

# 사용자 매뉴얼 (외연적 비선형 동해석)

## 외연적 비선형 동해석 (Nonlinear Explicit Analysis)

비선형 과도응답해석은 시간에 따라 변화하는 하중에 대한 구조물의 비선형 응답을 확인하기 위해 수행하는 해석이다. 대표적인 비선형 과도응답해석의 예로는 낙하(Drop), 충돌(Crash), 충격(Impact) 해석 등이 있다.

비선형 과도응답해석은 암시적(Implicit) 또는 외연적(Explicit) 적분 알고리즘을 사용하여 해석을 한다.

암시적 알고리즘은 적당히 큰 시간 스텝을 이용할 수 있기 때문에 효율적이지만 수렴성을 얻기 위한 시간 스텝의 크기를 결정해야 하는 단점이 있다. 따라서 암시적 알고리즘을 사용하여 해석을 원활하게 수행하기 위해서는 수렴성과 시간 스텝에 대한 전문적인 수완이 요구된다.

외연적 해법은 해석 시간이 좀 더 많이 필요하지만 수렴성이 좋고, 같은 양의 노력에 비해 정확한 결과를 도출할 수 있다. 또한 명시적 솔버는 시스템 응답에 기반하여 시간 스텝을 자동으로 조절할 수 있는 장점이 있다. midas NFX (Designer)에서는 명시적 해법을 지원하고 있다.

표 7.7.1 암시적(Implicit)과 외연적(Explicit) 적분 알고리즘 비교

암시적(Implicit) 적분 알고리즘	외연적(Explicit) 적분 알고리즘
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 선형 과도응답해석의 경우 큰 시간 스텝을 적용할 수 있음</li> <li>• 비선형 과도응답해석의 경우 수렴성 확보를 위해 작은 시간 스텝을 사용해야 하는 단점이 있음</li> <li>• 대규모 모델인 경우에는 메모리 사용량 및 하드디스크 용량의 제한이 있을 수 있음</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수렴성에 대한 문제 없이 해가 구해짐</li> <li>• 소규모 모델인 경우에는 암시적 방법에 비해 해석 시간이 좀 더 많이 소요되나 대규모 모델에서는 상대적으로 유리함</li> <li>• 시간 간격은 항상 임계 시간 간격보다도 작은 값으로 정의</li> </ul>

외연적 해법을 이용한 비선형 과도응답해석은 다음과 같은 사항에 대해 검토할 경우 효과적으로 해석을 수행할 수 있다.

- 대규모 접촉이 발생하는 경우
- 과도한 소성 변형을 유발하는 재료를 이용하는 경우
- 과도한 대변형이 발생하는 구조물을 해석하는 경우

• 외연적(Explicit) 적분 알고리즘

비선형 과도응답해석에 사용되는 일반적인 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (7.7.1)$$

위의 방정식은 관성력과 감쇠력을 포함하고, 하중이 시간에 따라 변화할 수 있는 일반적인 동적 거동을 나타내는 운동 방정식이다. 상기의 식은 시간에 대한 수치 적분 과정을 사용하여 주어진 동적 시스템에서 각각 다른 시간 증분에서의 절점 변위를 결정할 수 있다. 이러한 방법은 일반적으로 직접적분법(Direct Integration Method)이라고 하며, midas NFX에서는 외연적(Explicit) 적분 알고리즘을 사용하고 있다. 본 절에서는 감쇠의 효과를 고려하지 않는 운동 방정식에 대한 외연적 적분 알고리즘 과정에 대해 알아보도록 한다. 감쇠를 고려하지 않는 운동 방정식은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (7.7.2)$$

외연적 적분 알고리즘은 중앙차분법(Central Difference Method)을 이용하여 방정식의 해를 구한다. 중앙차분법은 시간  $t$ 에서의 속도와 가속도에 대한 다음의 유한 차분식(Finite difference Expression)에 기본을 두고 있다.

$$\dot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i-1}}{2(\Delta t)} \quad (7.7.3)$$

$$\mathbf{u}_i = \frac{\dot{\mathbf{u}}_{i+1} - \dot{\mathbf{u}}_{i-1}}{2(\Delta t)} \quad (7.7.4)$$

테일러 급수 전개와 같은 방법을 사용하여 가속도를 다음과 같은 변위의 식으로 표현할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - 2\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (7.7.5)$$

절점 변위를 구하기 위해서는 상기의 식을 다음과 같은 형태로 표현한다.

$$\mathbf{u}_{i+1} = 2\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_{i-1} + \ddot{\mathbf{u}}_i (\Delta t)^2 \quad (7.7.6)$$

식(7.7.2)의 운동방정식에서 가속도는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{u}}_i = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{P}_i - \mathbf{K}\mathbf{u}_i) \quad (7.7.7)$$

$\mathbf{u}_{i+1}$  에서의 변위를 산정하기 위하여 식(7.7.6)에 질량행렬을 곱하고,  $\ddot{\mathbf{u}}_i$  에 식 (7.7.7) 대입하여 정리하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}\mathbf{u}_{i+1} = (\Delta t)^2 \mathbf{P}_i + [2\mathbf{M} - (\Delta t)^2 \mathbf{K}]\mathbf{u}_i - \mathbf{M}\mathbf{u}_{i-1} \quad (7.7.8)$$

이제  $\mathbf{u}_{i+1}, \dot{\mathbf{u}}_{i+1}, \ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$  를 산정하기 위해  $\mathbf{u}_{i-1}$  를 먼저 산정한다.

$$\mathbf{u}_{i-1} = \mathbf{u}_i - (\Delta t) \dot{\mathbf{u}}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (7.7.9)$$

다음 그림 7.7.1은 중앙차분법을 이용한 풀이과정 흐름도를 나타내었다.

중앙차분법을 이용하여 수치적분을 하는 경우에는 시간 간격에 따라 해의 정확도 차이가 발생할 수 있다. 시간 간격을 충분히 작은 값으로 정의하면 정확한 해를 얻을 수 있다.

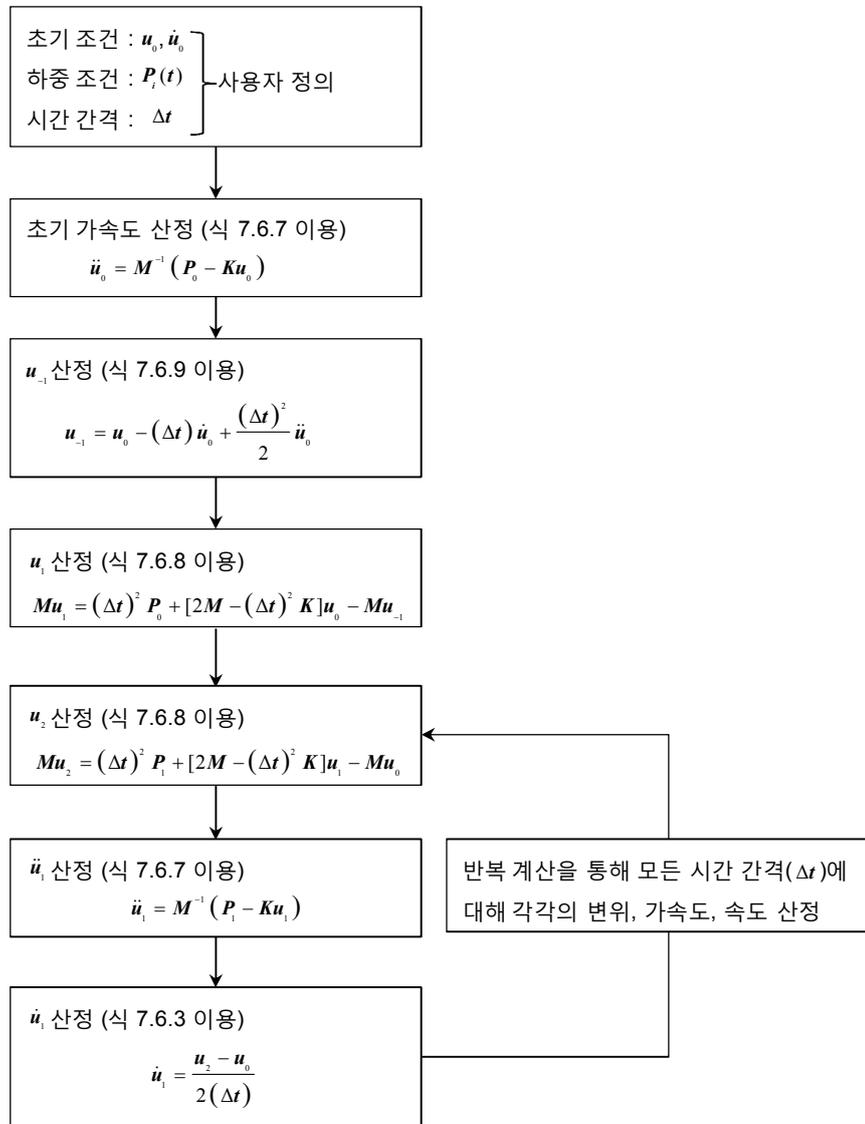


그림 7.7.1 외연적(Explicit) 적분 알고리즘

• 시간 간격( $\Delta t$ ) 산정

중앙 차분법을 이용한 외연적(Explicit) 방법은 시간 간격( $\Delta t$ )을 작게 정의할수록 해의 정확도가 높아진다. 그러나 시간 간격을 작게 하는 경우에는 해석 시간이 증가하는 단점을 가지고 있다. 만약 시간 간격을 크게 정의하는 경우에는 안정성(Stability)의 문제가 발생할 수 있으므로 안정성 제한범위를 넘어서는 시간 간격을 정의하지 않도록 설정되어 있다. midas NFX (Designer)에서는 안정성에 대한 문제는 발생하지 않도록 해석 수행시 자동으로 시간 간격을 정의하고 있다.

