

# 진동이 멈추질 않는 탯일까?

엔진 진동 기반 고유진동수 튜닝 압전 에너지 하베스터

- 2020078795 박한별
- 2021029434 설수빈

# 목차

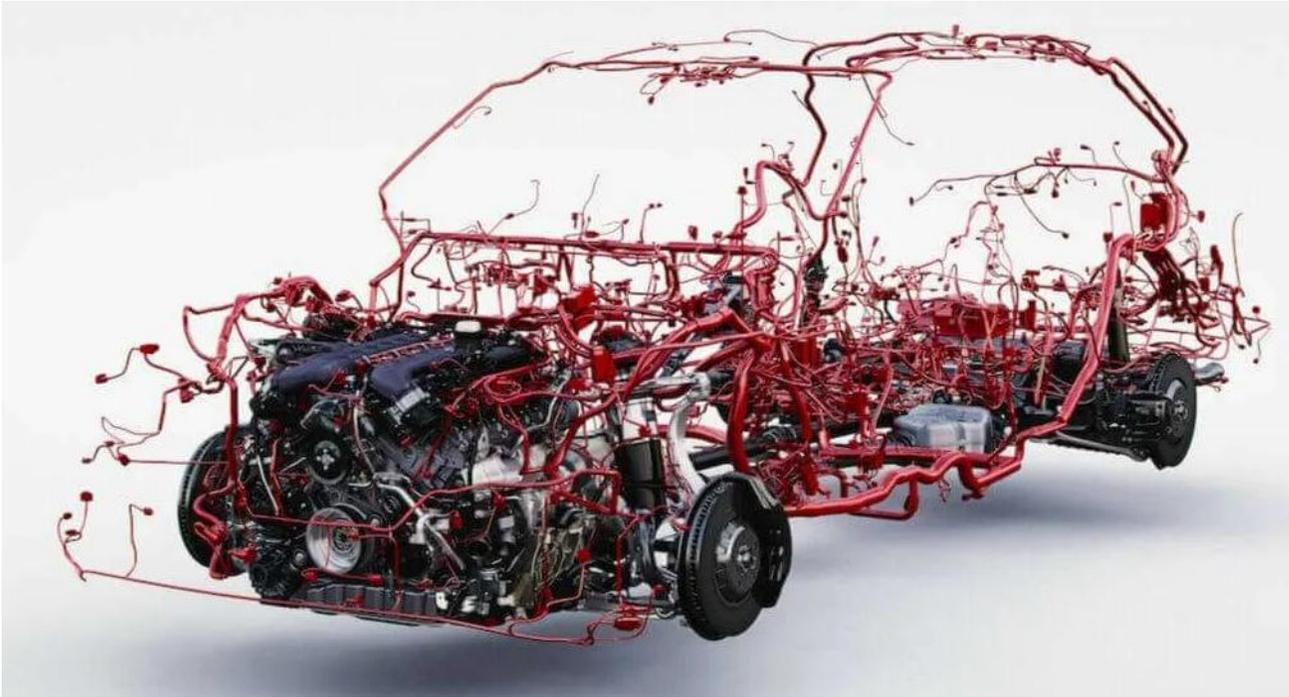
table of contents

- 1 서론 및 설계 목표 (Project Overview & Design Strategy)
- 2 모델링 및 유효성 검증 (Physics Modeling & Validation)
- 3 파라메트릭 스터디 (Optimization Study: Effect of Tip Mass & Length)
- 4 결과 분석 및 고찰 (Critical Analysis & Conclusion)

# 1

## Project Overview & Design Strategy

---



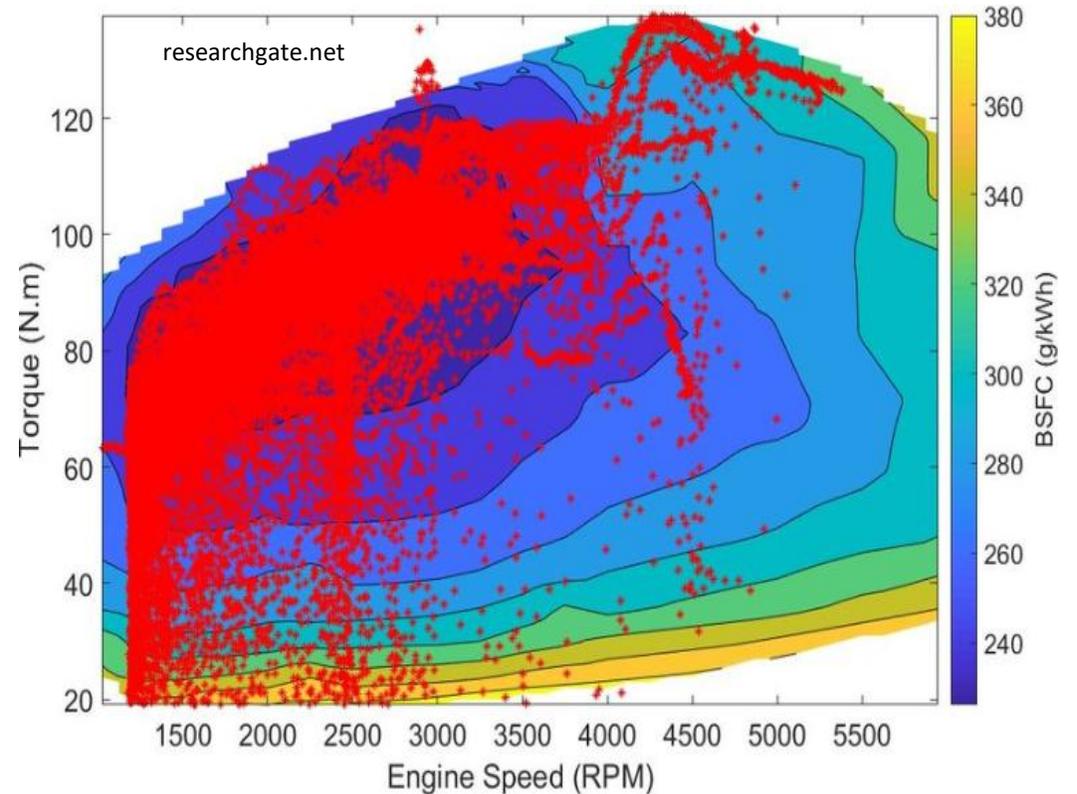
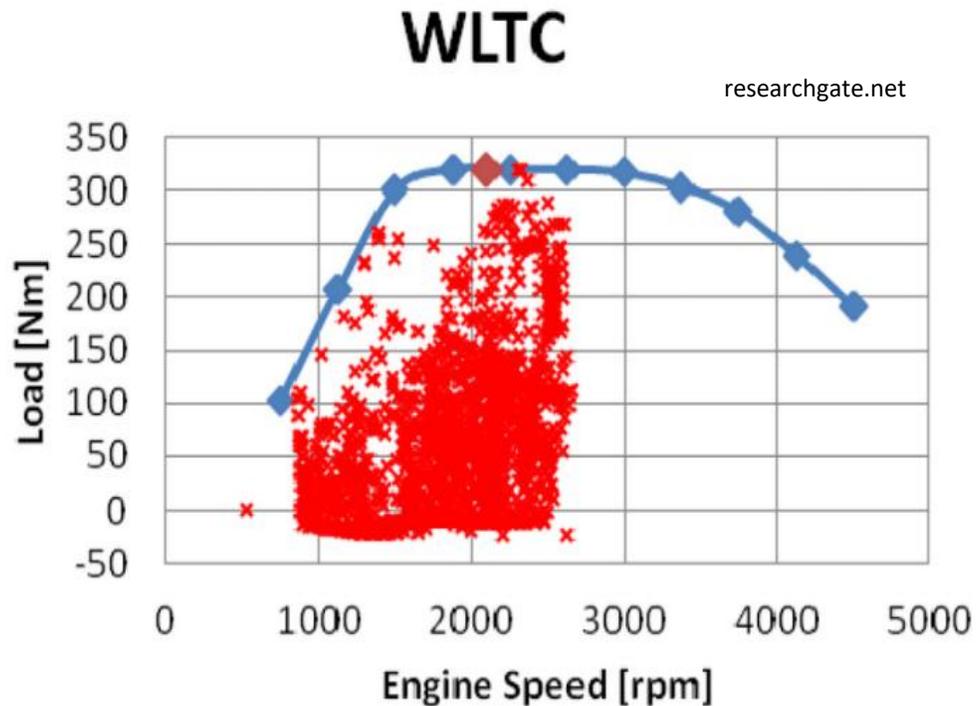
## 자동차의 전장화

- 차량 경량화의 최대 걸림돌, 와이어링 하니스 (Wiring Harness)
  - ✓ 전선 가닥 수: **3,000+** ea
  - ✓ 총 길이: **4km+**
  - ✓ 무게: **60kg** (경량화 저해)
- 센서 급증 → 배선 중량 증가 & 설계 복잡도 심화

- 무선 센서 도입? → 배터리 문제 발생 → **엔진 진동 하베스터**가 좋은 대안
- 솔루션: **자가 발전형 센서 (Self-powered Sensor)**
  - **핵심 기술:** 버려지는 엔진 진동 → 전력 변환 (압전효과)
  - **기대 효과:** 배터리 교체 **NO**, 유선 연결 **NO**

## 타겟 소스 분석

- 주요 운전점: 1500 ~ 2500 RPM
- 연비 효율이 가장 높은 Sweet Spot(2000 RPM ~ 2500 RPM)을 적극 활용



## Part 1 Project Overview & Design Strategy

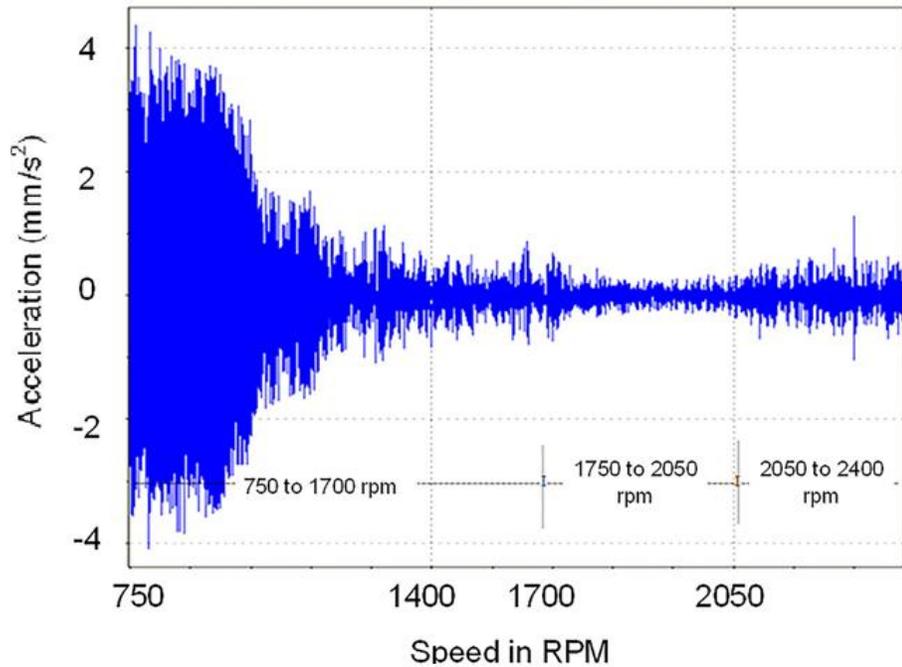


FIG. 2. Recorded vibrations at different speeds of the engine.

