

CAE 기말 프로젝트

# 흔들리는 타이어, 떨리는 차체



2022082588 전혜인

2022036326 조찬익



---

# CONTENTS ●

- 01 주제 선정 배경
- 02 CAD 모델링
- 03 COMSOL 해석
- 04 SIMULINK 해석



# 진동·소음(NVH)은 단순한 편의성이 아니라 상품성과 안전성의 핵심 지표

차체와 서스펜션이 특정 주파수에서 공진하면, 실내 가속도가 크게 증폭되어 승차감이 급격히 나빠지고, 조향·제동 성능까지 불안정해짐

## 온도 연동 타이어-DVA 모델링

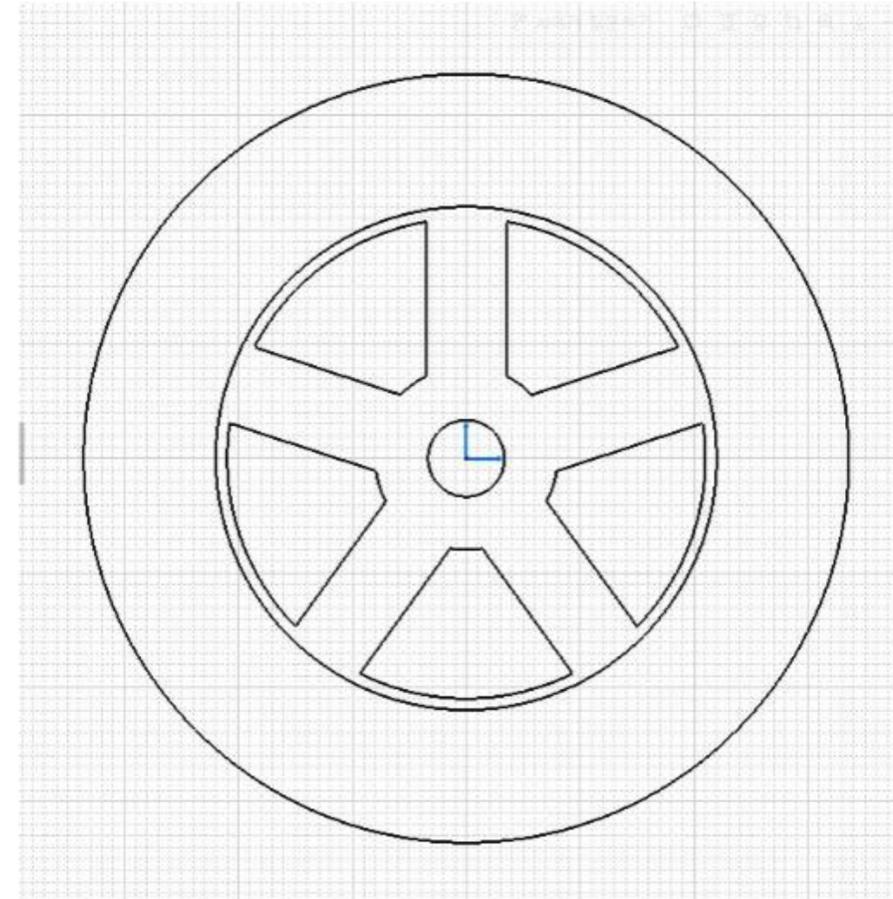
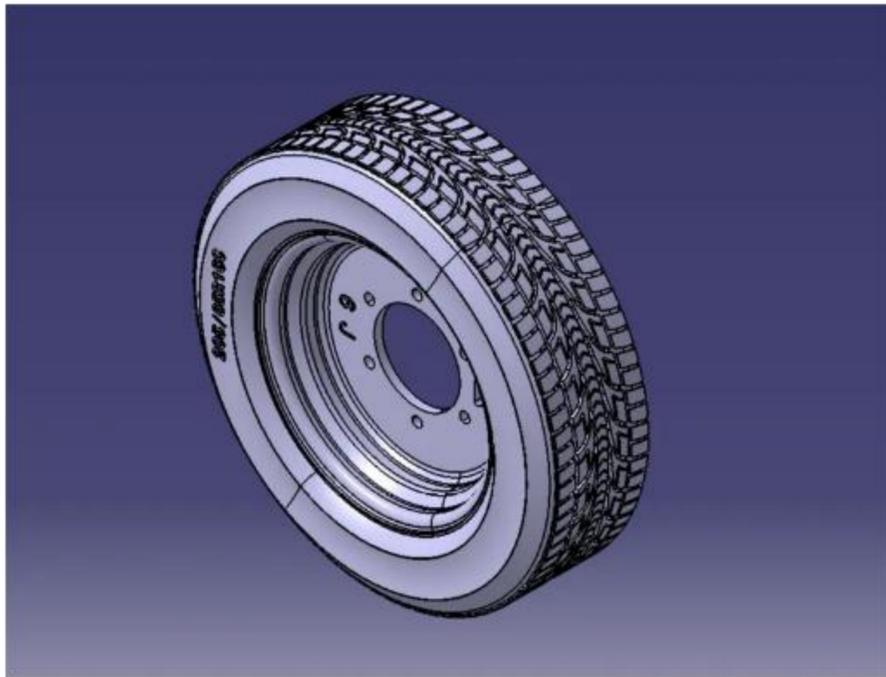
승차감과 큰 영향을 주는 타이어 수직 진동에 집중  
COMSOL 타이어 모델로 온도에 따른 강성·모드 변화를 구하고, 이를 Simulink half-car + DVA 모델에 반영