midas NFX (Designer)에서는 시간 간격( $\Delta t$ )을 다음과 같은 식을 기준으로 정의한다.

$$\Delta t = 0.85\Delta t_{cr} \quad (7.7.10)$$

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (\text{감쇠가 적용되지 않는 경우}) \quad (7.7.11)$$

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} \left( \sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right) \quad (\text{감쇠가 적용되는 경우}) \quad (7.7.12)$$

여기서,  $\Delta t_{cr}$  : 임계 시간 간격(Critical Time Step)

$\omega_{\max}$  : 요소내에서 가장 큰 고유진동수

$\xi$  : 감쇠비

임계 시간 간격(Critical Time Step) 산정에 사용되는  $\omega_{\max}$ 는 사용되는 요소에 의해 정의된다.

1) 1차원 요소를 사용하는 경우

1차원 요소에서의 임계 시간 간격은 다음 식으로 정의된다.

$$\omega_{\max} = 2 \frac{c}{l} \quad (7.7.13)$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{Wave propagation velocity}) \quad (7.7.14)$$

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{2}{2 \frac{c}{l}} = \frac{l}{c} \quad (7.7.15)$$

- 여기서,  $\Delta t_{cr}$  : 임계 시간 간격(Critical Time Step)
- $\omega_{max}$  : 요소내에서 가장 큰 고유진동수
- $c$  : Wave Propagation Velocity
- $E$  : 재료의 탄성계수
- $\rho$  : 재료의 밀도
- $l$  : 1차원 요소의 길이(전체 1차원 요소중에서 가장 작은 길이)

2) 2차원 요소를 사용하는 경우

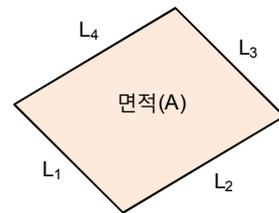
2차원 요소에서의 임계 시간 간격은 기본적으로 식 7.7.15를 이용하여 산정한다. 그러나, 2차원 요소는 1차원 요소와 달리 한 개의 요소에 3개 또는 4개의 길이 성분을 가지고 있으며, 또한 면적 성분을 가지고 있으므로 요소의 최소 길이( $l$ ) 과 Wave Propagation Velocity( $c$ )는 다음과 같은 식을 이용하여 산정한다.

$$l = \frac{A}{\max(L_1, L_2, L_3, L_4)} \quad (\text{사각형 요소망인 경우}) \quad (7.7.16)$$

$$l = \frac{2A}{\max(L_1, L_2, L_3)} \quad (\text{삼각형 요소망인 경우}) \quad (7.7.17)$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (\text{Wave propagation velocity}) \quad (7.7.18)$$

- 여기서,  $c$  : Wave Propagation Velocity
- $E$  : 재료의 탄성계수
- $\rho$  : 재료의 밀도
- $\nu$  : 포아송 비
- $l$  : 요소의 최소 길이
- $A$  : 요소의 면적
- $L_1, L_2, L_3, L_4$  : 2차원 요소 길이



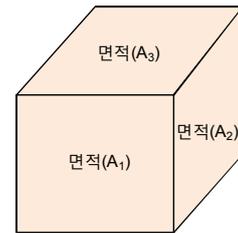
## 3) 3차원 요소를 사용하는 경우

3차원 요소에서의 임계 시간 간격은 기본적으로 식 7.7.15를 이용하여 산정하며 일반적으로 요소의 최소 길이( $l$ )과 Wave Propagation Velocity( $c$ )는 다음과 같은 식을 이용하여 산정한다.

$$l = \frac{V}{\max(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)} \quad (\text{육면체 요소인 경우}) \quad (7.7.19)$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (\text{Wave propagation velocity}) \quad (7.7.20)$$

여기서,  $c$  : Wave Propagation Velocity  
 $E$  : 재료의 탄성계수  
 $\rho$  : 재료의 밀도  
 $\nu$  : 포아송 비  
 $l$  : 요소의 최소 길이  
 $V$  : 요소의 부피  
 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  : 2차원 요소 길이



외연적 적분 알고리즘을 이용하는 비선형 과도응답 해석의 경우는 시간 간격 선정이 중요하다. midas NFX (Designer)에서는 상기에 기술된 사항을 기준으로 자동으로 시간 간격을 정의한다. 이러한 시간 간격 정의에 크게 영향을 미치는 주요 변수는 요소망의 길이와 재료의 밀도이다. 그러므로 요소망의 크기가 작을수록 시간 간격은 작게 산정이 되며, 재료 밀도가 작을수록 시간 간격 또한 작게 산정이 된다. 이러한 관계에 의해 특히 사용자는 요소망 작성시 미소한 요소망이 생성되지 않도록 세심한 주의가 필요하다.

- 비선형 과도응답해석 절차

비선형 과도응답해석 과정의 기본적인 절차는 다음과 같다.

- ▶ 단계 1 : 해석 대상물의 기하학적 형상 구성
  - CAD로 생성한 모델을 읽어 들이거나 직접 전처리(Pre-processor)내에서 기하학적 형상을 모델링
  - 해석 결과에 영향을 미치지 않는 형상은 단순화 처리하여 미소한 요소가 생성되지 않도록 모델링
- ▶ 단계 2 : 유한요소 모델링
  - 완성된 기하학적 형상에 대하여 요소망 조건을 지정하여 요소 생성
- ▶ 단계 3 : 재료 물성치 및 요소 특성 정의
  - 해석 대상물 각각의 재질에 대한 물성치를 입력하고 요소 특성과 함께 지정
  - 재료의 밀도는 해석 결과에 지배적인 영향을 미치므로 정확한 재료 밀도를 질량 밀도(Mass Density)에 입력
  - 요소별 감쇠 효과를 고려하고자 하는 경우에는 감쇠 계수를 지정
- ▶ 단계 4 : 경계조건 및 하중조건 정의
  - 실제 구조물의 조건을 고려하여 구속조건 및 작용하중을 지정
  - 작용하중은 시간에 따라 부여되는 하중으로 시간의존함수를 정의
- ▶ 단계 5 : 해석 실행조건 설정
  - 총 해석 시간, 결과 출력 빈도수, 결과 출력 항목 및 범위 등 해석 실행에 관련된 조건 및 결과 관련 조건을 설정
  - 구조물 전체에 대한 감쇠 효과를 고려할 경우 감쇠 계수를 지정
  - 필요시 Mass Scaling을 적용하여 시간 간격 조정
- ▶ 단계 6 : 결과 분석
  - 변위, 속도, 가속도, 최대 응력 및 시간에 따른 결과물 등의 출력 결과 분석

- 비선형 과도응답해석의 하중조건

- ▶ 동적하중 입력

비선형 과도응답해석은 시간에 따라 변화하는 하중에 대한 구조물의 비선형 응답을 확인하기 위해 수행하는 해석으로 하중을 시간에 따른 하중으로 정의하여야 한다. midas NFX (Designer)에서 제공하는 동적 하중 입력 방법은 정적 하중을 이용하여 생성하는 방법과 직접 동적 하중을 생성하는 두가지 방법을 제공하고 있다.

표 7.7.2 동적하중 입력 방법

구 분	직접 동적하중 입력	정적하중 정의 후 동적하중으로 변환
대 상	절점하중에만 사용 가능	절점 및 요소하중에 모두 사용 가능
	절점하중 정의시 하중 크기와 시간의존함수를 동시에 정의	정적하중을 해당 절점 또는 요소에 미리 입력한 후, 시간의존함수를 적용하여 동적하중으로 변환
적용	모든 동적해석에 사용가능	모든 동적해석에 사용가능
Midas NFX (Analyst)	하중, 강제변위, 속도, 가속도 사용 가능	모두 사용 가능
Midas NFX (Designer)	속도, 가속도 사용 가능	모두 사용 가능

## 1) 직접 동적하중을 입력하는 기능

midas NFX (Analyst)에서는 다음의 4개의 메뉴를 이용하여 절점에 직접 동적하중을 입력할 수 있다.