- **Low RPM:** 최대 진폭 발생 → 발생 빈도 낮음
- **2,000 RPM:** 최빈 주행 구간 → 실용 발전량 극대화

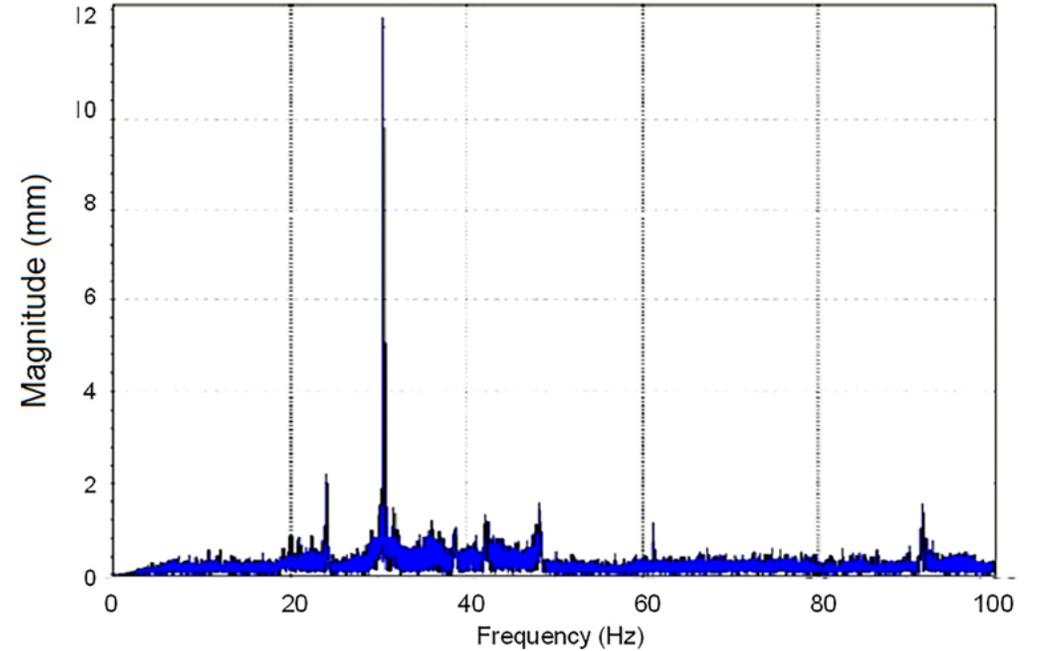
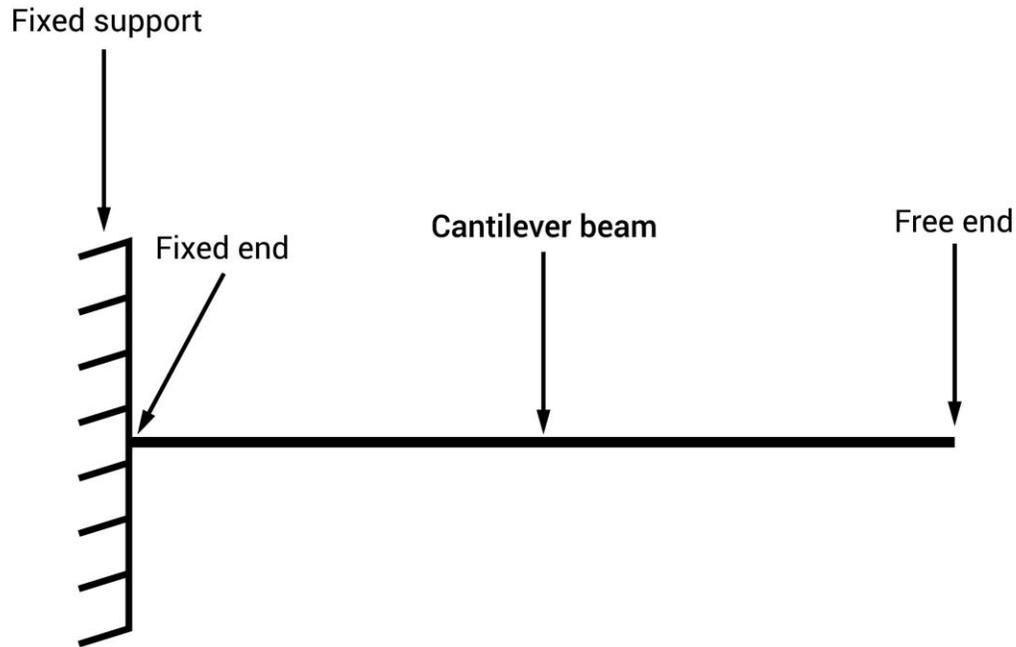


FIG. 9. FFT response of the cantilever beam showing the 1st natural frequency of 31.63 Hz.

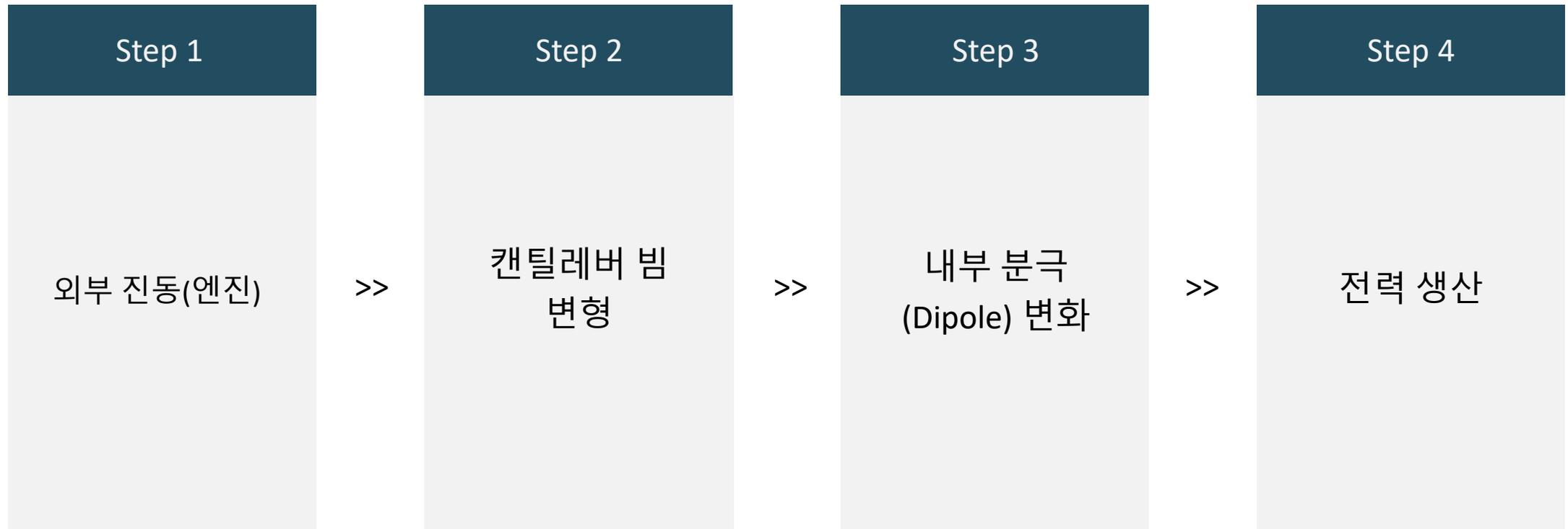
- $f_{target}$ : 31.69Hz (참고문헌 1)
- **Strategy:** 빔의 고유진동수( $f_n$ )를 2,000 RPM 주파수 대역에 튜닝



## 핵심 설계 전략

- 빔의 강성( $k$ )을 낮추거나 질량( $m$ )을 높여야 함 ( $\omega_n = \sqrt{k/m}$ )
- 강성을 낮추려면 빔을 길게 만들어야 하는데, 이는 차량용 부품의 '소형화 요구'와 상충
- **Strategy:** 길이는 짧게 유지하면서도 '저주파 공진을 달성하기 위해 **Tip Mass(끝단 질량)** 최적화를 수행