## 능동 제어

차체 가속도·피치속도를 이용해 외란, 노면 입력을 받아 공진 주파수에서 흡진기가 능동적으로 반력 생성  
온도에 따른 타이어 강성 변화에도 진동 감소 효과 유지

## 수동 흡진기(DVA)

스프링-질량-댐퍼를 튜닝  
구조가 단순하고 신뢰성이 높은 수동 흡진기  
대상 구조의 강성·고유진동수(모드)를 정확히 아는 것이 필요



License 제한 -> 카티아로 단순화한 2D dxf 파일 import



Spec	Inches	Metric
Diameter	26.5"	672 mm
Width	8.1"	205 mm
Wheel	16"	406.4 mm
Sidewall	5.2"	133 mm
Circum	83.2"	2110.1 mm
Revolutions	762 per mile	474 per km

현대 소나타 DN8 wheel 스펙 문헌값에서 센터 보어 67.1mm 명시

### Fathi(2024) 승용차 타이어 FE 모델

### Taheri(2014) / 기타 타이어-지면 동특성 연구

여러 연구에서 공통적으로 휠(림+스포크) 변형은 수십  $\mu\text{m}$ ~수백  $\mu\text{m}$  수준인 경우가 많아 라디얼 강성의 95% 이상은 타이어, **휠은 거의 강체로 봐도 수직 강성 쪽에서는 큰 오차가 나지 않는다**고 결론 내림

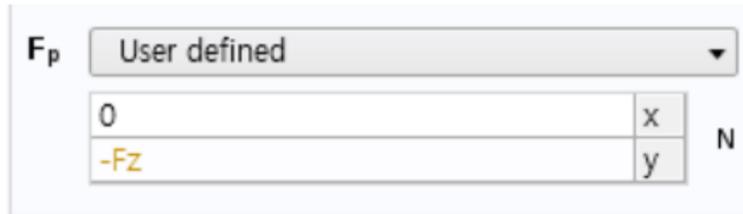
즉 **디테일한 스포크 곡선/홀은 "강성에 큰 영향 미치지 않는다**고 가정해 컴솔 해석이 쉬운 형태로 모델링

카커스/벨트/캡플라이 두께는 직접 숫자를 공개하지 않아 단면 사진과 유한요소 모델링 논문을 보면 트레드 바로 아래의 벨트+카커스 고무 패키지 두께가 대략 트레드와 비슷하거나 조금 두껍게(대략 8~15 mm) 잡힌 경우가 많음  
(정확 숫자는 논문마다 다르고, 제조사 비공개라 범위로만 볼 수 있음)