표 7.7.3 직접 동적하중 입력

종 류	메뉴 (Analysis > Dynamic Load 의 하위 메뉴)
절점 하중	Time Dependent Nodal Force...
절점 강제변위	Time Dependent Nodal Displacement...
절점 속도	Time Dependent Nodal Velocity...
절점 가속도	Time Dependent Nodal Acceleration...

midas NFX (Designer)에서는 다음의 2개의 메뉴를 이용하여 절점에 직접 동적하중을 입력할 수 있다.

표 7.7.4 직접 동적하중 입력

종 류	메뉴 (모델 > 동적하중의 리본 메뉴)
절점 속도	속도...
절점 가속도	가속도...

## 2) 정적하중을 입력한 후, 동적하중으로 변환하는 방법

midas NFX (Analyst)에서는 먼저 해당 절점이나 요소에 정적하중을 부여한 후, Analysis > Dynamic Load > Time Dependency of Static Load... 메뉴를 이용하여 선택한 정적하중 세트에 시간의존함수를 연결하는 방식으로 해당 정적하중을 동적하중으로 변환한다.

직접 동적하중을 부여하는 방법은 절점하중만 지원하기 때문에 시간에 따라서 변화하는 요소하중(예, 압력하중 등)을 동적해석에서 사용하여야 하는 경우에 이 방법을 사용한다.

midas NFX (Designer)에서는 먼저 해당 절점이나 요소에 정적하중을 부여한 후, 모델 > 시간의존 정적하중 메뉴를 이용하여 선택한 정적하중 세트에 시간의존함수를 연결하는 방식으로 해당 정적하중을 동적하중으로 변환한다.

## 3) 단위 시간의존함수 정의

midas NFX (Analyst)에서는 동적하중을 정의하기 위해서는 시간의존함수를 정의해야 한다. 시간의존함수의 생성은 Analysis > Function > Time Dependent Function... 에서 생성할 수 있다.

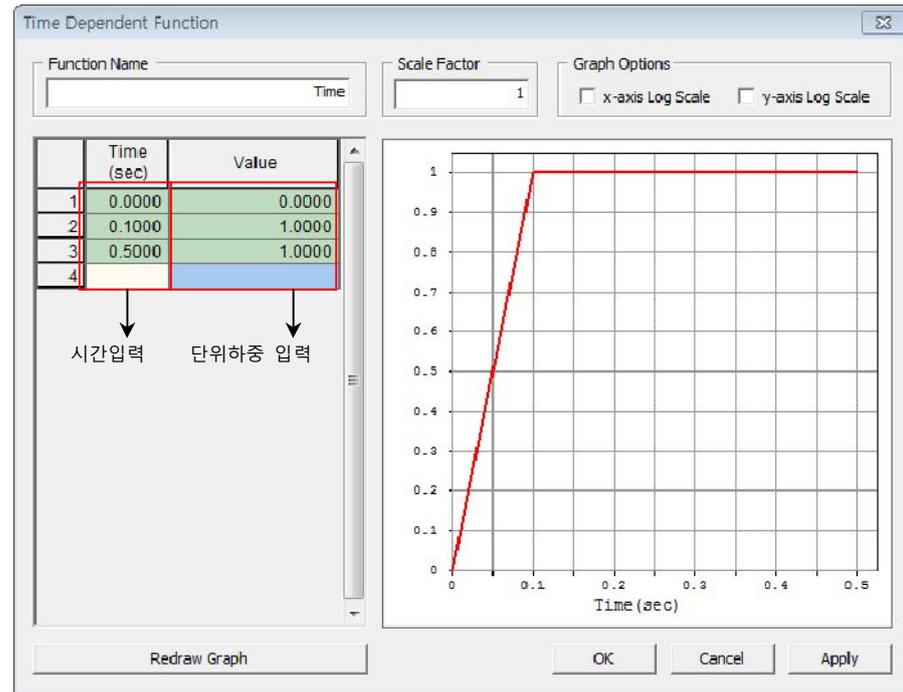


그림 7.7.2 시간의존함수 생성

midas NFX (Designer)에서는 동적하중을 정의하기 위해서는 시간의존함수를 정의해야 한다. 시간의존함수의 생성은 모델 트리에서 함수를 선택 후, 우클릭했을 때 나타나는 팝업메뉴에서 시간함수를 선택하면 된다. 또는, 모델 > 동적하중 > 시간의존 정적하중을 선택 후, 시간함수 버튼을 클릭하면 생성할 수 있다

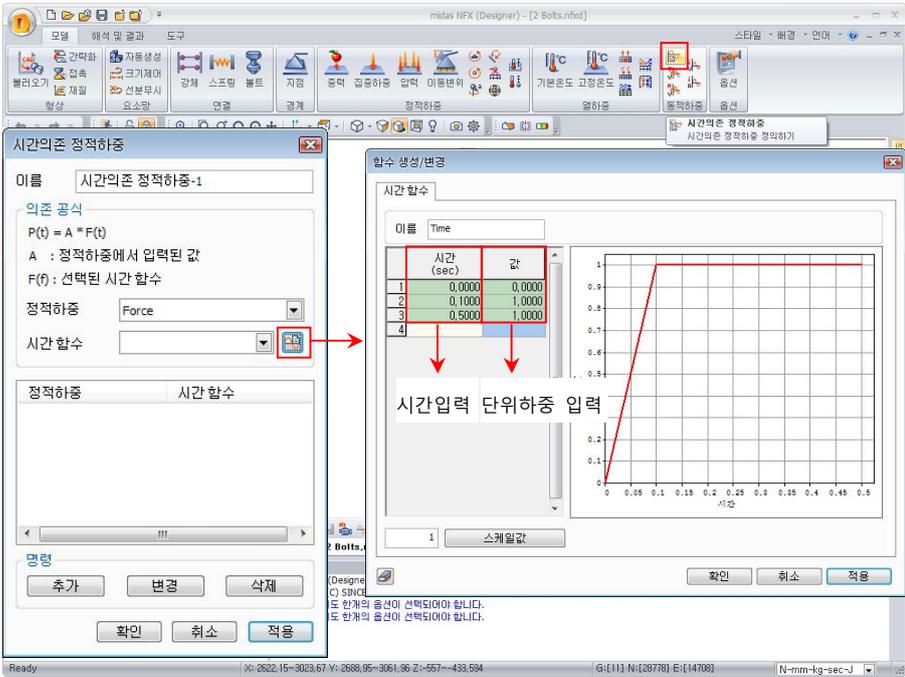


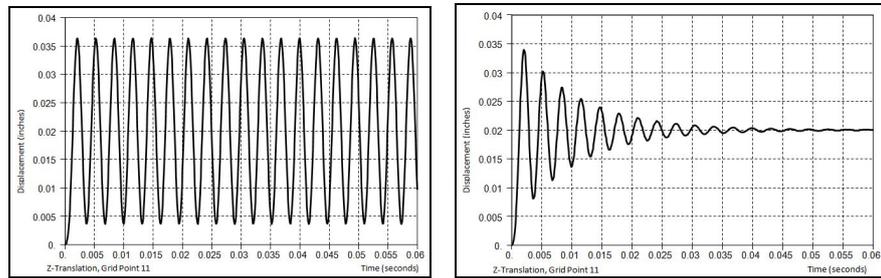
그림 7.7.3 시간의존함수 생성

midas NFX (Designer)에서 생성되는 동적하중은 입력된 하중에 시간의존함수가 곱하여져서 생성된다. 즉, 정적하중을 입력한 후 동적하중으로 변화하는 경우에 정적하중에 시간의존함수를 곱하여 동적하중으로 입력된다. 상기의 그림에서와 같이 Value 값이 단위 하중 1로 입력된 경우에는 정적하중에 1배의 값이 입력되며, 만일 2로 입력된 경우에는 2배의 정적하중의 2배의 값이 동적하중으로 입력된다. 상기의 그림에 나타난 Value 값은 단위 변환 기능이 제공되지 않으므로 단위 하중으로 사용하는 것이 편리하다.

• 감쇠

정확한 과도응답해석을 위해서는 감쇠의 고려가 필수적이다. 모든 실제 구조물은 무한으로 진동할 수 없으며, 분자수준에서의 에너지 손실 또는 구성요간의 상호 작용으로 인한 구조물의 에너지 손실인 감쇠가 시스템에 적용되어 구조물의 진동을 점차적으로 약화시킨다.

특히, 고유진동수 부근에서 구조물이 자극되는 경우(공진효과)에는 감쇠값이 해석 결과에 지배적인 영향을 미치므로 주의하여야 한다.