## 전력 생산과정 흐름도



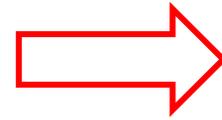
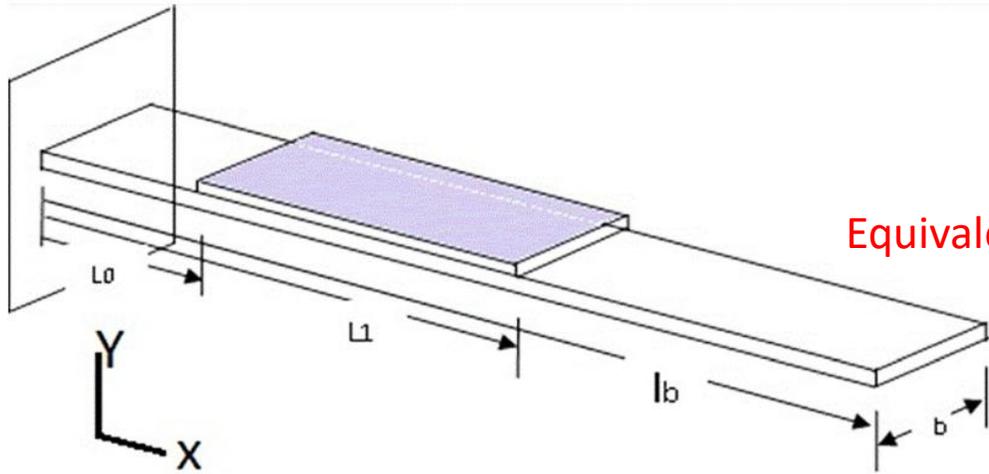
# 2

## Physics Modeling & Validation

---

# 시스템 정의

Physical System (Distributed Model)



Equivalent Transformation (1st Mode Only)

Equivalent Model (Lumped Parameter)

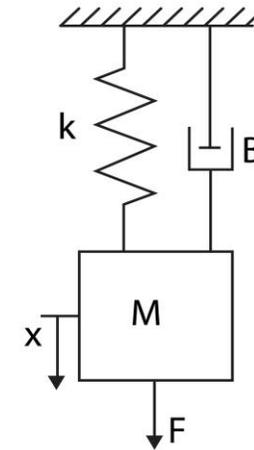


FIG. 3. Piezoelectric cantilever beam based harvester.

- 질량( $m$ ):  $M_{eq}$  (Effective Mass of Beam + Tip Mass)
- 스프링( $k$ ):  $k_{eq}$  (Stiffness of Composite Beam)
- 댐퍼( $b$ ):  $b_{total} = b_{mech} + b_{elec}$  (기계적 마찰 + 압전 전기적 감쇠)

## 모델링 가정

- **Beam Theory:** Euler-Bernoulli Beam Theory 적용
  - *근거:* 빔의 길이 대 두께 비(Aspect Ratio)가 충분히 커서 전단 변형(Shear Deformation) 무시 가능
- **Material:** Linear Elasticity & Perfect Bonding
  - *근거:* 미세 진동 영역이므로 재료의 소성 변형이나 층간 분리는 고려하지 않음
- **Damping:** Viscous Damping Model
  - *특이사항:* 감쇠비( $\zeta$ )는 문헌 데이터 부재로 인해 실험적 변위 데이터를 기반으로 역산하여 적용함

## 기계적 모델: 고유 진동수 유도

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}}$$

- 고유 진동수: 강성( $k$ )과 질량( $m$ )의 비율

$$\omega_n \approx \sqrt{\frac{3EI}{L^3 \cdot (0.24m_{beam} + M_{tip})}}$$

- $L^3$ :  $L \downarrow \rightarrow \omega_n$  급상승 (원치 않는 결과)
  - $M_{tip}$ :  $M_{tip} \uparrow \rightarrow \omega_n$  하강 (목표 달성)
- 목표 주파수 유지를 위해 길이를 줄이고 팁 매스를 추가

# 전기-기계 결합 및 개방전압 유도

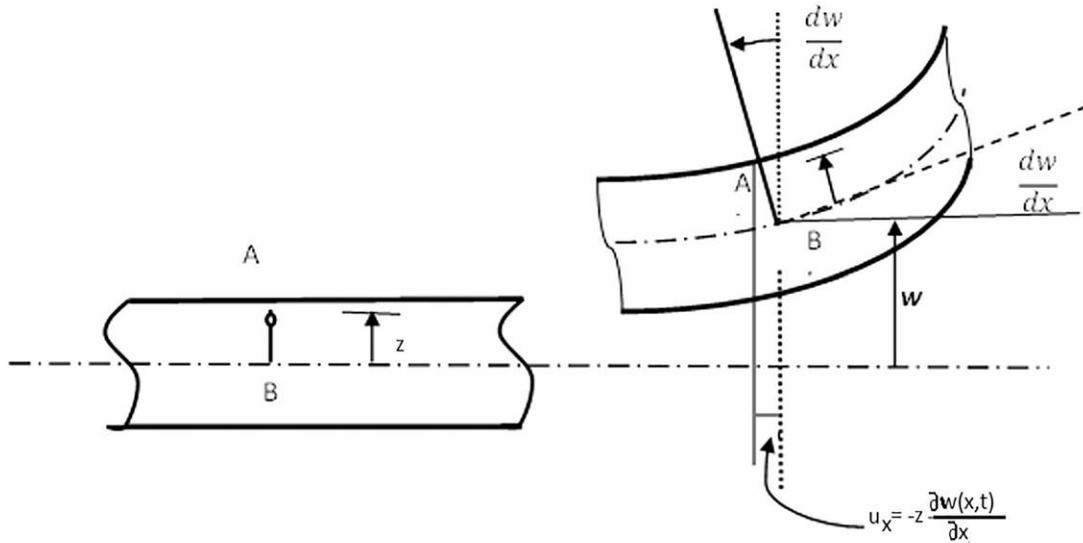


FIG. 4. Cantilever beam in bending.

$$V_m = \frac{\omega b h e_{31} [\theta(l_0) - \theta(l_1)] R}{2 \left( 1 + \frac{b L \epsilon_{33} \omega R}{\Delta} \right)}$$

$$V_{\text{analytic,OC}} = \lim_{R \rightarrow \infty} V_m \approx \frac{h e_{31} [\theta(l_0) - \theta(l_1)] \Delta}{2 L \epsilon_{33}}$$

$\omega$ (rad/s)	진동수
$b$ (mm)	빔/압전소자 너비
$h$ (mm)	빔 두께
$e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	압전 상수
$\theta$	기울기 ( $\frac{\partial z}{\partial x}$ )
$l_0$ (mm)	압전소자 시작 위치
$l_1$ (mm)	압전소자 끝단 위치
$R$ ( $\Omega$ )	부하 저항
$L$ (mm)	빔 길이
$\Delta$ (mm)	압전소자 두께
$\epsilon_{33}$ (F/m)	유전율

- 소자 고유 성능 확인을 위해 **Open Circuit** ( $R \rightarrow \infty$ ) 조건 적용
- **극한(Limit) 적용 시:** 분모의 이 무시되고 이 약분됨
- 이 식을 통해 외부 회로 변수(R) 없이 구조적 변수와 물성치만으로 이론적인 최대 전압을 산출

## 파라미터 설정

- 참고 문헌의 실험값 기반으로 설정
- Damping ratio(감쇠비)는 문헌 데이터가 없어 실험값을 역산하여 적용함

TABLE II. Material properties of the piezoelectric material: PZT-5A4E from Piezo Systems, Inc.

S. No.	Parameters	Values
1	Young's modulus (GPa)	
	$E_{11}$	50
	$E_{33}$	62
2	Poisson's ratio ( $\mu s$ )	0.3
3	Density $\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	7500
4	Piezoelectric constants ( $\times 10^{-12}$ m/V)	
	$d_{31}$	-320
	$d_{33}$	650
5	Coupling coefficients	
	$k_{31}$	0.44
	$k_{33}$	0.75
6	Relative dielectric constant, $\epsilon_{33}$	3400
7	Mechanical quality factor, $Q_m$	32
8	Length $\times$ width (mm)	$64 \times 20$
	Thickness (mm)	0.19

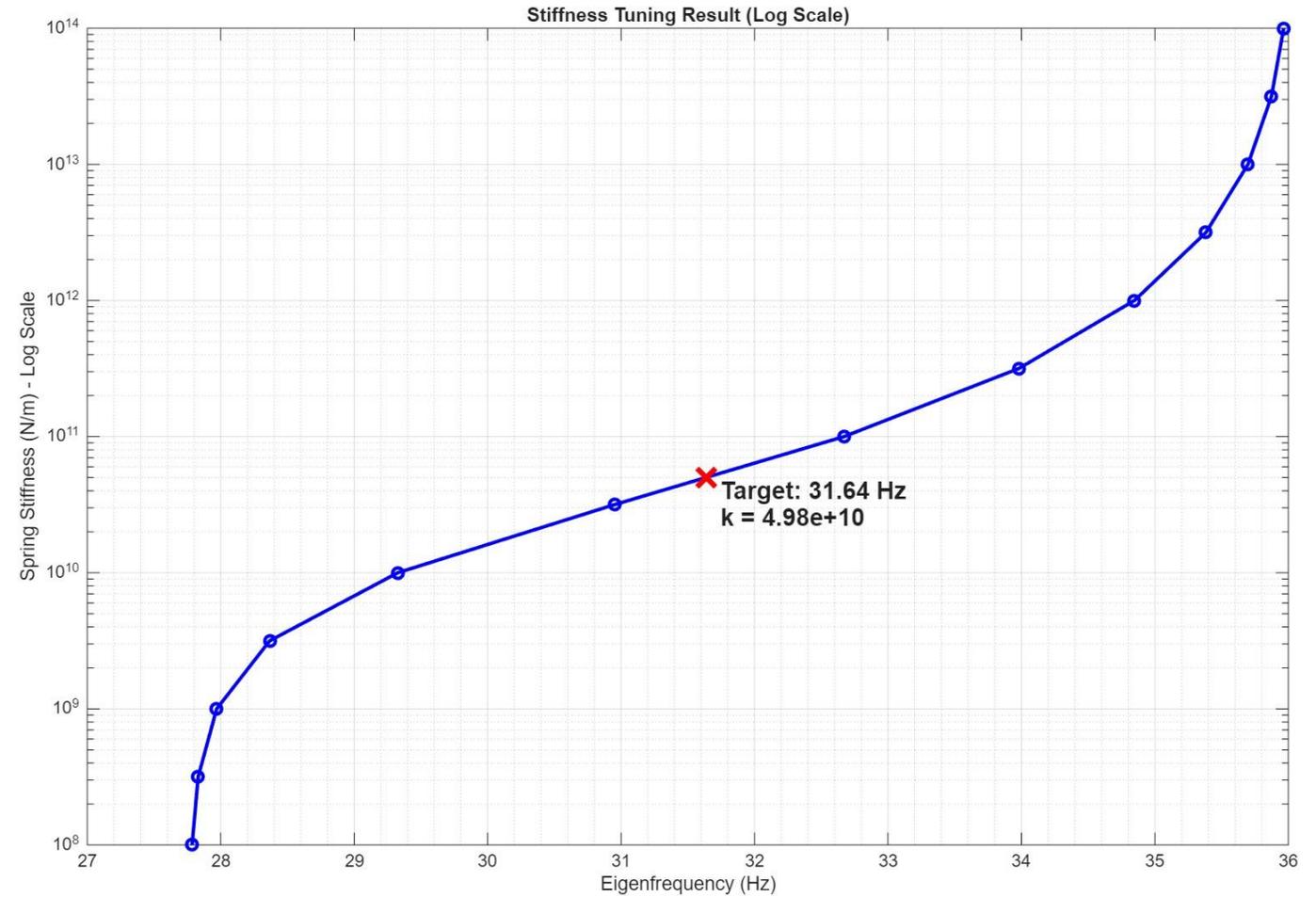
There are two layers of piezoelectric each 0.9 mm connected in parallel

