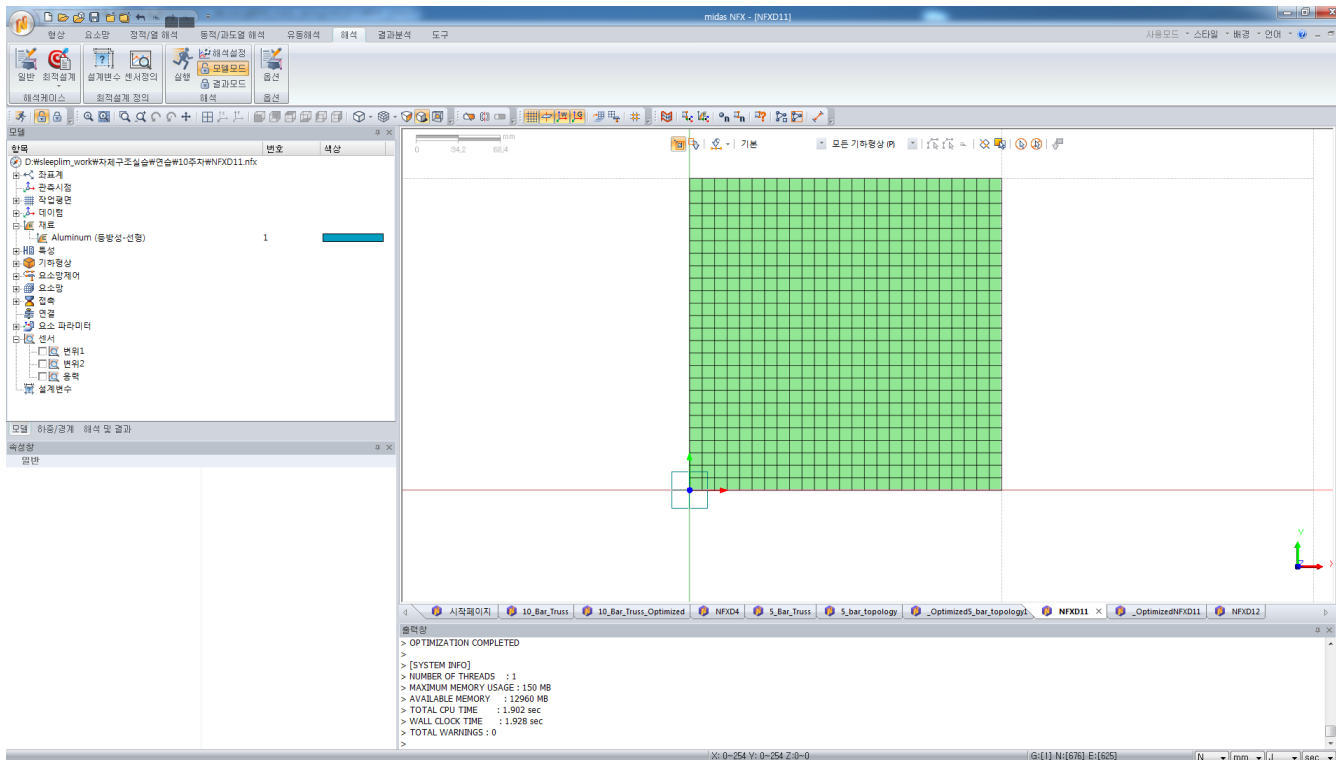
3 확인

기하형상 생성 (2)

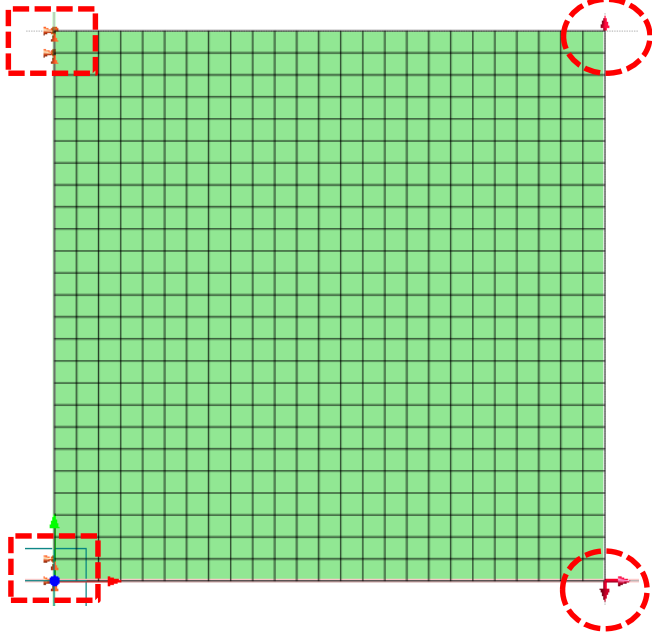


254*254 평면 생성
(설계영역)