(a) 감쇠가 없는 경우

(b) 감쇠 효과가 있는 경우

그림 7.7.4 감쇠 영향 비교

임계감쇠 (Critical Damping)는 시스템이 주기적으로 진동하며 감쇠되는 상태(저감쇠, UnderDamped)와 진동없이 감쇠되는 상태(과감쇠, Overdamped) 사이의 경계로서, 1.0의 감쇠비를 가지며, 시스템이 진동 시작 직전의 상태로 바로 복구되는 이상적인 감쇠비이다. 시스템의 감쇠비( $\zeta$ )는 임계감쇠( $C_{cr}$ )에 대한 시스템 감쇠( $C$ )의 비율( $C/C_{cr}$ )이다. 대부분의 기계 구조물은 저감쇠(임계감쇠보다 작은 감쇠비)이며, 일반적으로 10% 이하의 감쇠비를 갖는다. 대상 구조물의 정확한 감쇠비는 실험으로 결정하여야 하며, 일반적으로 사용되는 구조물의 감쇠비는 다음 표와 같다.

표 7.7.5 주요 감쇠 계수

시스템	감쇠비
금속 (탄성영역 내)	<1%
조인트를 갖는 금속 구조물	3% ~ 7%
작은 지름의 파이프 시스템	1% ~ 2%
큰 지름의 파이프 시스템	2% ~ 3%

고무	~5%
프리스트레스 콘크리트 구조물	2% ~ 5%
철근 콘크리트 구조물	4% ~ 7%

midas NFX 는 점성감쇠, 구조감쇠, 레일리(Rayleigh) 감쇠, 세 가지 종류의 감쇠를 제공하고 있다.

▶ 점성감쇠

독립적인 감쇠요소로 정의되는 감쇠이다. midas NFX (Designer)는 Bush요소와 Damper요소를 제공하고 있다. 각 요소는 Mesh > Element > Create... 에서 생성할 수 있으며, 각 요소 특성치는 Analysis > Property...에서 정의할 수 있다. midas NFX (Designer)에서는 점성감쇠를 지원하지 않는다.

▶ 구조감쇠

감쇠계수와 지배진동수로 정의되는 감쇠이다. 일반적으로 감쇠계수는 감쇠비의 2배를 사용하며, 지배진동수는 하중의 주파수와 동일합니다. 만약 작용하중이 주기적이지 않으면, 가장 작은 고유진동수를 지배진동수로 사용할 수 있다.

midas NFX 에서는 외연적 비선형 동해석의 해석제어(Analysis Control)에서 구조물 전체에 대한 감쇠계수를 지정할 수 있다. 또한, 재료물성치 정의시 각각의 재료에 대해 감쇠계수를 지정할 수 있다. 지배진동수는 해석제어(Analysis Control)에서 지정한다. midas NFX (Designer)에서는 재료물성치에서 각각의 재료에 대한 감쇠계수를 지정할 수 없다.

1) 구조물 전체에 대한 구조감쇠를 정의하는 경우

midas NFX (Analyst)에서는 구조물 전체에 대한 동일한 구조감쇠를 적용하고자 하는 경우에는 비선형 과도응답해석의 해석조건(Analysis Control)의 Dynamic 탭에 위치하고 있는 Damping Definition을 체크해서 정의할 수 있다.

주요 입력값은 Uniform Structural Damping Coeff.와 Dominant Freq. for Global Damping Matrix의 값들을 입력한다.

Uniform Structural Damping Coeff.는 구조물에 적용하고자 하는 감쇠비의 2배 값을 입력하며, Dominant Freq. for Global Damping Matrix에 지배진동수를 입력한다.

지배진동수는 주기적으로 하중이 작용하는 경우에는 하중의 주파수와 동일하게

입력하며 작용하중이 주기적이 않으면, 가장 작은 고유진동수를 지배진동수로 사용할 수 있다.

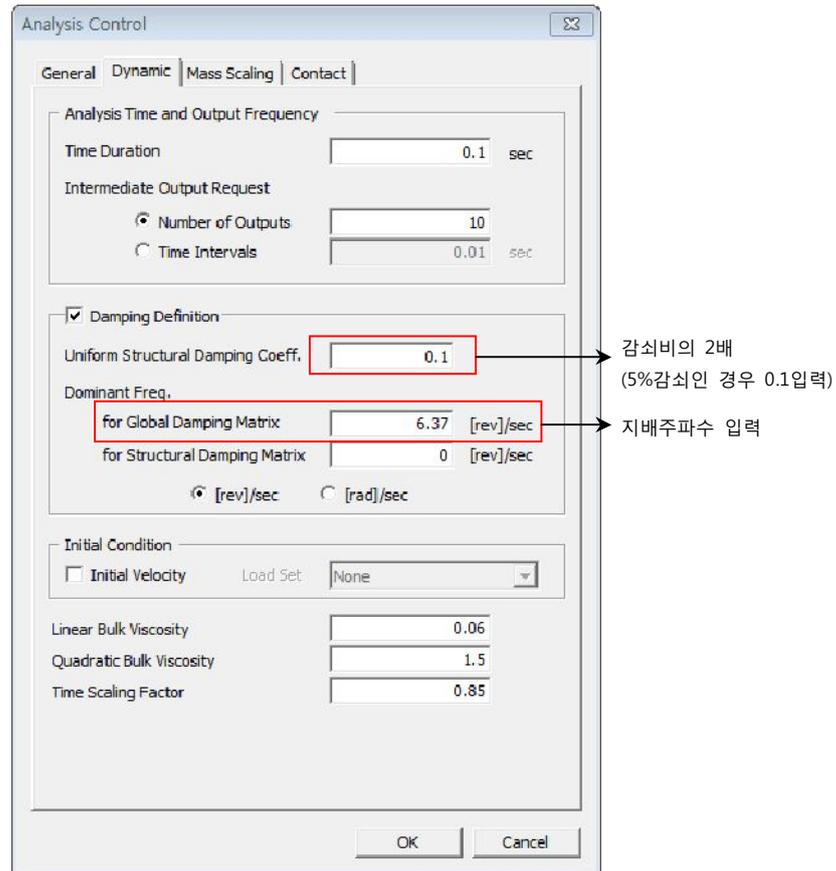


그림 7.7.5 구조물 전체에 대해 구조 감쇠 정의

midas NFX (Designer)에서는 구조물 전체에 대한 동일한 구조감쇠를 적용하고자 하는 경우에는 외연적 비선형 동해석의 해석제어(Analysis Control)의 동적해석 탭에 위치하고 있는 감쇠 정의 그룹을 체크해서 정의할 수 있다.

주요 입력값은 균일 구조 감쇠 계수와 지배주파수의 균일 구조 감쇠 행렬에 대한 값을 입력한다.

균일 구조 감쇠 계수에는 구조물에 적용하고자 하는 감쇠비의 2배 값을 입력하며, 지배주파수의 균일 구조 감쇠 행렬에는 지배진동수를 입력한다.



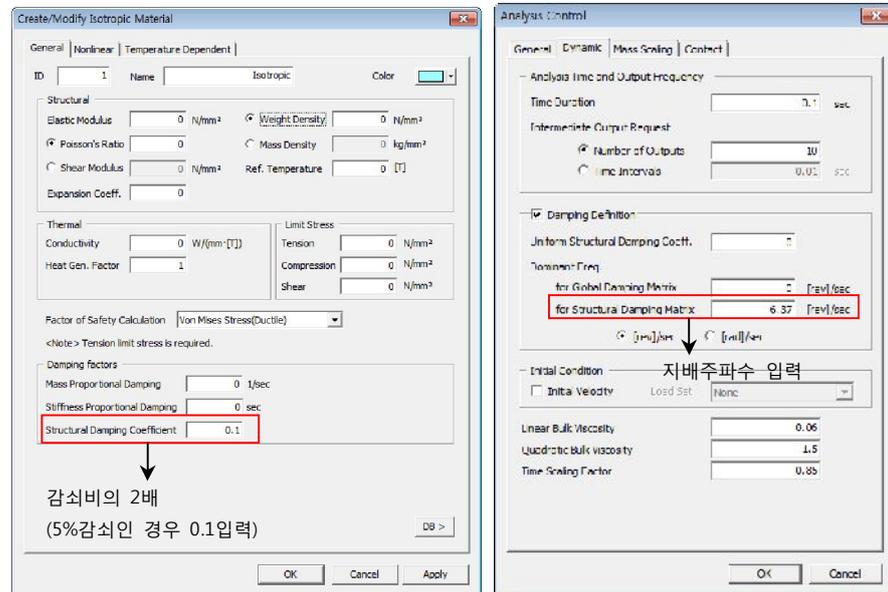


그림 7.7.7 요소별 구조 감쇠 정의

▶ 레일리(Rayleigh) 감쇠

다자유도 시스템에서의 운동 방정식은 다음 식과 표현되며, 여기서 M은 질량행렬, B는 감쇠행렬, K는 강성행렬이다.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = p(t) \tag{7.7.21}$$

- 여기서,  $M$  : 질량행렬
- $C$  : 감쇠행렬
- $K$  : 강성행렬
- $u(t), \dot{u}(t), \ddot{u}(t)$  : 점점의 변위, 속도, 가속도
- $p(t)$  : 동적하중

레일리(Rayleigh) 감쇠는 감쇠행렬을 구조물의 질량행렬(Mass Matrix)와 강성행렬(Stiffness Matrix)의 선형합으로 구성하며 식 7.1.1과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \alpha M + \beta K \tag{7.7.22}$$

레일리(Rayleigh) 감쇠에서 진동수에 따른 감쇠비는 다음 식과 같이 나타낼 수

있다.