## 강성 튜닝 (Stiffness Tuning)

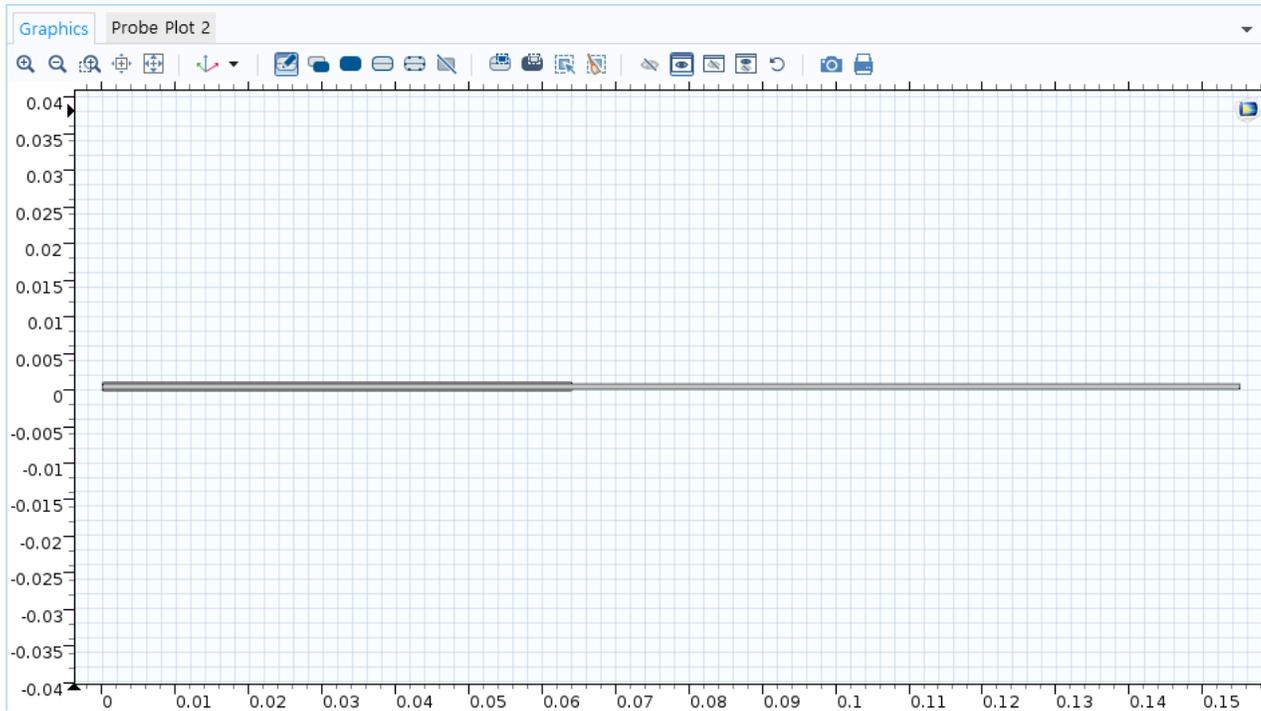
- 논문의 기계적 고정(Clamping) 방식과 시뮬레이션의 접촉 방식 간 강성 차이 발생
- Thin Elastic Layer의 강성을 조절하여 실제 공진 주파수(31.64Hz)에 튜닝
- Target 주파수 달성 ( $k = 4.98e10$ )



FIG. 7. Piezoelectric cantilever beam mounted on the engine.



# 모델링 (COMSOL Modeling)



Settings

Variables

Label: Variables 1

Geometric Entity Selection

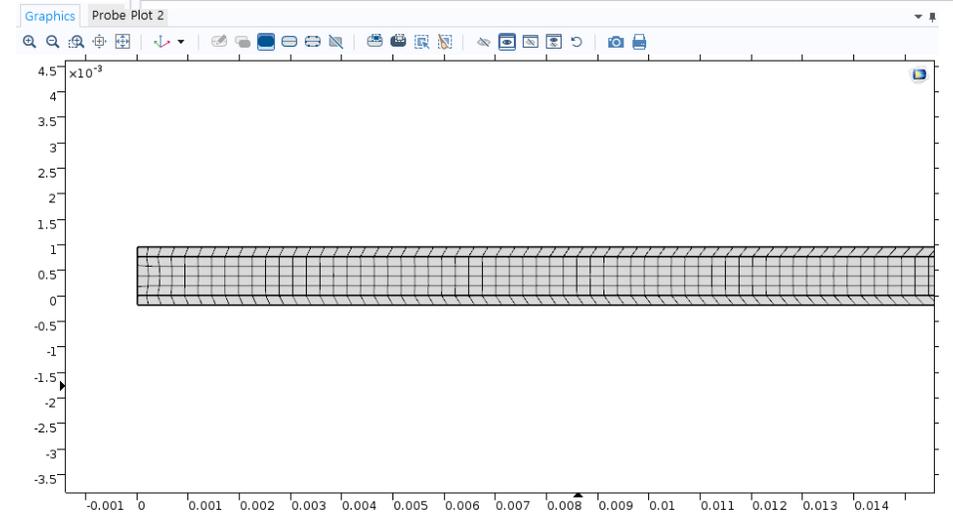
Geometric entity level: Entire model

ON

Active

Variables

Name	Expression	Unit	Description
R_load	40[kohm]	$\Omega$	
e_31	-16[C/m^2]	C/m <sup>2</sup>	
b_p	20[mm]	m	
h_s	0.759[mm]	m	
L_p	64[mm]	m	
e_33	3400* epsilon0_const	F/m	
th_p	0.19[mm]	m	



# 1<sup>st</sup> mode shape animation



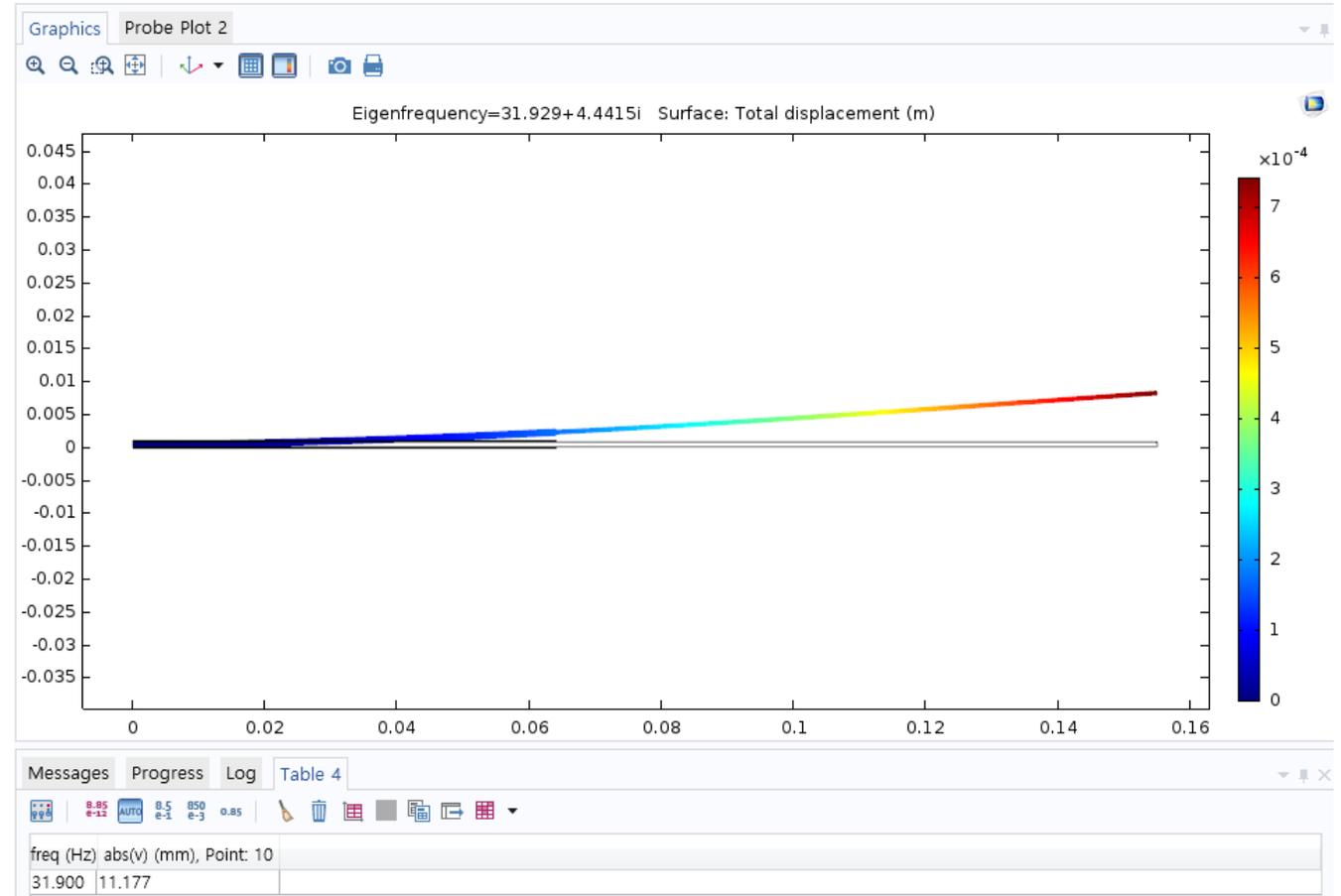
# Modal Analysis

COMSOL mode 해석 결과: 31.929Hz

논문 값: 31.639Hz

$$e_r = \frac{|31.639 - 31.929|}{31.639} \times 100(\%) = 0.917\%$$

➤ 오차범위 내에 위치!



