

확률과 통계 5주차 과제 모범답안

1. 산업로봇이 주어진 업무를 완수하는 확률은 p 라고 한다. 동일한 업무를 반복적으로 수행할 때 완수하는 횟수의 평균은 18, 분산은 1.8 이라고 한다. 이 로봇을 이용하여 주어진 업무를 5회 수행할 때, 4번 이상 완수할 확률을 구하라. (5점)

업무 완수 확률 = p

동일한 업무를 반복적으로 수행 $\Rightarrow X \sim \text{Bin}(n, p)$

$E(X) = np = 18, \text{Var}(X) = np(1-p) = 1.8$ 이므로 $p = 0.9$

업무를 5회 수행할 때 4번 이상 완수할 확률은 $P(X \geq 4)$

$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5)$

$$= \binom{5}{4} \cdot (0.9)^4 \cdot (0.1)^1 + \binom{5}{5} \cdot (0.9)^5 \cdot (0.1)^0 = 0.91854$$

2. 캔 커피 생산 공정에서 시간당 10,000 개의 캔을 생산하는데, 그 중에서 300개는 양이 부족하여 불합격품이다. 한 시간 동안 생산된 캔 중에서 30개를 임의로 선택하여 양을 측정하였다. 확률변수 X 는 선택된 캔 중에서 불합격 판정을 받은 캔의 수이다. 2개 이상의 캔이 불합격 판정을 받을 확률을 구하라. (5점)

시간당 10,000개의 캔을 생산 $\Rightarrow N = 10000$

불합격품 $\Rightarrow k = 300$

30개를 임의로 선택 $\Rightarrow n = 30$

확률변수 X 는 초기하분포를 따르므로 $X \sim \text{Hyper}(10000, 300, 30)$

2개 이상의 캔이 불합격 판정을 받을 확률 $\Rightarrow P(X \geq 2)$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{\binom{300}{0} \binom{10000-300}{30-0}}{\binom{10000}{30}} - \frac{\binom{300}{1} \binom{10000-300}{30-1}}{\binom{10000}{30}} \\ &= 1 - (0.4004669 + 0.3726814) = 0.2268517 \end{aligned}$$

3. 자동차 A/S 센터에 찾아오는 고객의 수는 포아송 분포를 따른다고 가정을 한다. 이때 시간당 평균 방문 고객의 수는 6 명이다. 다음의 문제에 답하라. (각 2.5점)

시간당 평균 방문 고객의 수 $\Rightarrow X \sim \text{Poisson}(6t)$

(1) 두 시간동안 10 명의 고객이 방문하는 확률을 구하라.

두 시간 이므로 $t = 2$ 대입,

$X \sim \text{Poisson}(12)$

10 명의 고객이 방문하는 확률 : $P(X = 10)$

$$P(X = 10) = \frac{e^{-12}(12)^{10}}{10!} = 0.1048373$$

(2) 업무 개시 후 30분 동안 고객이 한 명도 오지 않는 확률을 구하라.

30분 동안이므로 $t = 0.5$ 대입,

$X \sim \text{Poisson}(3)$

고객이 한 명도 오지 않는 확률 : $P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3}(3)^0}{0!} = 0.04978707$$

4. 생산된 제품은 규격 범위 (998 ~ 1002) 내에 있으면 합격이고 그렇지 않은 경우에는 불합격 처리된다. 이 공정은 정규분포를 따르고 평균은 1000.7이고 표준편차가 1.0 이다. 이 공정의 제품 합격률을 계산하라. (5점)

이 공정의 평균은 1000.7이고 표준편차가 1.0 $\Rightarrow X \sim N(1000.7, 1)$

합격률을 계산하면

$$\begin{aligned} P(998 < X < 1002) &= P\left(\frac{998 - 1000.7}{1} < Z < \frac{1002 - 1000.7}{1}\right) \\ &= P(-2.7 < Z < 1.3) \\ &= F(1.3) - F(-2.7) \\ &= 0.9032 - 0.0035 = 0.8997 \end{aligned}$$