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (7.7.23)$$

상기에 식에 나타나듯이 레일리(Rayleigh) 감쇠는  $\alpha$  감쇠(질량 비례형 감쇠)와  $\beta$  감쇠(강성 비례형 감쇠)로 구성되며,  $\alpha$ ,  $\beta$  값이 결정되면 감쇠행렬을 정의할 수 있다.

질량 비례형 감쇠는 점성 감쇠를 표현한 것으로 감쇠 행렬이 질량에 비례한다고 가정하고 있다. 수중장치나 바람의 저항 등을 받는 물체 등 점성감쇠가 지배적인 경우에 적용한다. 만약  $\beta$  감쇠(강성 비례형 감쇠)가 무시된다면 주어진 감쇠비와 진동수값을 기준으로 다음 식을 이용하여  $\alpha$  값을 산정할 수 있다.

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega}, \quad C = \alpha M = 2\xi\omega M = 4\pi f\xi M \quad : \text{질량 비례형} \quad (7.7.24)$$

여기서, $\xi$	: 감쇠비
$\alpha$	: 질량 비례형 감쇠 상수
$C$	: 감쇠행렬
$M$	: 질량행렬
$\omega$	: 진동수
$f$	: 주파수

강성비례형 감쇠는 구조감쇠 혹은 탄성감쇠로 알려져 있으며, 만약  $\alpha$  감쇠(질량 비례형 감쇠)가 무시된다면 주어진 감쇠비와 진동수값을 기준으로 다음 식을 이용하여  $\beta$  값을 산정할 수 있다.

$$\xi = \frac{\beta \cdot \omega}{2}, \quad C = \beta K = \frac{2\xi}{\omega} K = \frac{\xi}{\pi f} K \quad : \text{강성 비례형} \quad (7.7.25)$$

외연적 비선형 동해석을 수행하는 경우에는 일반적으로 질량 비례형 감쇠와 강성 비례형 감쇠를 선형조합하여 사용하지 않고 질량 비례형 감쇠 또는 강성 비례형 감쇠 중 하나를 선택하여 해석을 수행한다.

일반적으로 강성 비례형 감쇠를 사용하는 경우에는 해석 시간을 증가 시키므로 질량 비례형 감쇠를 이용하여 해석을 수행하는 것이 유리하다.

midas NFX (Analyst)에서는 레일리(Rayleigh) 감쇠를 요소별로 적용할 수 있도록 정의되어 있다. 요소별 레일리(Rayleigh) 감쇠는 구조물을 구성하는 특정한 부재에 다른 감쇠를 적용할 수 있는 기능으로, 구조물의 감쇠가 서로 다른 재료가 혼재하는 경우이거나 진동제어 장치가 설치되어 있는 경우에 유용하게 사용할 수 있다.

요소별 레일리(Rayleigh) 감쇠는 재료 물성치 정의시 다음 그림과 같은 항목에 질량 비례형 감쇠 상수 또는 강성 비례형 감쇠 상수를 입력한다.

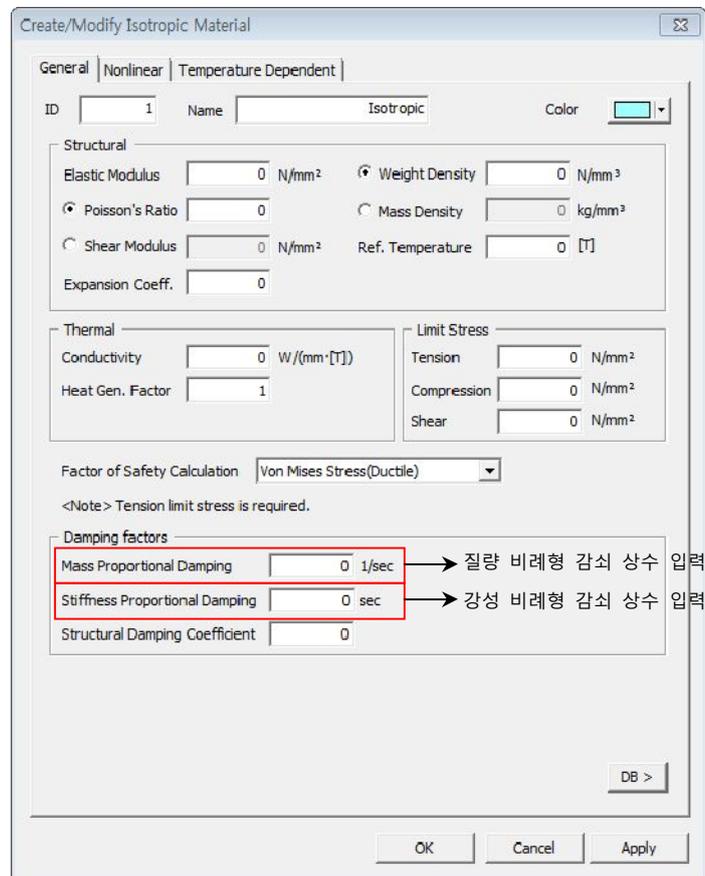


그림 7.7.8 레일리 감쇠 정의

midas NFX (Designer)에서는 레일리 감쇠기능을 지원하지 않는다.

▶ 접촉 유형

접촉해석에서는 두 개의 부품 또는 하나의 부품 내의 다른 부분이 서로 만나는 것 (General Contact), 일체거동(Welded/Bonded Contact), 미끄러짐(Sliding Contact), 부딪힌 후 튀어나오는 것(Rough Contact) 등을 시뮬레이션 할 수 있다. 특히, 부품간에 요소 망의 연결성(Connectivity)이 일치하지 않더라도 일체거동 (Weld) 접촉을 사용하게 되면 쉽게 해석이 가능하다.

표 7.7.6 접촉 유형

구분	General	Weld	Bi-directional Sliding	Rough
Normal Direction	분리이탈	떨어지지 않음	떨어지지 않음	분리 이탈
Tangential Direction	미끄럼 발생 (마찰계수 적용)	떨어지지 않음	미끄럼 발생 (마찰계수 없음)	미끄럼 발생 않음

### ▶ 접촉 정의

접촉해석에 필요한 정보는 앞서 살펴 본 접촉유형 (Contact Type) 과 서로 접촉하게 되는 부분 (Contact Pair)이다.

Midas NFX에서는 접촉해석을 위해 두 가지 방법을 제공한다. 첫 번째 방법은 전처리기에서 사용자가 접촉유형을 정의하고 접촉면을 자동 또는 수동으로 찾는 방법이 있다. 두 번째 방법은 해석기 (Solver) 가 접촉면을 찾고 접촉면 주변 요소들의 물성치로부터 접촉강성을 자동으로 산정해서 해석을 수행하는 방법이다. 접촉해석에 대한 경험과 지식이 충분하고 구조물에 고려 해야 할 접촉대상이 많지 않다면 전자와 같은 방법이 효과적이다. 접촉에 대한 지식과 경험이 부족하거나 구조물에 접촉면을 모형화하기 어려운 경우, 요소 망 사이의 연결성이 일치되지 않는 구조물의 선형해석에서는 후자의 방법이 편리할 수 있다. Midas NFX에서 접촉해석을 위한 접촉면 정의 방법은 수동접촉 정의 및 자동접촉 정의를 이용하여 지정할 수 있다.

#### • 수동접촉 정의 방법

수동 접촉 정의는 다음과 절차를 이용하여 정의할 수 있다.