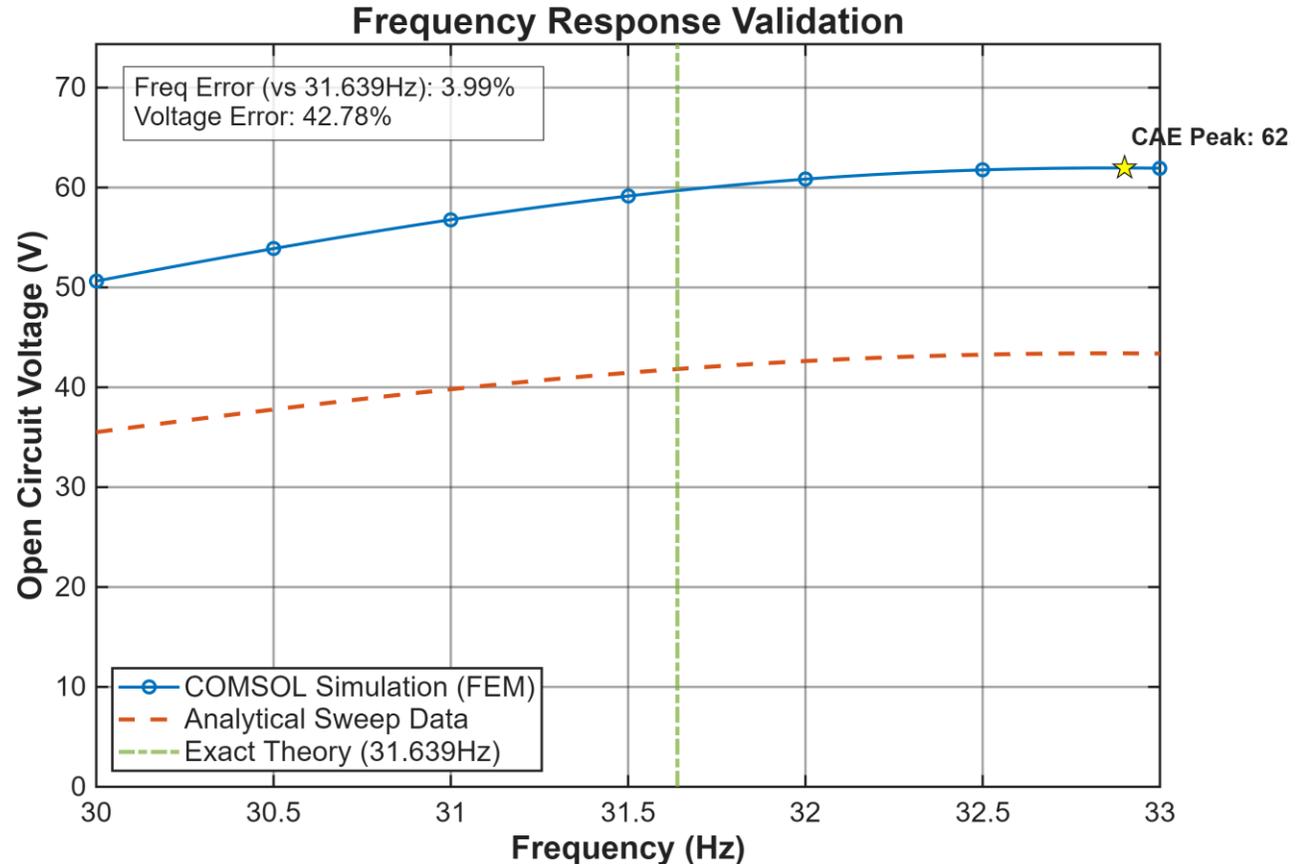
▼ Data

Data set: Study 2/Solution 2 (sol2)

Eigenfrequency: 31.929+4.4415i

# Frequency Response Study

- **모드 해석 (study 1):** Mechanical Resonance: 31.9Hz (오차 0.92%)
- **주파수 응답 (study 2):** Coupled Resonance: 32.9Hz (오차 3.99%)
- 두 해석 간의 차이 존재 → **압전 효과로 인한 강성 증가** 현상
- **Trend Matching:** 주파수 변화에 따른 전압 상승 및 하강 경향성이 이론값과 정확히 일치함



## 오차 원인 분석

**3D Poisson Effect (구조적 요인):** 1D 이론식은 빔의 폭 방향(Poisson effect) 및 전단 변형을 무시하므로 **보수적 결과 산출**

### 1D Analytical Model (Theoretical)

실제 빔에서 발생하는 폭 방향 거동을 무시하여 전압을 **보수적으로 예측(Underestimation)**

### 3D FEM Simulation (COMSOL)

빔의 길이와 폭의 형상비가 비교적 낮아 **Plate 효과**가 발생

➤ 1D 이론 대비 높은 전압 산출

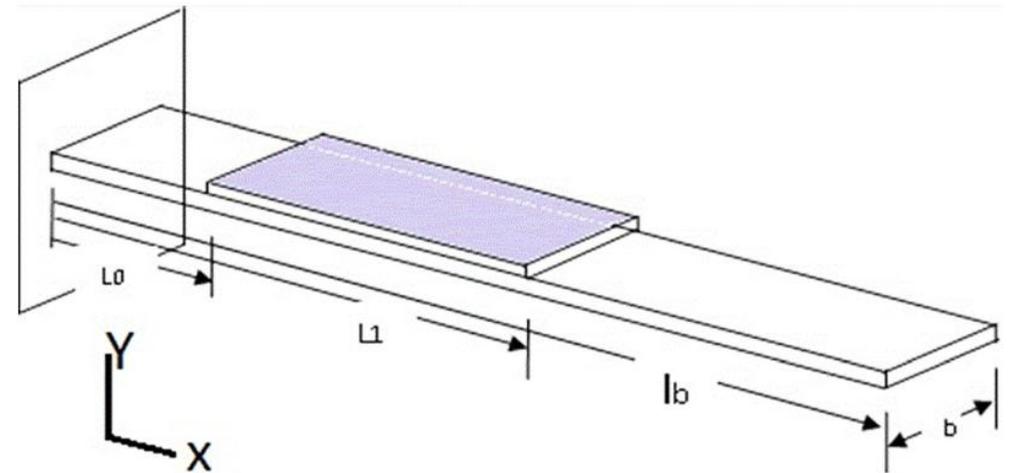
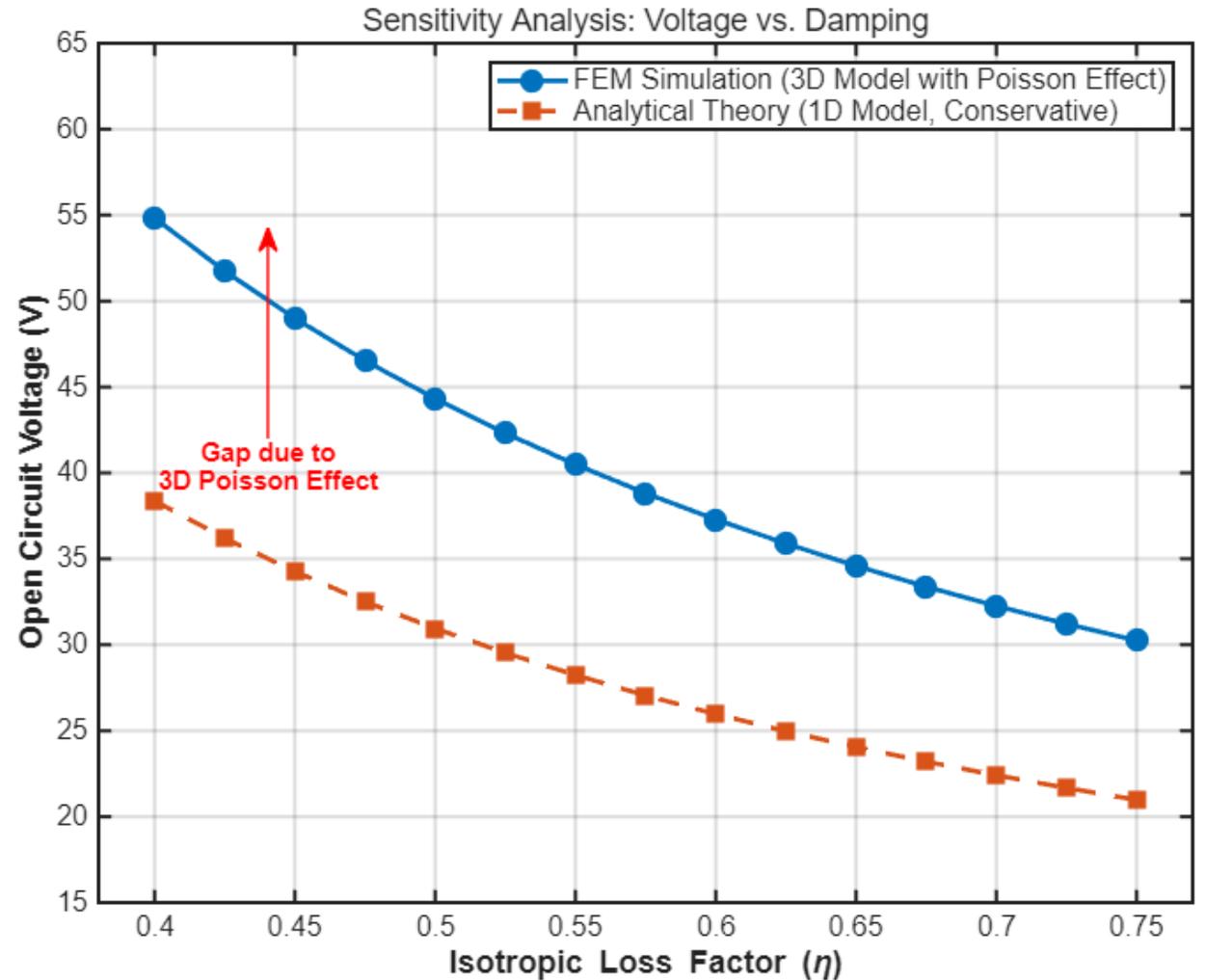


FIG. 3. Piezoelectric cantilever beam based harvester.