재료 aluminum
두께 5.5 mm, 요소 크기 10
mm인 판 요소 생성



구속조건 및 하중조건 설정



집중하중

집중하중 모멘트하중

이름 집중하중-3

대상형상 종류 **절점**

1개 대상 선택됨

하중타입 ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향 종류 **좌표계**

참조좌표계 전체직교좌표계

하중성분 기준함수 없음

X 0 N

Y 4450 N

Z 0 N

하중세트 하중세트1

확인 취소 적용

1 핀구속

2 문제에 주어진 하중 입력

집중하중

집중하중 모멘트하중

이름 집중하중-1

대상형상 종류 **절점**

1개 대상 선택됨

하중타입 ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향 종류 **좌표계**

참조좌표계 전체직교좌표계

하중성분 기준함수 없음

X 22250 N

Y 0 N

Z 0 N

하중세트 하중세트1

확인 취소 적용

집중하중

집중하중 모멘트하중

이름 집중하중-2

대상형상 종류 **절점**

1개 대상 선택됨

하중타입 ☒ 총합력 ☐ 개별하중

참조방향 종류 **좌표계**

참조좌표계 전체직교좌표계

하중성분 기준함수 없음

X 0 N

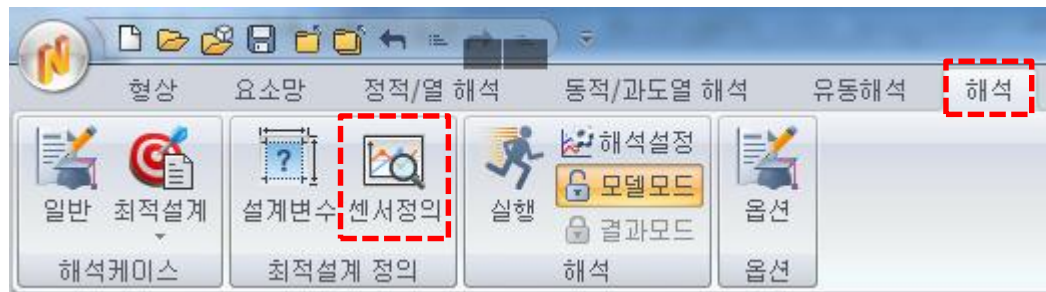
Y -13350 N

Z 0 N

하중세트 하중세트1

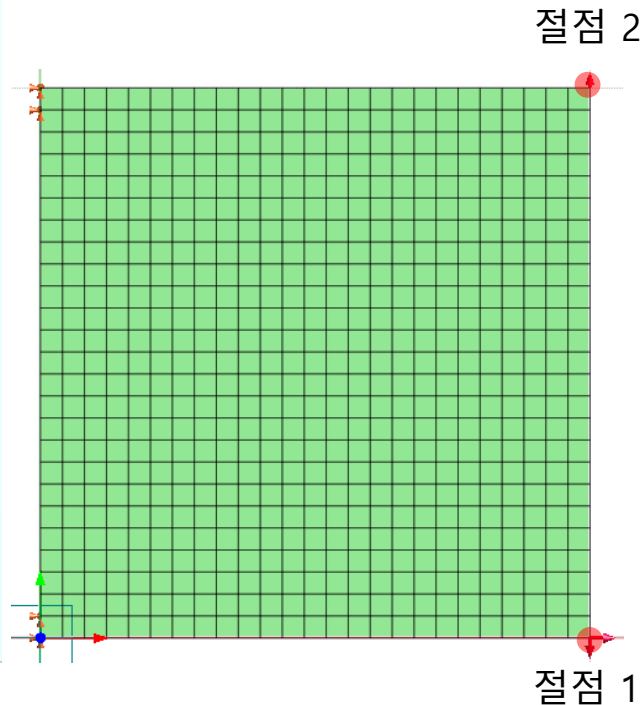
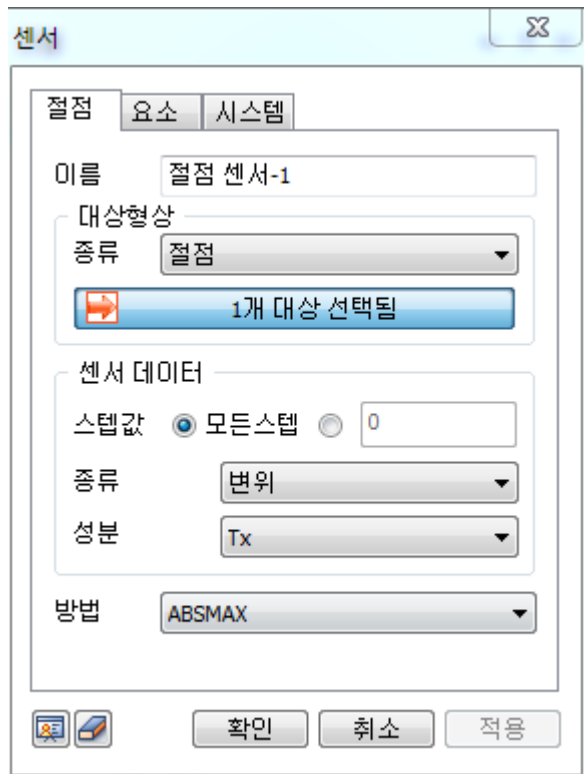
확인 취소 적용