- ① Analysis >> Contact >> Manual Contact Pair ...
- ② Name 정의
- ③ 접촉 정의 선택
  - 면-면 접촉(surface to surface contact), 점-면 접촉(node to surface contact), 선-선 접촉(edge to edge contact) 선택
- ④ 접촉 유형 선택
- ⑤ 접촉면(Contact Pair) 정의
  - 주접촉면(master)와 종속접촉면(slave)를 정의
  - 종속접촉면은 주접촉면에 침투할 수 없으며, 주접촉면은 종속접촉면에 침투할 있다는 제한 조건이 있으며, 조밀한 요소망에서는 큰 차이가 없지만, 성긴 요소망에서는 결과차이가 클수 있음
  - 강제면은 주접촉면, 블록한 면과 조밀한 요소망은 종속접촉면으로 정의
- ⑥ 접촉 파라미터 정의

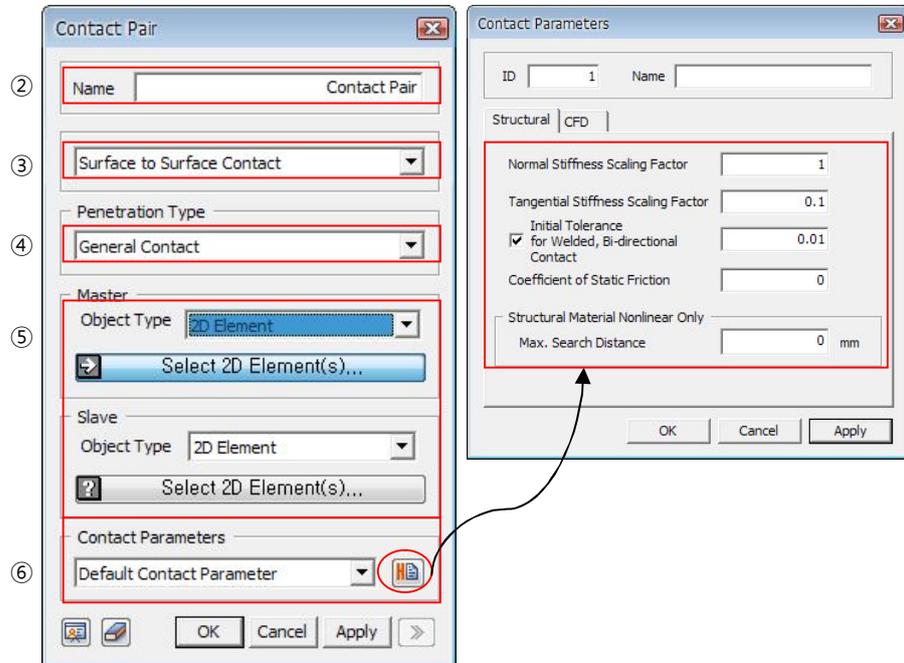


그림 7.7.9 수동 접촉 정의 절차

#### • 자동접촉 정의 방법

자동 접촉 정의는 다음과 절차를 이용하여 정의할 수 있다.

- ① Analysis >> Analysis Case ...
- ② Analysis Case Manager 창에서 Add... 또는 Modify ... 선택
- ③ Add/Modify Analysis Case 창에서 Analysis Control 선택
- ④ Analysis Control 창에서 Contact 탭 선택
- ⑤ 접촉 유형(Penetration Type) 선택
- ⑥ 접촉 요소망 세트 정의
- ⑦ 접촉 파라미터 정의
- ⑧ Add 버튼 클릭

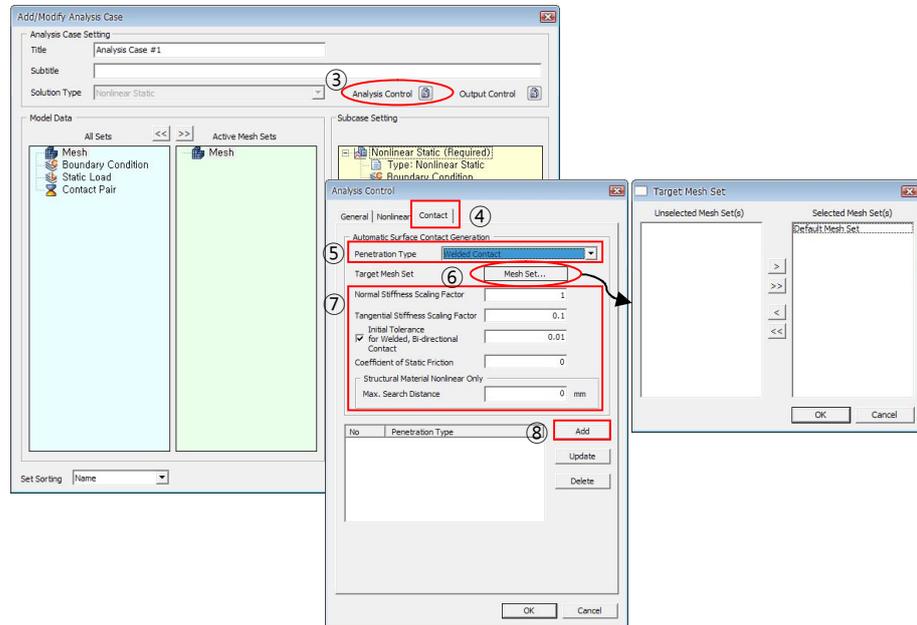


그림 7.7.10 자동 접촉 정의 방법

• 해석 실행 조건 설정

해석 대상물에 대한 유한 요소모델이 완성되고 필요한 동적하중조건과 해석 모델에 적합한 접촉조건이 지정되었다면, 비선형 과도응답해석을 실행할 준비가 된 상태이다. 비선형 과도응답해석은 시간에 따라 작용하는 동적하중을 고려한 해석으로 해석 시간을 설정해야 하며, 또한 초기 속도를 고려하는 경우나 구조 감쇠를 이용하는 경우에 해석 제어(Analysis Control) 창에서 설정하여야 한다.

▶ 동적해석 탭

동적해석 탭에서는 해석 시간 설정 및 결과물의 빈도수를 설정할 수 있으며, 구조감쇠를 사용할 경우에 감쇠를 정의할 수 있다. 또한 초기 속도를 하중으로 적용하는 경우에 초기 속도를 설정할 수 있다. 상기의 옵션들은 다음 그림과 같은 방법으로 설정할 수 있다. midas NFX (Designer)에서는 초기 속도를 동적하중 리본메뉴에서 설정한 후, 해석케이스에서 따로 설정해 줄 필요가 없다.