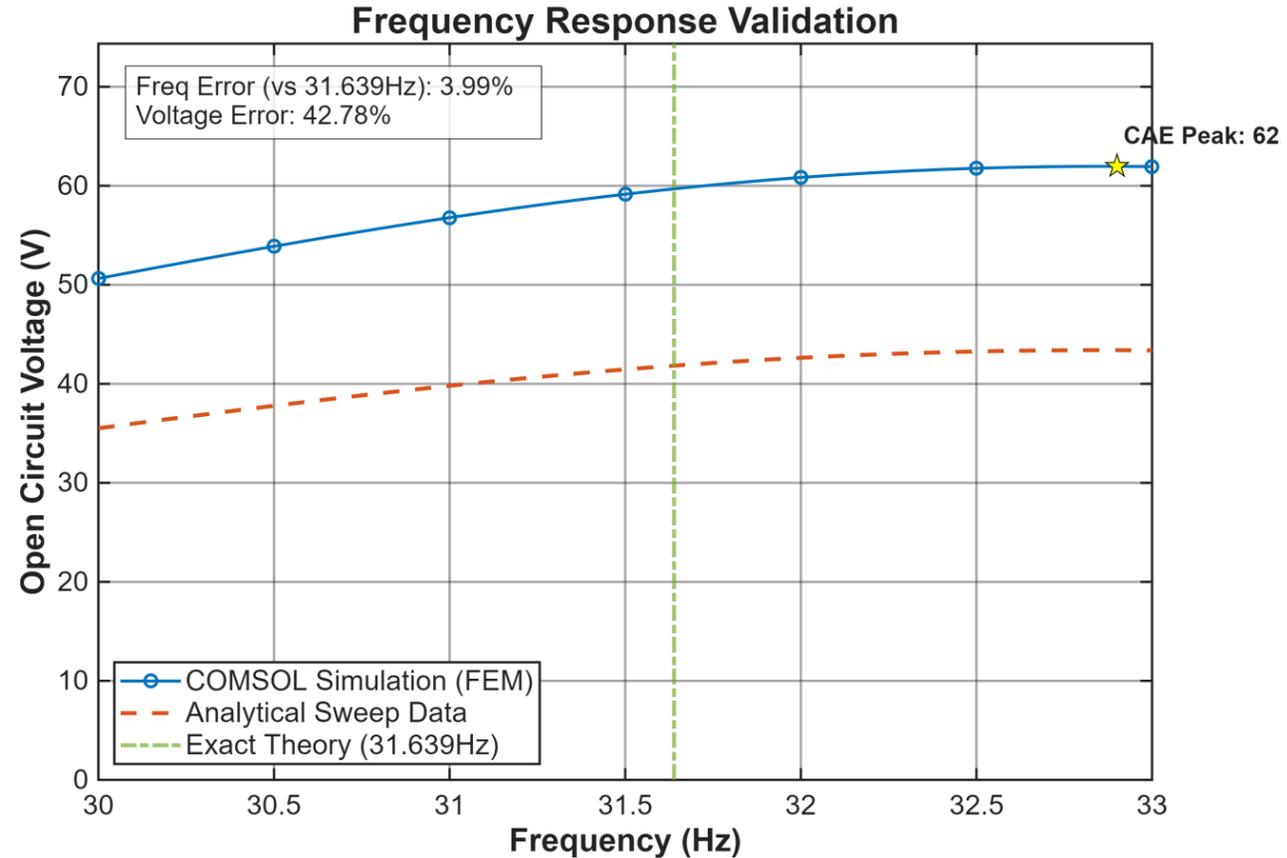
# Damping Uncertainty

- 감쇠비(Damping Ratio)는 문헌값 부재로 실험 데이터 역산을 통해 적용
  - 실제 환경과 시뮬레이션 간 감쇠 오차가 존재할 수 있음
- 민감도 분석 결과, 감쇠비 변화는 이론해와 수치해 모두 비슷한 영향을 줌
  - 전압 오차 (42.78%)의 원인으로 보기는 어려움



## 유효성 검증

- 전압 크기에 꽤 큰 오차(42.78%)가 존재
- 하지만 본 연구의 핵심 목표는 **RPM 대역에 맞춘 공진 주파수 튜닝**
- 따라서 전압의 절대값보다는 **공진 주파수의 정확도**가 설계의 성패를 좌우하는 핵심 지표
- Frequency Error가 1% 미만(0.917%)으로 구조적 동특성이 검증됨
- 따라서 본 COMSOL 모델은 **최적화를 위한 해석 모델로 적합함**



# 3

## Optimization Study

---

## Part 3 Optimization Study

### Settings

#### Parametric Sweep

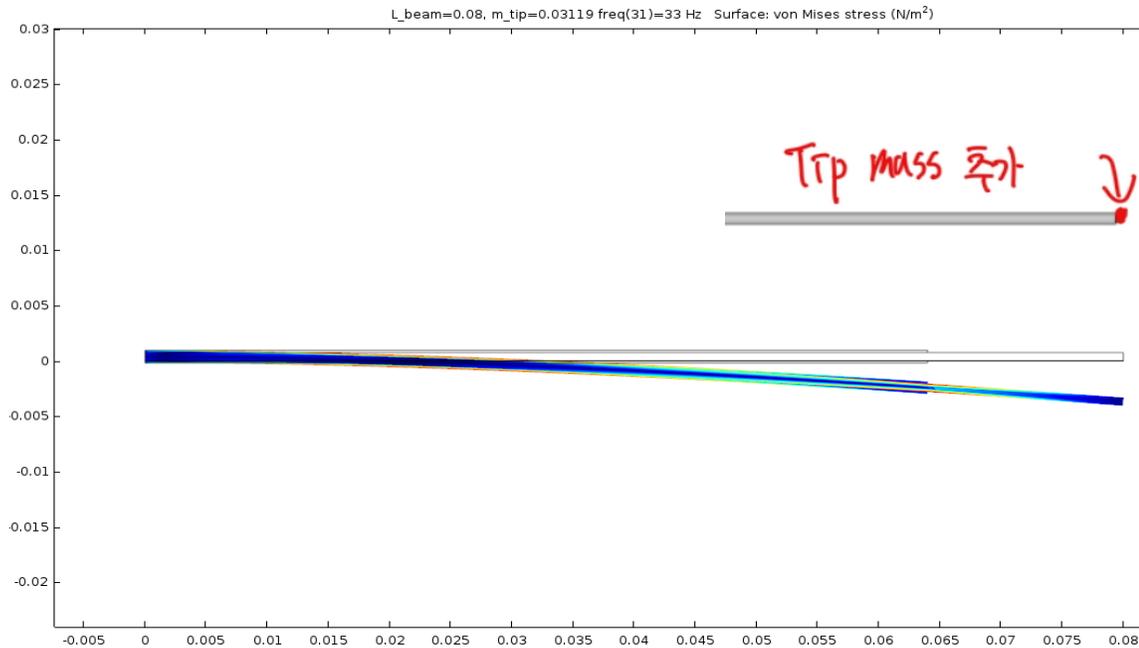
Compute Update Solution

Label: Parametric Sweep

#### Study Settings

Sweep type: Specified combinations

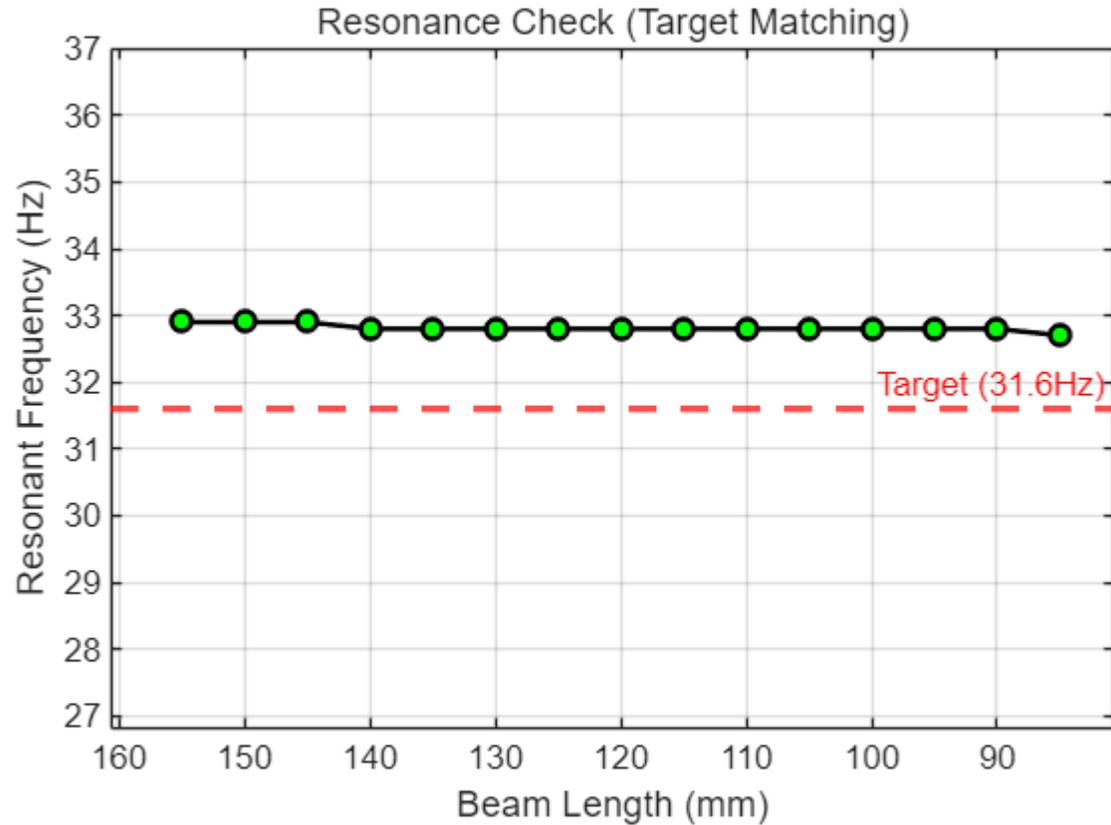
Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
L_beam	0.080	m
m_tip	0.03119	kg