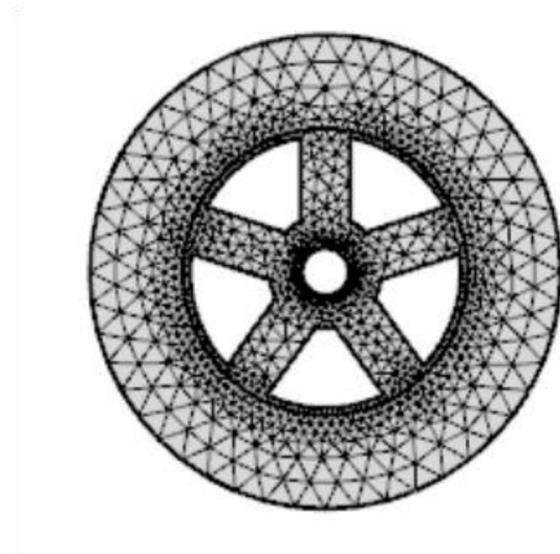
보수적으로 **벨트+카커스 총 두께 10~15mm** 추정  
이너라이너는 특허/자료를 보면 0.2~0.25mm 사이에서 쓰이고 승용차용의 권장 범위는 0.5~1.2mm로 제시돼서 **이너라이너는 0.5~1mm** 추정

**고무+벨트+이너라이너 두께는 합산 18.5~25mm** 정도임

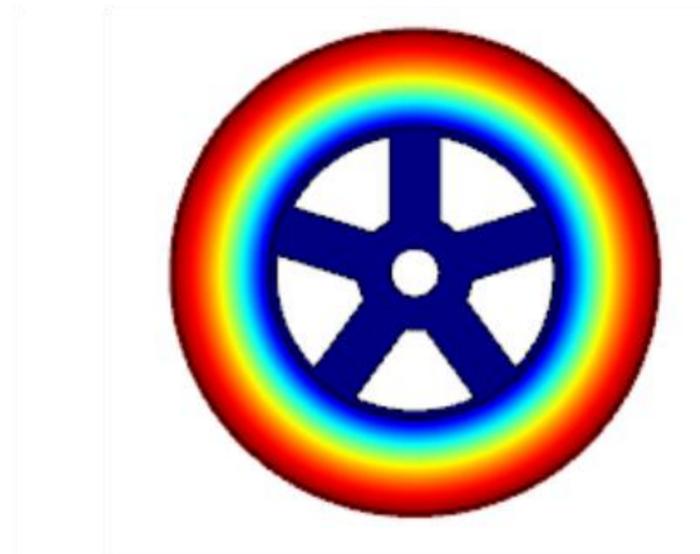
타이어 단면 그림들을 보면 안쪽 비드/림 근처 고무 두께 5~10mm 추정



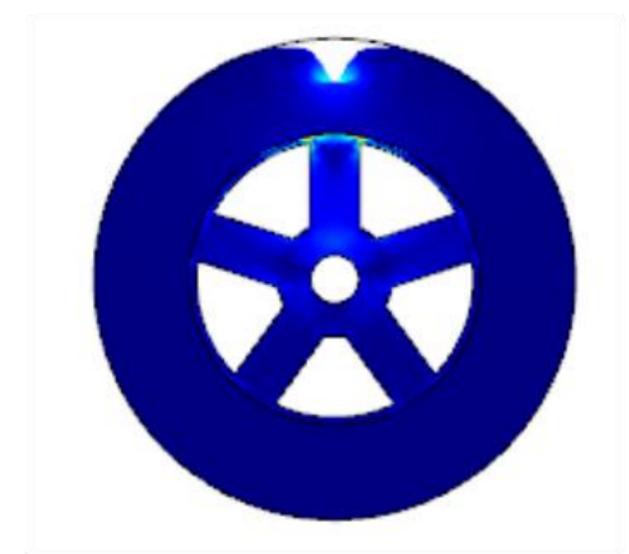
전륜  $Fz=4415N$ , 후륜  $Fz=2943N$   
 차체 1500kg이라 가정하고  
 하중 분배에 따라 결정