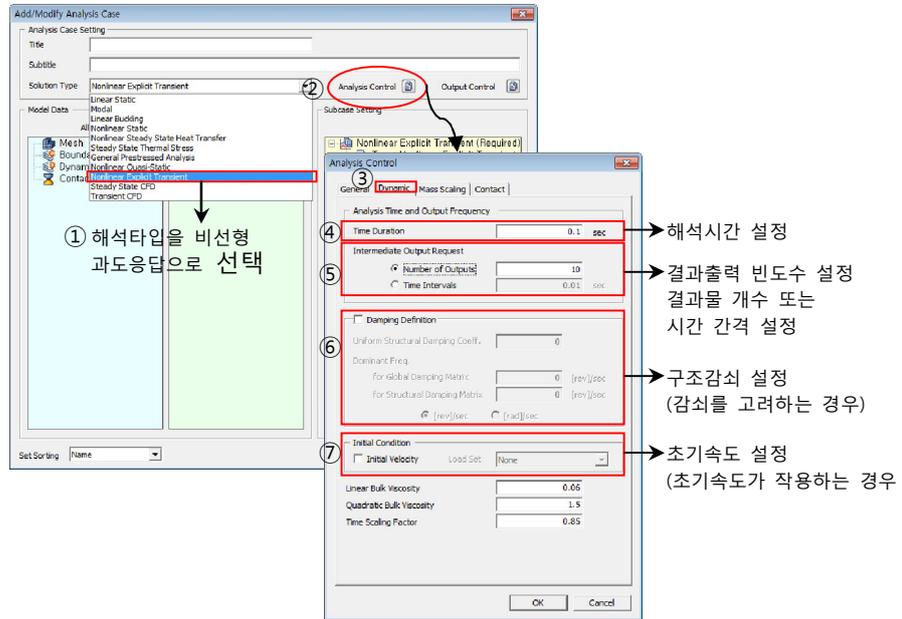


그림 7.7.11 midas NFX (Analyst) 해석 실행 조건 정의

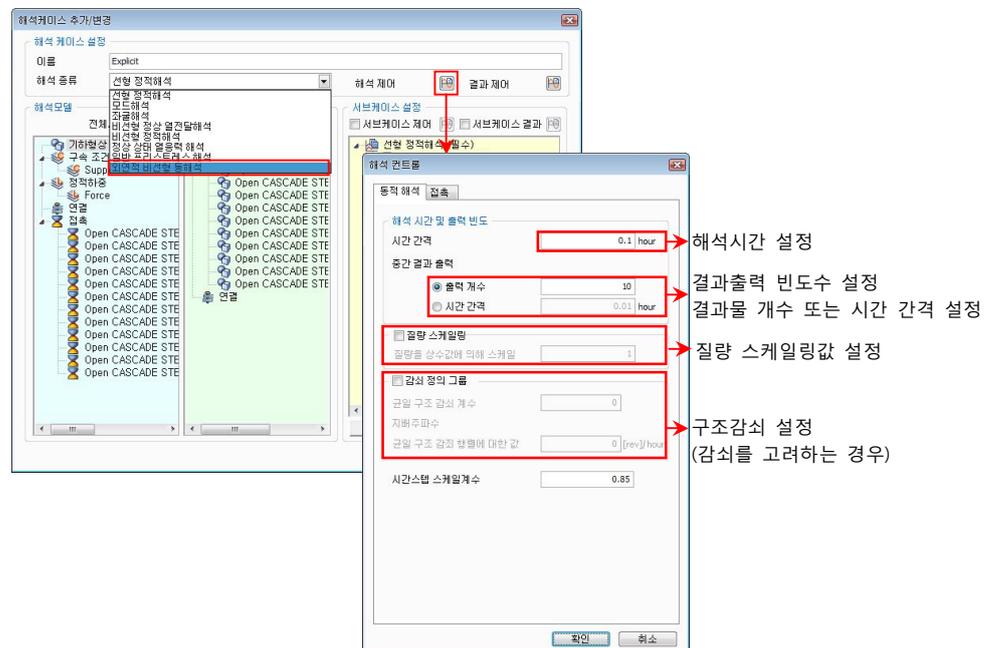


그림 7.7.12 midas NFX (Designer) 해석 실행 조건 정의

### 1) 해석 시간 설정 및 결과물의 출력 빈도수

midas NFX (Analyst)에서는 해석 시간 설정과 결과물의 출력 빈도수는 해석 제어(Analysis Control)창의Dynamic 탭에 위치하고 있는 Analysis Time and Output Frequency에서 설정한다.

Time Duration은 실제 물리적 시간으로 해석 대상물의 해석 시간을 설정하는 부분으로 설정한 시간까지 해석이 수행된다. 시간의존함수가 1초까지 정의되더라도 Time Duration이 0.1초 정의되면 해석은 0.1까지 수행한다. 일반적으로 충돌(Crash) 또는 충격(Impact) 해석을 수행하는 경우 아주 작은 시간으로 설정된다. Intermediate Output Request에서는 결과물의 출력 빈도수를 설정한다. 결과물의 출력 빈도수는 결과물의 개수(Number of Outputs) 또는 시간 간격(Time Intervals) 중 하나를 선택한다. 대상 해석의 결과물은 사용자가 정의한 빈도수만큼 출력된다. 그러므로 결과물의 개수를 작게 주거나 시간 간격을 크게 설정한 경우에는 사용자가 원하는 시간에서 결과물을 나타내지 않는 경우가 발생할 수 있으며, 또한 최대 값이 누락하는 경우도 발생할 수 있다. 결과물 출력 빈도수에 따른 차이는 다음 그림 7.7.13에서 확인할 수 있다. 결과물 출력 빈도수는 일반적으로 변형 형상만 검토하고자 하는 경우에는 10~100개의 결과가 출력되도록 설정할 수 있으며, 시간이력 그래프를 생성해야 할 경우에는 1,000~100,000개의 빈도수로 출력할 수 있도록 설정하도록 한다.

midas NFX (Designer)에서는 해석 시간 설정과 결과물의 출력 빈도수는 해석 제어(Analysis Control)창의 동적해석 탭에 위치하고 있는 해석 시간 및 출력 빈도에서 설정한다.

시간 간격은 실제 물리적 시간으로 해석 대상물의 해석 시간을 설정하는 부분으로 설정한 시간까지 해석이 수행된다. 시간의존함수가 1초까지 정의되더라도 시간 간격이 0.1초 정의되면 해석은 0.1까지 수행한다. 일반적으로 충돌(Crash) 또는 충격(Impact) 해석을 수행하는 경우 아주 작은 시간으로 설정된다.

중간 결과 출력에서는 결과물의 출력 빈도수를 설정한다. 결과물의 출력 빈도수는 결과물의 출력 개수 또는 시간 간격 중 하나를 선택한다. 대상 해석의 결과물은 사용자가 정의한 빈도수만큼 출력된다. 그러므로 결과물의 개수를 작게 주거나 시간 간격을 크게 설정한 경우에는 사용자가 원하는 시간에서 결과물을 나타내지 않는 경우가 발생할 수 있으며, 또한 최대 값이 누락하는 경우도 발생할 수 있다. 결과물 출력 빈도수에 따른 차이는 다음 그림 7.7.13에서 확인할 수 있다. 결과물 출력 빈도수는 일반적으로 변형 형상만 검토하고자 하는 경우에는 10~100개의 결과가 출력되도록 설정할 수 있으며, 시간이력 그래프를 생성해야

할 경우에는 1,000~100,000개의 빈도수로 출력할 수 있도록 설정하도록 한다.

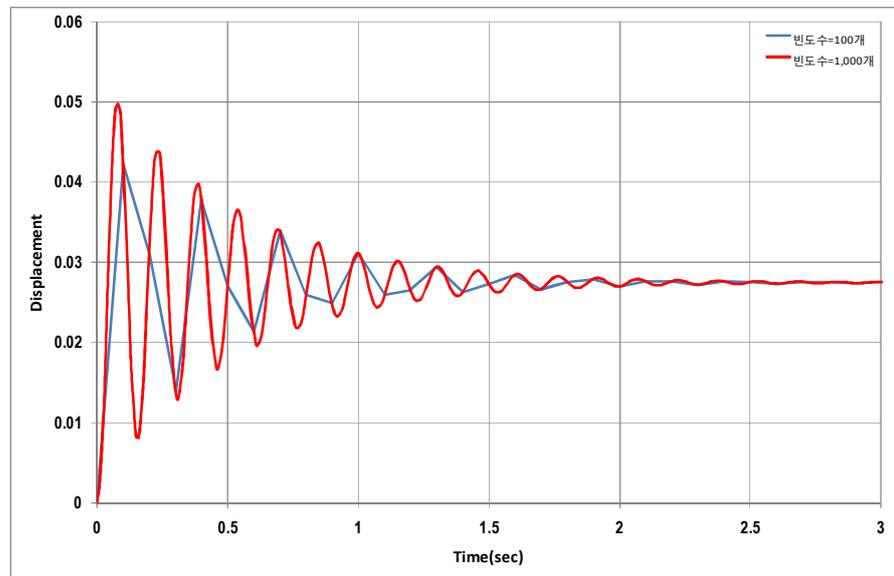


그림 7.7.13 결과 출력 빈도수에 따른 결과 그래프 비교

#### 2) 구조감쇠 설정

대상 해석모델에 구조감쇠를 적용하는 경우에 설정한다. 설정 방법은 감쇠부분에서 서술한 구조감쇠에 대한 사항을 참조하여 입력한다.

#### 3) 초기속도 설정

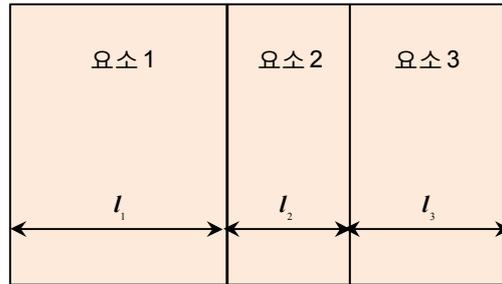
midas NFX (Analyst)에서는 대상 해석모델에 초기속도를 고려해야 할 경우에 Initial Velocity를 체크하고 Analysis > Dynamic Load > Initial Nodal Velocity... 에서 정의한 초기속도를 선택한다. 초기속도를 고려하기 위해서는 사전에 초기속도에 대한 하중이 정의되어 있어야 한다.

midas NFX (Designer)에서는 모델 > 동적하중 > 초기 이동 속도...에서 정의를 할 수 있다.

#### 4) Mass Scaling 탭(질량 스케일링)

외연적 비선형 동해석의 시간 간격은 재료 물성치(탄성 계수, 포아송 비, 재료의 밀도)와 요소의 최소 길이로 정의된다. 이렇게 정의된 시간 간격은 상당히 작은

시간 간격으로 계산이 되며, 이로 인해 해석 시간이 증대한다. 일반적인 평면 요소의 경우에는 다음과 같이 시간 간격이 산정된다.



$$\Delta t = 0.85 \Delta t_{cr} = 0.85 \frac{l_{\min}}{c} = \frac{l_2}{c} \quad (7.7.26)$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}} \quad (7.7.27)$$

상기의 식으로 정의되는 시간 간격은 미소한 값으로 해석 시간이 증가하는 경향을 나타내기 때문에, 추가적인 질량 밀도를 입력하여 시간 간격을 사용자가 원하는 시간으로 정의할 수 있다. 상기의 식에 따르면, 질량 밀도를 증가하면  $c$  값이 감소하며, 이로 인하여 시간 간격을 증가시킬 수 있다. 이러한 과정을 질량 스케일링이라고 정의한다. 질량 스케일링은 사용자가 대상 모델에 적용하고자 하는 시간 간격을 입력하며, 다음 식을 이용하여 대상 모델에 질량을 추가 입력하는 방식을 적용한다.

$$\left( \frac{\Delta t_{\text{specified}}}{l_i} \right)^2 = \frac{(1-\nu^2)\rho_i}{E} \quad (7.7.28)$$

$$\rho_i = \frac{(\Delta t_{\text{specified}})^2 E}{l_i^2 (1-\nu^2)} \quad (7.7.29)$$

midas NFX (Analyst)에서 Mass Scaling은 비선형 과도응답해석 조건에서 해석 제어(Analysis Control)에 위치하고 있는 Mass Scaling탭에서 정의할 수 있다.