Case	빔 길이 (L) [m]	빔 길이 (L) [mm]	팁 질량 (M_tip) [kg]	팁 질량 (M_tip) [g]	비고 (Note)
1	0.155	155	0	0	Baseline (Initial Model)
2	0.15	150	0.00062	0.62	
3	0.145	145	0.00131	1.31	
4	0.14	140	0.00209	2.09	
5	0.135	135	0.00295	2.95	
6	0.13	130	0.00393	3.93	
7	0.125	125	0.00505	5.05	
8	0.12	120	0.00635	6.35	
9	0.115	115	0.00785	7.85	
10	0.11	110	0.00962	9.62	
11	0.105	105	0.01171	11.71	
12	0.1	100	0.01419	14.19	Restricted Design (Selected)
13	0.095	95	0.01723	17.23	
14	0.09	90	0.02092	20.92	
15	0.085	85	0.02549	25.49	
16	0.08	80	0.03119	31.19	Extreme Case (Lowest Efficiency)

- Beam length와 Tip mass의 16가지 조합으로 최적 모델 분석
- 공진 주파수 부근에서 값이 발산하는 문제로 정확한 값을 추출하기 어려움  
--> 경향성 분석을 목표

## Part 3 Optimization Study



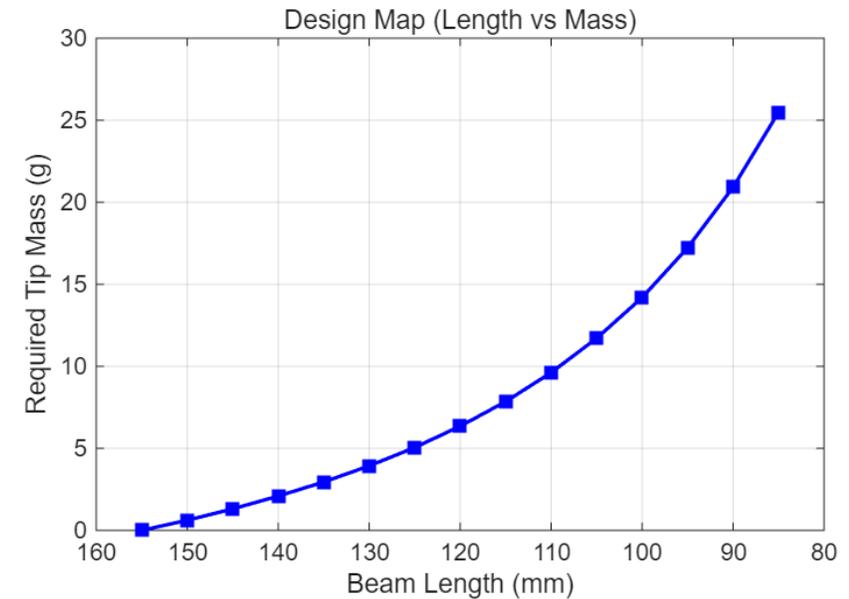
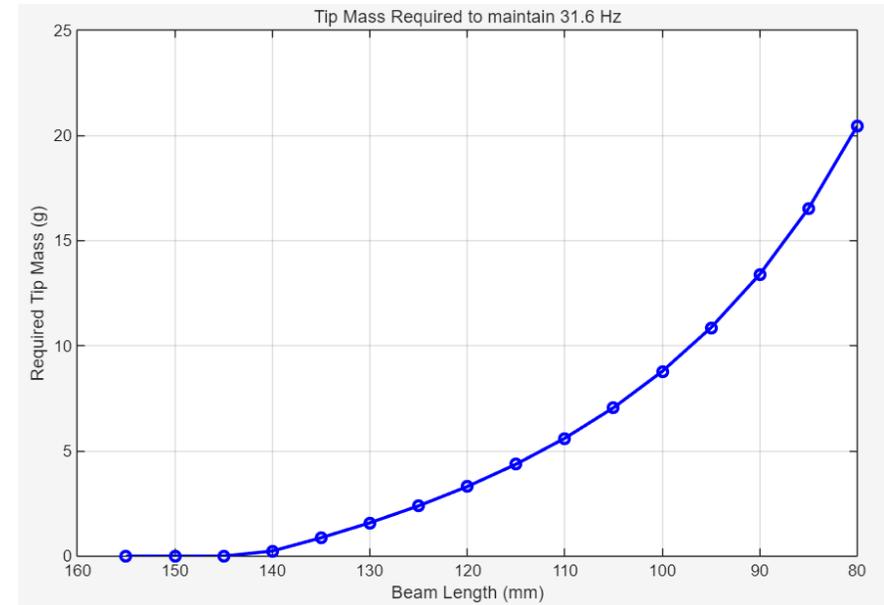
$f_{target} : 31.6 \text{ Hz}$

- 길이가 짧아질 수록 주파수는 소폭 감소
- 하지만 모든 길이 범위에서 비슷한 고유진동수를 갖는 것을 알 수 있음.

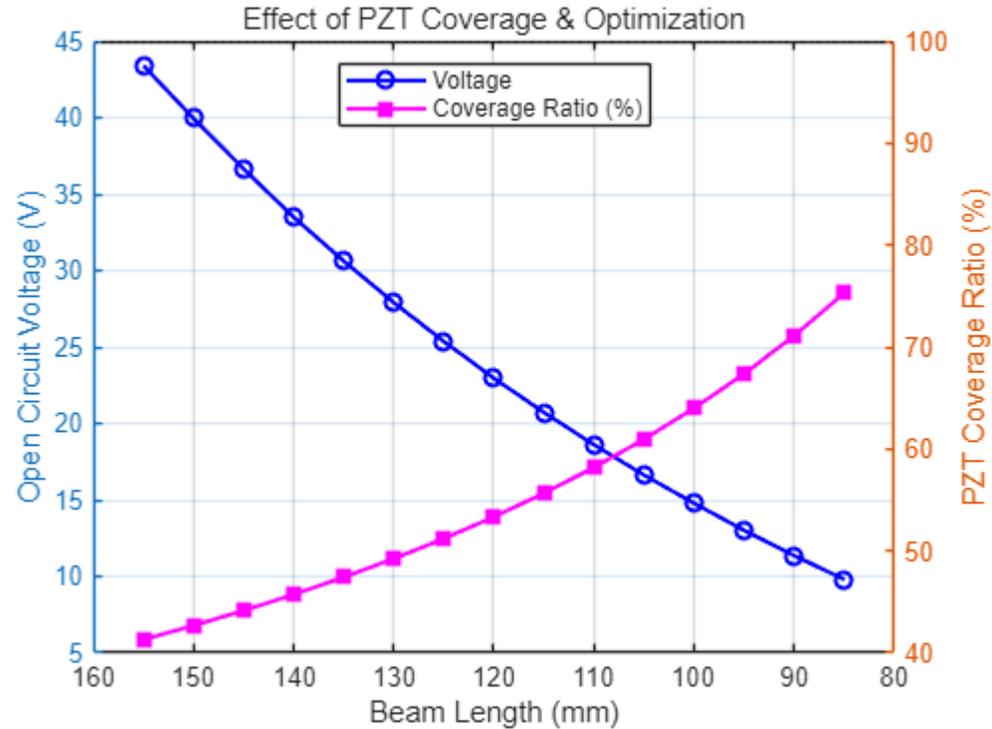
## Part 3 Optimization Study

$$M_{tip}(L) = \frac{3EI}{(2\pi f_n)^2} \cdot \frac{1}{L^3} - 0.24(\rho bh)L$$

- 빔의 길이가 줄어들 수록, tip mass가 증가함.
- COMSOL을 통해 얻은 데이터도 같은 경향을 보임.

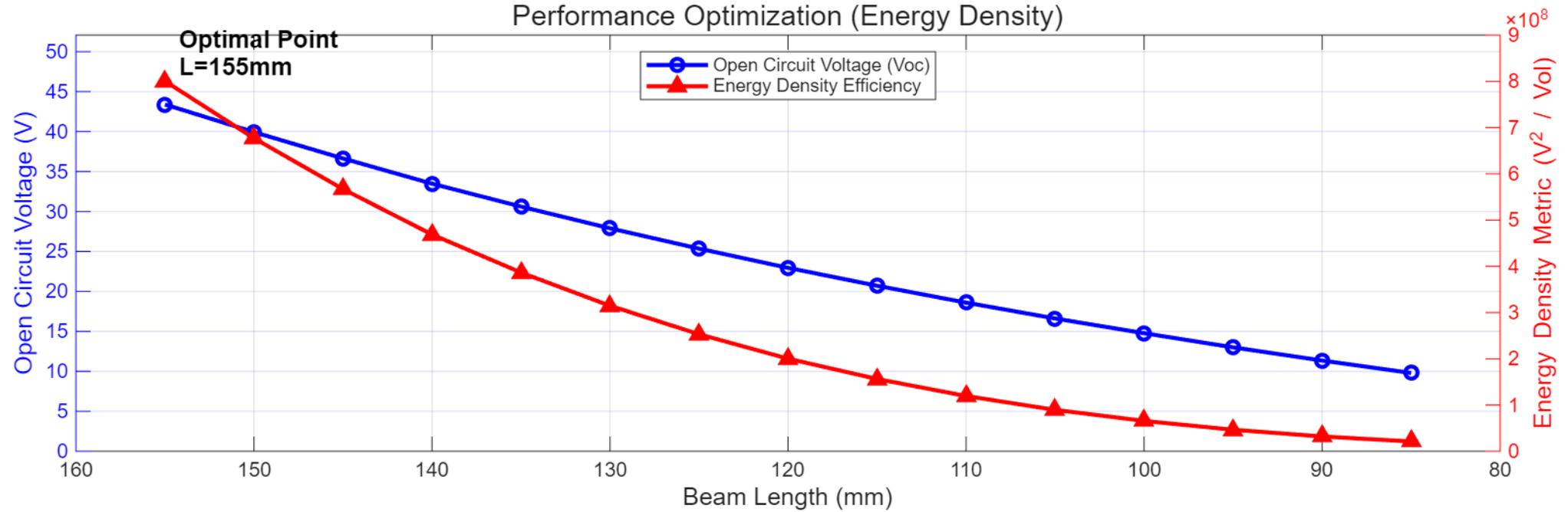


## Part 3 Optimization Study



- 빔의 길이가 짧아질 수록 압전 소자의 커버리지 비율이 높아지지만, 얻을 수 있는 전압의 크기가 급격히 감소함.
- 전압의 크기가 커버리지 비율의 증가폭 보다 다른 요소에 더 큰 영향을 받는 것을 알 수 있음.