Mesh



Mode shpe



Stress

공기를 고려하지 못했으나, 경향성은 일치

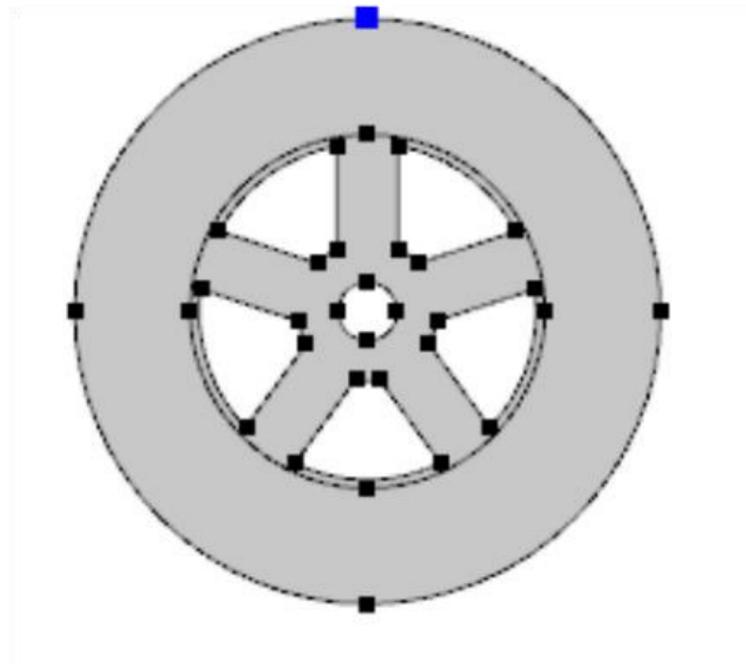
Tcase (K)	Displacement field, Y component (m), Point: 14
313.00	-1.7616E-6
333.00	-2.6672E-6
353.00	-3.9348E-6
373.00	-5.8362E-6
393.00	-7.7375E-6

고온 -> 변형 증가 -> 강성 감소 경향성은 유지



문헌에 보고된 승용차 타이어 수직강성(약 180–220 N/mm)  
 -기준 온도(40°C)에서 해석 결과의 정적 처짐이 일치하도록  
 Young's modulus를 스케일링  
 -등가 고무  $E_{eff}(T)$ 를 정의  
 절대적인 응력/변위 분포보다는 온도 증가에 따른  $k(T)$ 와  
 고유진동수 변화 경향 분석

Tcase (K)	Displacement field, Y component (m), Point: 14
313.00	-4.3505E-4
333.00	-6.7639E-4
353.00	-0.0010143
373.00	-0.0015211
393.00	-0.0020279



Property	Name	Value
<input checked="" type="checkbox"/> Young's modulus	E	$\alpha E + E_{ofT}(T_{case})$

- Materials
  - Rubber\_tIRE (mat1)
  - AL\_Wheel (mat2)

고온 -> 변형 증가 -> 강성 감소 경향성은 유지

강성 구하는 방법

$$\delta(T) = |ur(T)|$$



온도 T에서 타이어 바깥 둘레가 평균적으로 안쪽으로 눌린 양

$$k(T) = \frac{\text{힘}}{\text{변위}} = \frac{F_z}{\delta(T)}$$



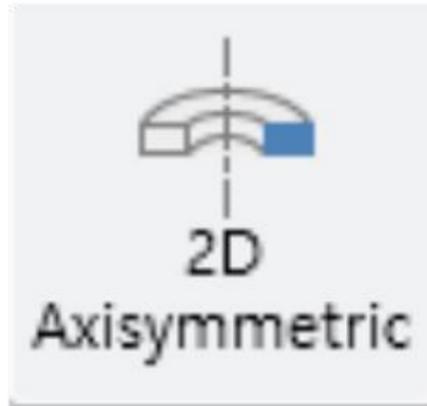
선형 구조에서 스프링 강성 정의

T_tread (K)	T_inner (K)	Fz/abs(u) (N/m)	Displacement field, R component (m)
333.00	333.00	76579	0.12433
333.00	353.00	75567	0.12367
333.00	373.00	74316	0.12291
333.00	393.00	73041	0.12216
353.00	313.00	52249	0.18865
353.00	333.00	51707	0.18764
353.00	353.00	51052	0.18650