센서 설정

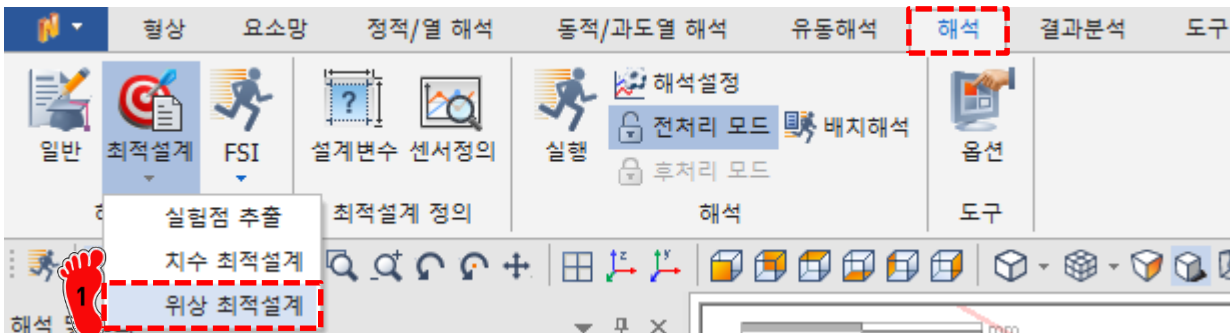


1 해석 탭 메뉴에서 센서정의 클릭

2 절점 1, 2에 대한 절점 변위 센서 설정 (Tx,Ty)