## Part 3 Optimization Study

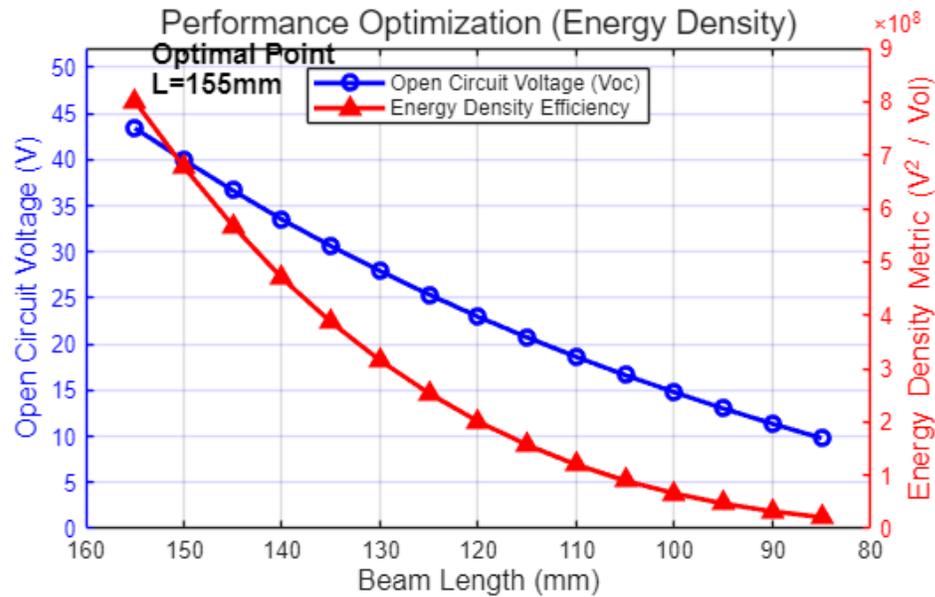


- $L_{optimal} = 155mm$  임을 알 수 있음.
- 길이가 짧아지면 전압도 낮아짐.

# 4

## Critical Analysis & Conclusion

---



초기 모델(155mm Beam)의 성능이 압도적으로 우수

### 원인

1. Tip Mass

길이 감소 → Tip Mass 증가 → 전체 중량 유지

2. 모멘트 암(Moment Arm)

길이 감소 → Moment 감소

→ 평균 변형률 감소 → 전압 손실 증가

## 최종 설계 결론 (Design Decision)

### 무리한 소형화 지양

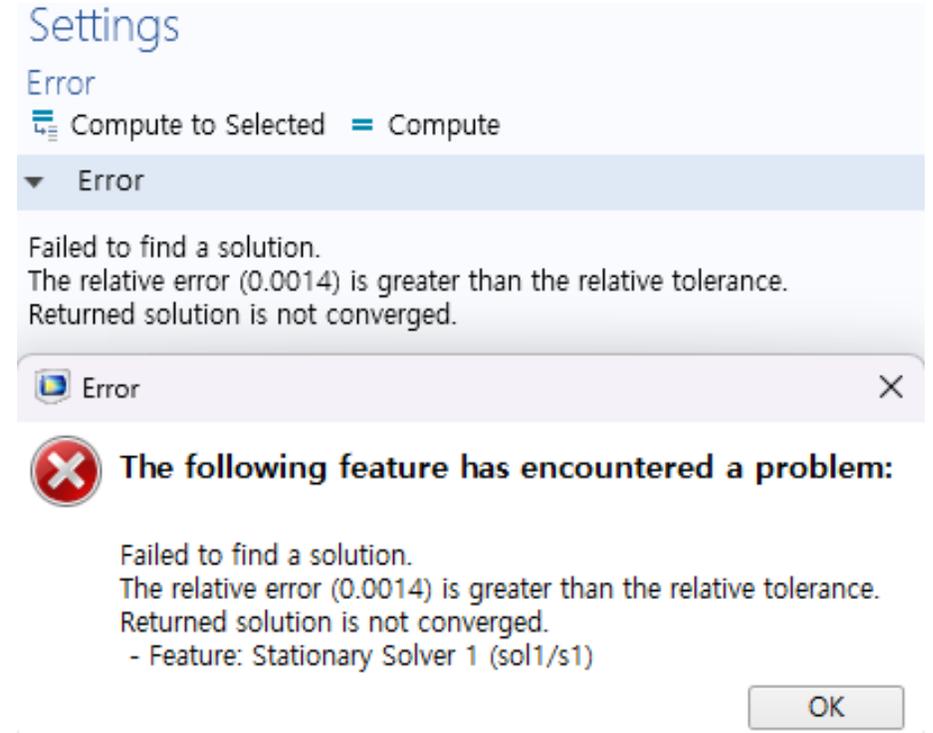
맹목적인 길이 단축은 전압 손실(Voltage Drop)과 무게 증가를 초래함.

### 설계의 하한선(Design Limit)

현재의 길이(155mm)를 유지하거나, 최소한의 제약(100mm) 내에서 설계하는 것이 공학적으로 타당함.

## Conclusion

- COMSOL 사용 시 추출하려는 데이터의 발산하는 문제 발생.
- 넓은 범위의 데이터를 추출하기 어려웠음.
- 임의로 적절한 Damping 값을 넣어가며 실험해서 실제 환경과 다른 환경에서 시뮬레이션 되었을 가능성이 있음.



## Part 4 Critical Analysis & Conclusion

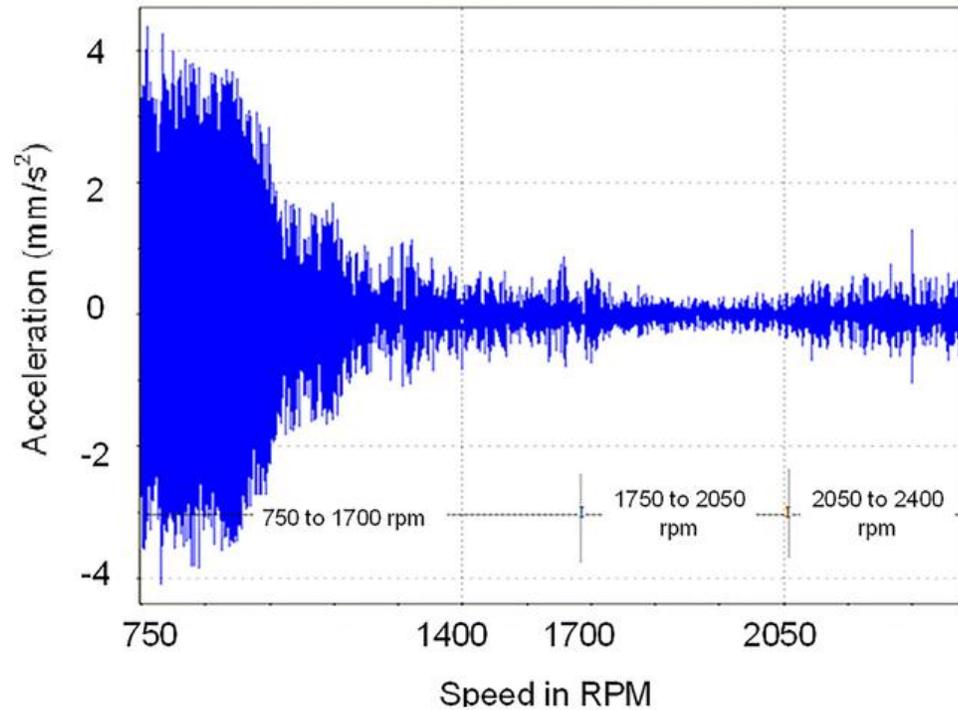


FIG. 2. Recorded vibrations at different speeds of the engine.

- 단일 주파수 타겟 설계( $f_{target} : 31.6 \text{ Hz}$ )
- RPM 변동 시 발전량이 감소함.
- 자석이나 가변 질량을 통한 가변 주파수 튜닝으로 해결할 수 있음.
- 최신의 압전 소자를 사용하면 최대 5배까지 효율 증가 가능

## 참고문헌

1. Piezoelectric energy harvester for low engine vibrations (A. M. Khalatkar, V. K. Gupta ; Research Article)
2. Analytical Modelling and Optimization of a Piezoelectric Cantilever Energy Harvester with In-Span Attachment (Abbas Homayouni-Amlashi, Abdenbi Mohand-Ousaid, Micky Rakotondrabe ; Article)
3. A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 130 (A. Erturk, D. J. Inman)
4. IEEE Standard on Piezoelectricity, ANSI/IEEE Std 176-1987.
5. <https://www.creationscience.com/onlinebook/Radioactivity3.html>

# Q&A