타이어+림 시스템에  
 전체 반지름 방향 하중 Fz를 균일하게 걸었을 때,  
 바깥 반지름이 평균적으로  $\delta(T)$ 만큼 줄어드는 선형 등가 강성

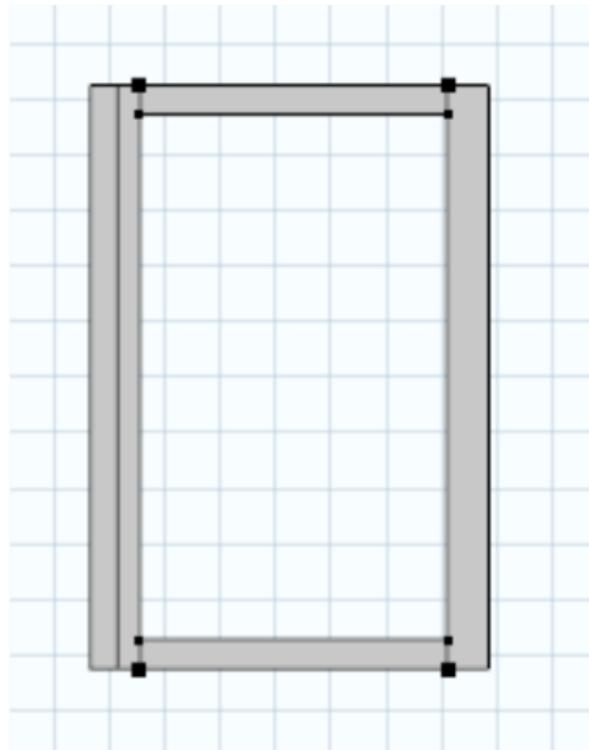
## 2D Axisymmetric model



```
if(t<200, v1*(t/200),  
  if(t<400, v1 + (v2-v1)*(t-200)/200,  
    v2))
```

0~200 s 사이 0→60 km/h,  
200~400 s 사이 60→120 km/h,  
그 이후 120 km/h 유지

0~600초동안 속도가 증가하는 모델을 이용해 저속, 중간속도, 고속일 때 온도의 변화를 확인하고  
저온, 중간온도, 고온값을 어떤 것을 뽑을지 기준을 정하는 해석을 먼저 진행



Geometry

Label: EofT

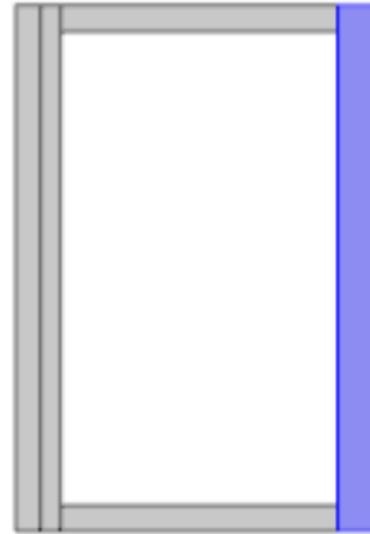
▼ Definition

Data source: Local table

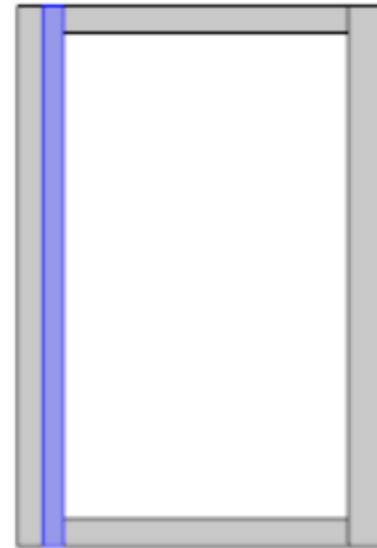
Function name: EofT

t	f(t)
253	1.5e7
273	1.2e7
293	1.0e7
313	7.0e6
333	4.5e6
353	3.0e6
373	2.0e6
393	1.5e6