해석 케이스 정의

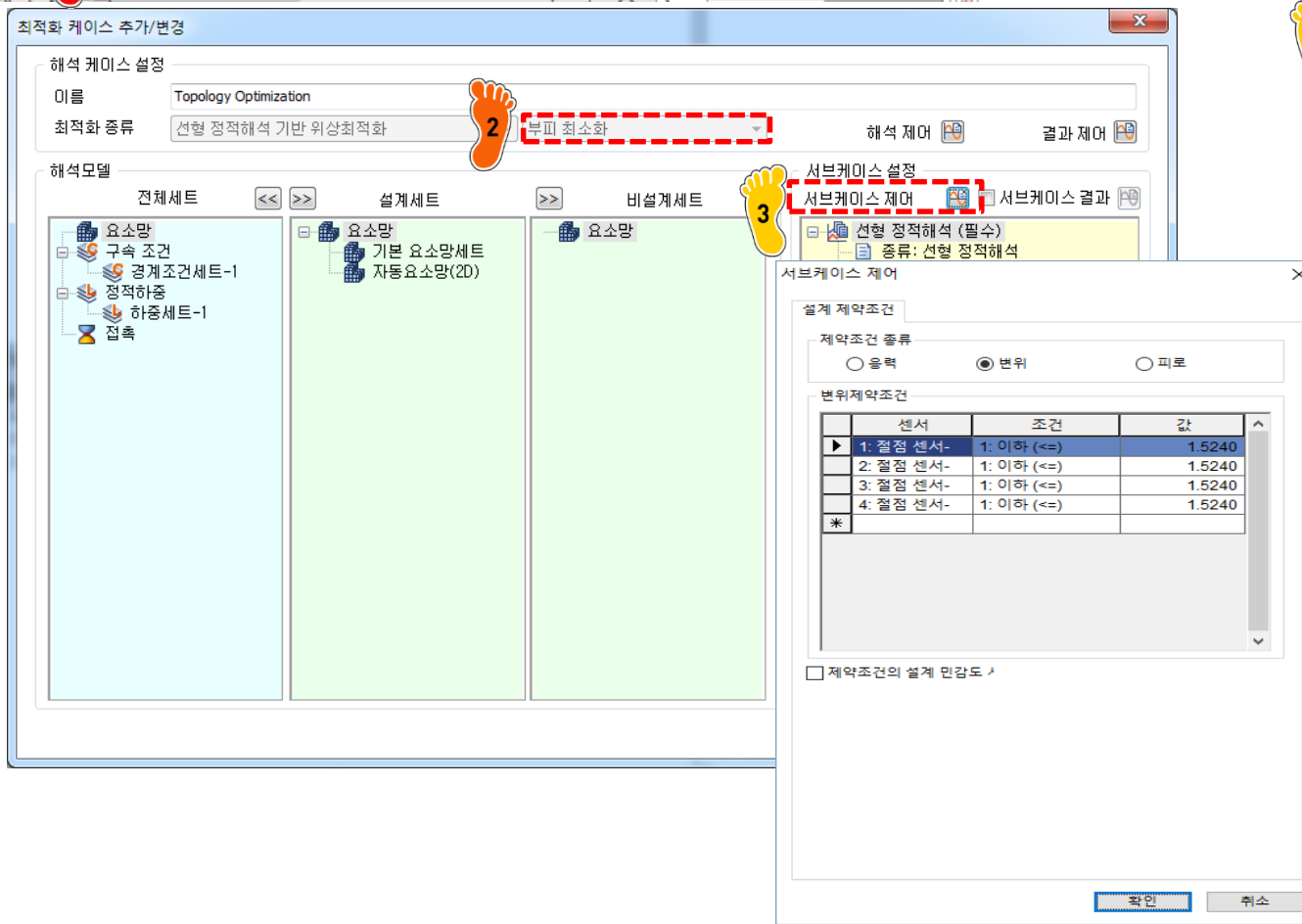


1 해석메뉴에서 최적설계 → 위상최적설계 선택

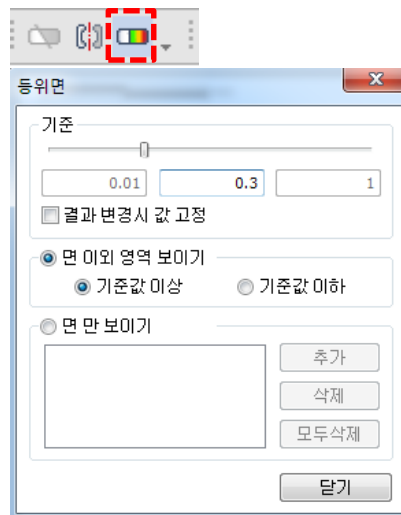
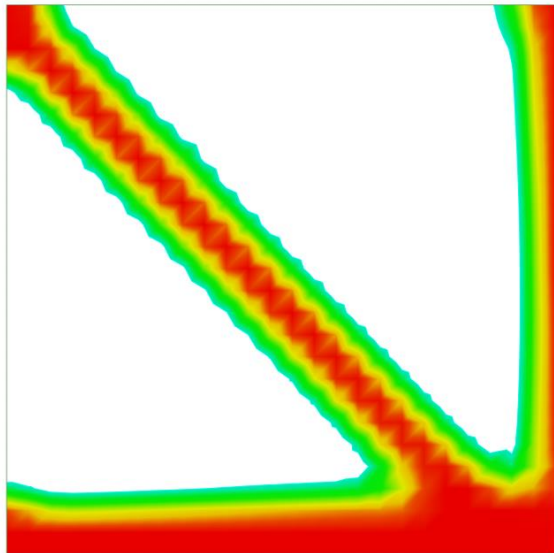
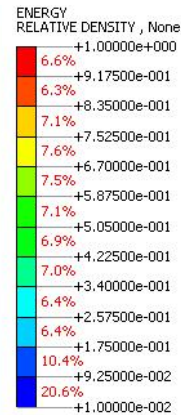
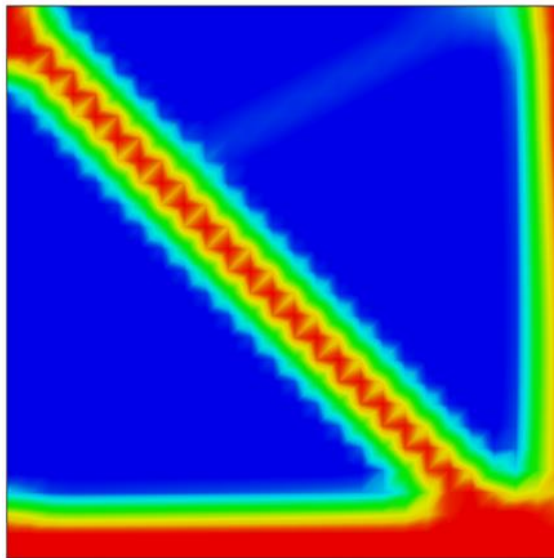
2 해석 케이스
선형 정적해석 기반 위상최적화 → 부피최소화