Mass Scaling방법은 2가지 방법이 있다. 첫번째는 질량을 일정 비례로 추가하는

Scale Mass by Constant Factor 방법이 있으며, 두번째는 사용자가 시간 간격을 정의하는 Scale Mass to Target Time Step 방법이 있다.

midas NFX (Designer)에서 질량 스케일링은 외연적 비선형 동해석 조건에서 해석 제어(Analysis Control)에 위치하고 있는 질량 스케일링에서 정의할 수 있다.

midas NFX (Designer) 질량 스케일링 방법 중 질량을 일정 비례로 추가하는 질량을 상수값에 의해 스케일하는 방법을 사용하고 있다.

1) Scale Mass By Constant Factor of 비례상수(질량을 상수값에 의해 스케일)

본 방법은 대상 모델의 질량을 입력하는 비례상수만큼 증가시켜서 시간 간격을 증가시키는 방법이다. 입력방법은 다음과 같은 절차를 통하여 정의할 수 있다.

▶ midas NFX (Analyst)

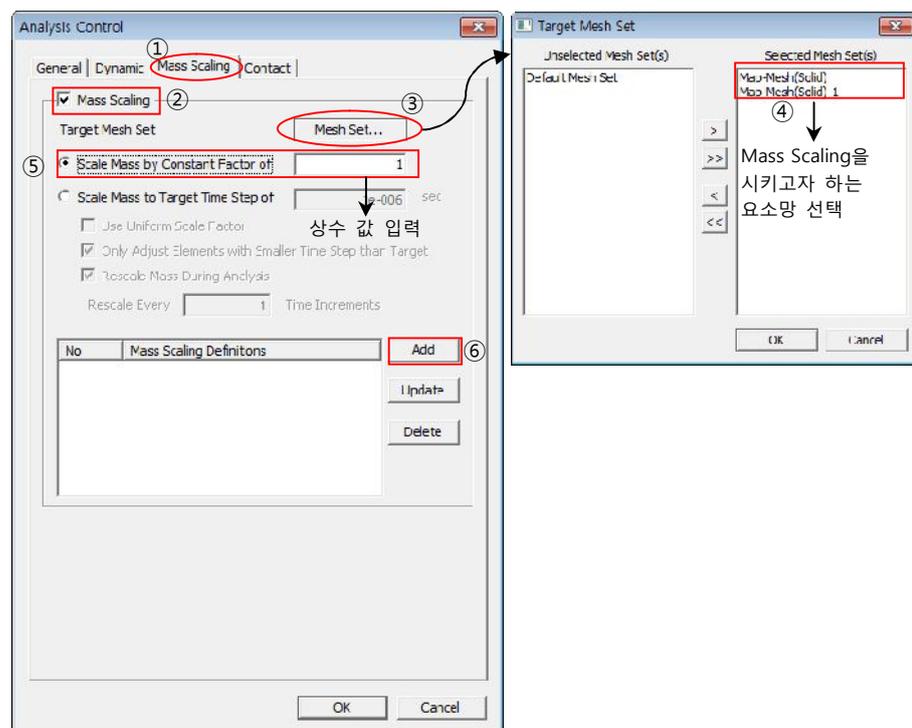


그림 7.7.14 비례 상수 입력에 의한 Mass Scaling

▶ midas NFX (Designer)

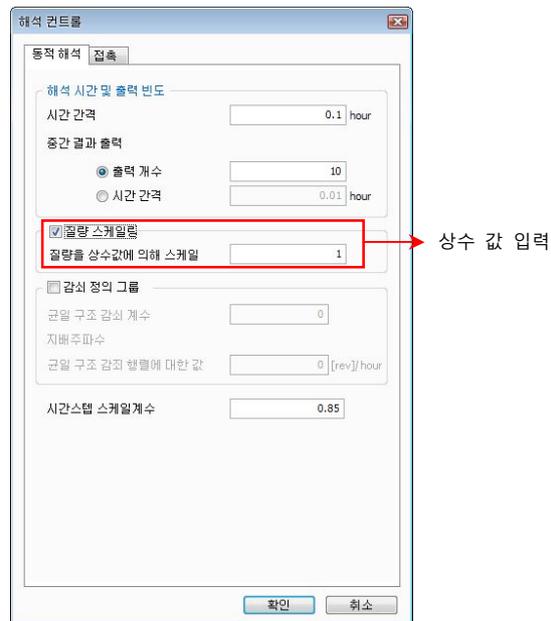


그림 7.7.15 비례 상수 입력에 의한 Mass Scaling

2) Scale Mass to Target Time Step of 사용자 정의 시간

본 방법은 사용자가 시간 간격을 정의하여 입력하는 방법이다. 사용자가 시간 간격을 정의하는 경우에는 대상 모델 전체에 적용하는 경우와 대상 모델에서 정의되는 시간 간격 중 사용자가 정의한 시간보다 작은 요소망을 대상으로 시간 간격을 조정하는 방법이 있다. 본 방법은 다음과 같은 절차를 통하여 정의할 수 있다. midas NFX (Designer)에서는 이 기능을 지원하지 않는다.

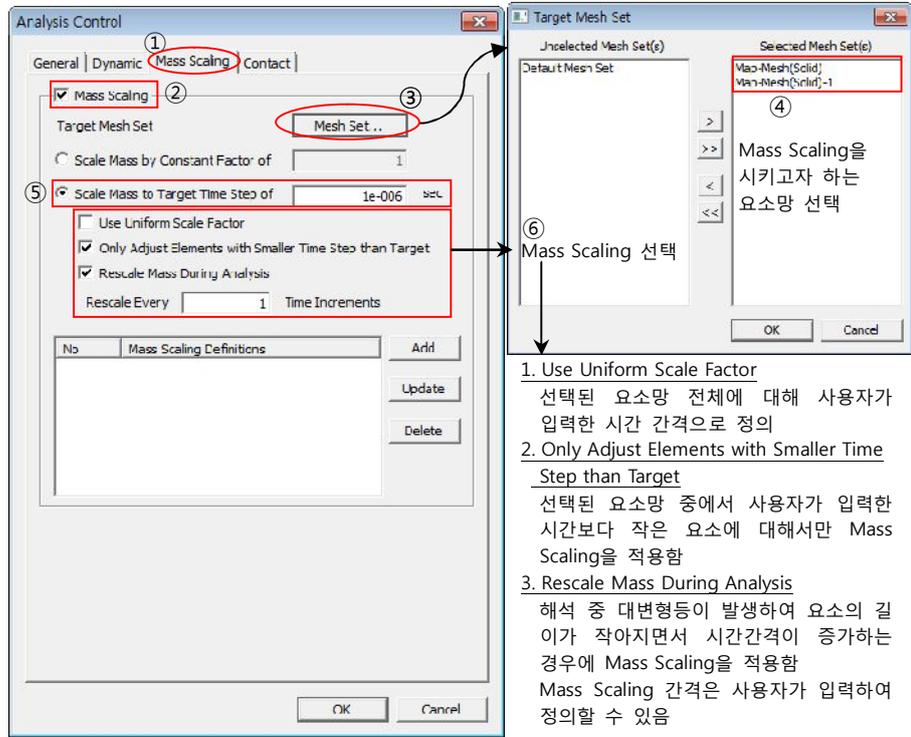


그림 7.7.16 시간 간격 입력에 의한 Mass Scaling

- 외연적 비선형 동해석의 결과  
 외연적 비선형 동해석에서 계산되는 결과는 다음 표와 같은 항목들이 있다.

구 분	감쇠비
절점 결과	변위, 속도, 가속도 등
요소 결과	에너지, 응력, 부재력 등

기본적으로 사용자가 정의한 출력 빈도수마다 결과가 출력되므로, 출력 빈도수를 너무 작게 지정하면 중요한 피크응답이 누락될 수도 있으므로 주의가 필요하다. 또한 midas NFX (Designer)에서 결과물은 시간에 따른 구조물의 응답으로

주메뉴의 Result > Extract Result...를 이용하여 결과를 검토하는 것이 편리하다.  
 다음 절차를 이용하여 주요 결과를 검토한다.