Property	Name	Value	Unit	Property group
<input checked="" type="checkbox"/> Young's modulus	E	EofT(T)	Pa	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Poisson's ratio	nu	0.48	1	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Density	rho	1100[kg/...	kg/m <sup>3</sup>	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Thermal conductivity	k	0.2[W/(m...	W/(m·K)	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Heat capacity at constant pressure	Cp	1500[J/(k...	J/(kg·K)	Basic



Tread\_고무



Side wall\_고무



Inner\_고무

Property	Name	Value	Unit	Property group
<input checked="" type="checkbox"/> Young's modulus	E	6.9e10[Pa]	Pa	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Poisson's ratio	nu	0.33	1	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Density	rho	2700[kg/...]	kg/m <sup>3</sup>	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Thermal conductivity	k	180[W/(...)]	W/(m·K)	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Heat capacity at constant pressure	Cp	900[J/(kg...)]	J/(kg·K)	Basic

림(알루미늄)



### 히스테리시스 손실(rolling resistance)

- 타이어가 구를 때, 고무가 계속 변형/복원하면서 에너지를 열로 바꿈
- 구름저항 계수로 많이 표현됨.

$$C_{rr} = \frac{F_{rr}}{N}$$

### 2. 트레드-노면 마찰(미끄러짐)

- 코너링/가속/제동 시 슬립이 생겨서 국부 발열

### 3. 브레이크에서 넘어오는 열

- 디스크/드럼 뜨거워진 게 림을 통해 타이어로 전도

T0	283[K]	283 K
Crr	0.012	0.012
mu	0.8	0.8
v1	60[km/h]	16.667 m/s
v2	120[km/h]	33.333 m/s
L_contact	0.12[m]	0.12 m
A_contact	W_tire*L_contact	0.0252 m²
eta_heat	0.9	0.9

- Crr ≈ 0.01~0.02 는 승용차 타이어에서 흔히 쓰는 범위라 크게 어긋나지 않음
  - L\_contact는 정밀히 구하면 좋지만, 대략 0.1~0.15 m 수준이어서 0.12 m로 근사
  - eta\_heat는 손실 에너지 중 상당 부분이 타이어에 열로 남는다 가정
- 정확한 값은 실험 없으면 모르므로 0.9로 두었다

13가지 요인중 영향이 큰 일부만 반영

```
if(t<200, v1*(t/200),
  if(t<400, v1 + (v2-v1)*(t-200)/200,
    v2))
```