3 서브케이스 제어에서 변위 구속조건 부여

최적화 수행



위상 최적화 결과 확인



재료밀도 0.3 이상인 결과
확인 시
1, 3, 4번 부재만 표현되는
것을 확인

치수 최적화 결과 확인



근사모델의 정확도 및 치수 최적화 결과 확인

'사용자 설계안'의 경우 근사모델 내에서는 제약조건을 만족하나 실제 해석 값이 만족하지 못하는 것을 확인할 수 있음

최적설계 모델생성

최적설계 결과 요약

최적화 케이스 so

설계변수 이름	초기값	최소값	최대값	설계안 1	설계안 2	설계안 3	사용자 설계안	
설계변수-1	20	6.5	65	39	40	40	39	
설계변수-3	20	6.5	65	43	34	35	43	
설계변수-4	20	6.5	65	7.3	16	16	7.3	
출 력 (예상값 / 해석값)								
목적함수 변화율 (%)	0			58	53	54	58	58
제약조건 최대위배율 (%)	71			0	0	0	0	47
목적함수-1	1.7e+004			2.7e+004	2.6e+004	2.7e+004	2.7e+004	2.7e+004
제약조건-1	7.1e+002		4.1e+002	4.1e+002	3.9e+002	4e+002	4.1e+002	6.1e+002
제약조건-2	2.5		1.5	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
제약조건-3	2.1		1.5	0.92	1.5	1.4	0.92	0.9
제약조건-4	0		1.5	0	0	0	0	0
제약조건-5	1.1		1.5	0.52	0.18	0.16	0.52	1.3
*								

사용자 설계안 확인 예상값 확인 **해석값 확인**

모델생성

대상 사용자 설계안 모델파일 경로 NFXD4_#bar_Optimized.nfx ...

확인 취소

치수 최적화 결과

		최적화 문제			
		참고 문헌	응력 제약	변위 제약	응력 & 변위
부피[mm ³]		2.6e4	2.3e4	2.1e4	2.7e4
최대 응력[MPa]		414.09	437.71	689.19	367.07
변위 [mm]	절점 1,x	1.52	1.24	1.52	1.24
	절점 1,y	-1.52	-1.98	-1.47	-1.47
	절점 2,x	0.001	0	0	0
	절점 2,y	-0.004	-0.45	1.07	-0.44
변수 [mm ²]	A1	32.26	40	32	40
	A2	6.45	-	-	-
	A3	30.39	29	31	34
	A4	10.77	11	6.5	16
	A5	6.45	-	-	-

응력 제약조건 문제의 경우 근사모델 상에서는 응력이 만족하였으나 실제 해석 결과에서는 응력과 변위 모두 만족하지 못함

변위 제약조건 문제의 경우 변위는 만족하나 응력은 만족하지 못함

응력, 변위를 모두 고려한 경우 제약조건을 모두 만족하며, 앞서 5-bar 문제에 비해 부피도 감소한 것을 알 수 있음 (3.3e4→2.7e4)