0~200 s 사이 0→60 km/h,  
200~400 s 사이 60→120 km/h,  
그 이후 120 km/h 유지

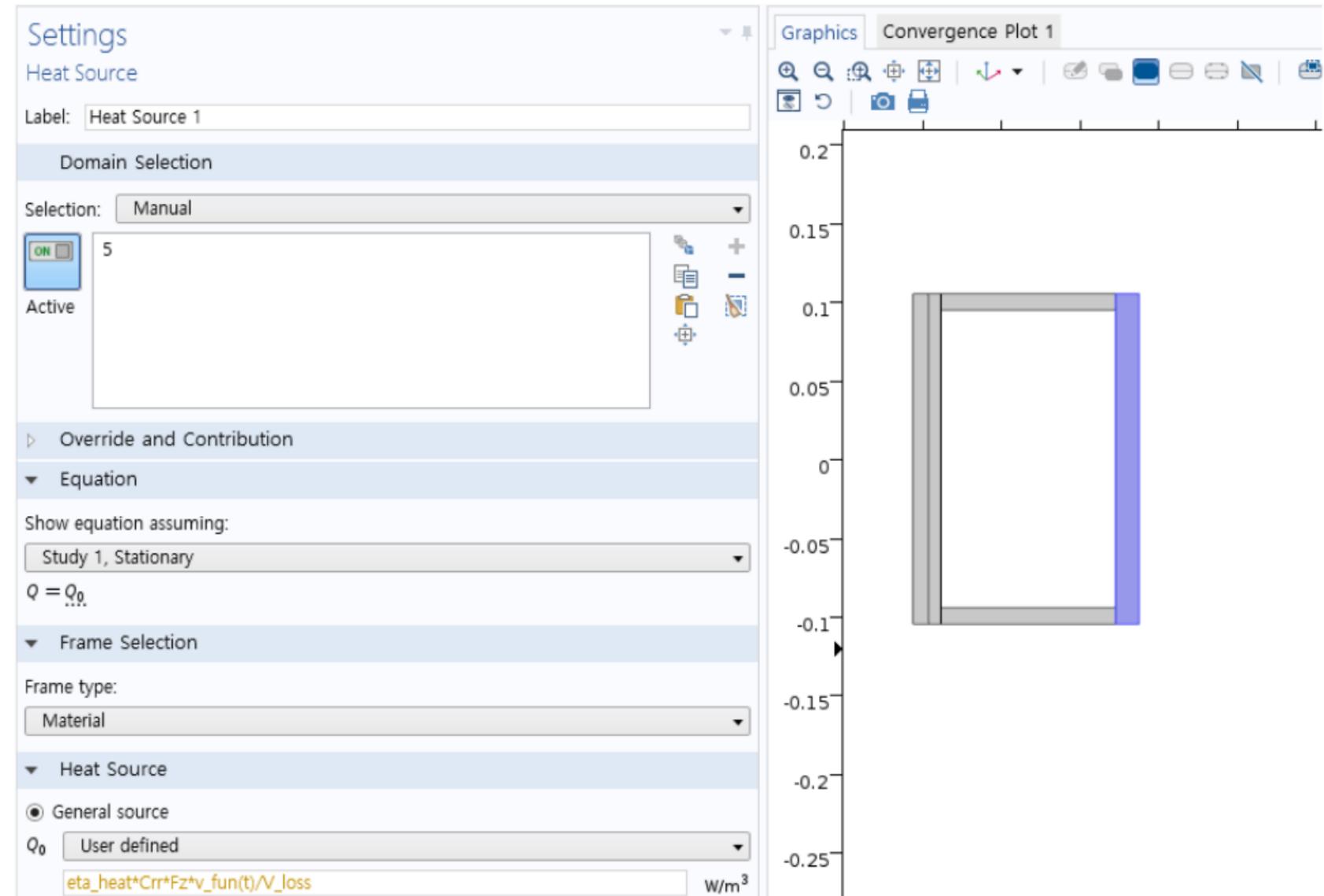
Rolling resistance로부터 Volumetric heat source  $q'''$

구름저항 손실 파워

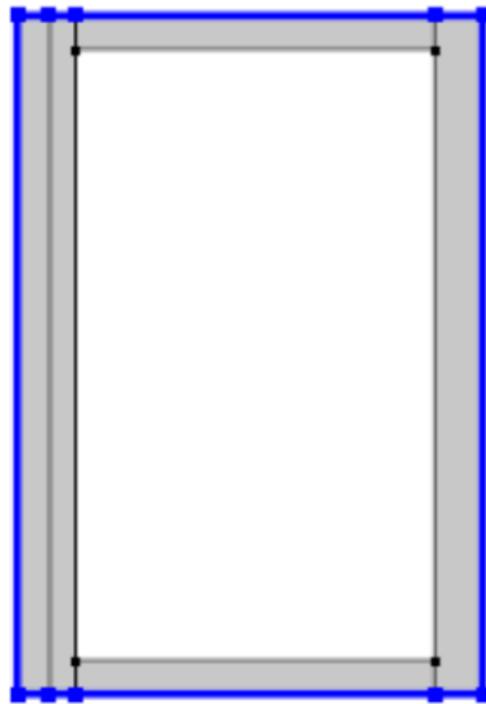
$$P_{rr}(t) = C_{rr} F_z v(t)$$

이 전체가 타이어 어딘가에서 열로 나옴  
트레드 근처 고무 부피에만 나눈다고 생각

$$q'''(t) = \frac{\eta_{heat} C_{rr} F_z v(t)}{V_{loss}}$$



냉각 모델링 – Convection + conduction



▼ Heat Flux

General inward heat flux

Convective heat flux

$q_0 = h \cdot (T_{\text{ext}} - T)$

Heat transfer coefficient:

$h$   W/(m<sup>2</sup>·K)

External temperature:

$T_{\text{ext}}$   K

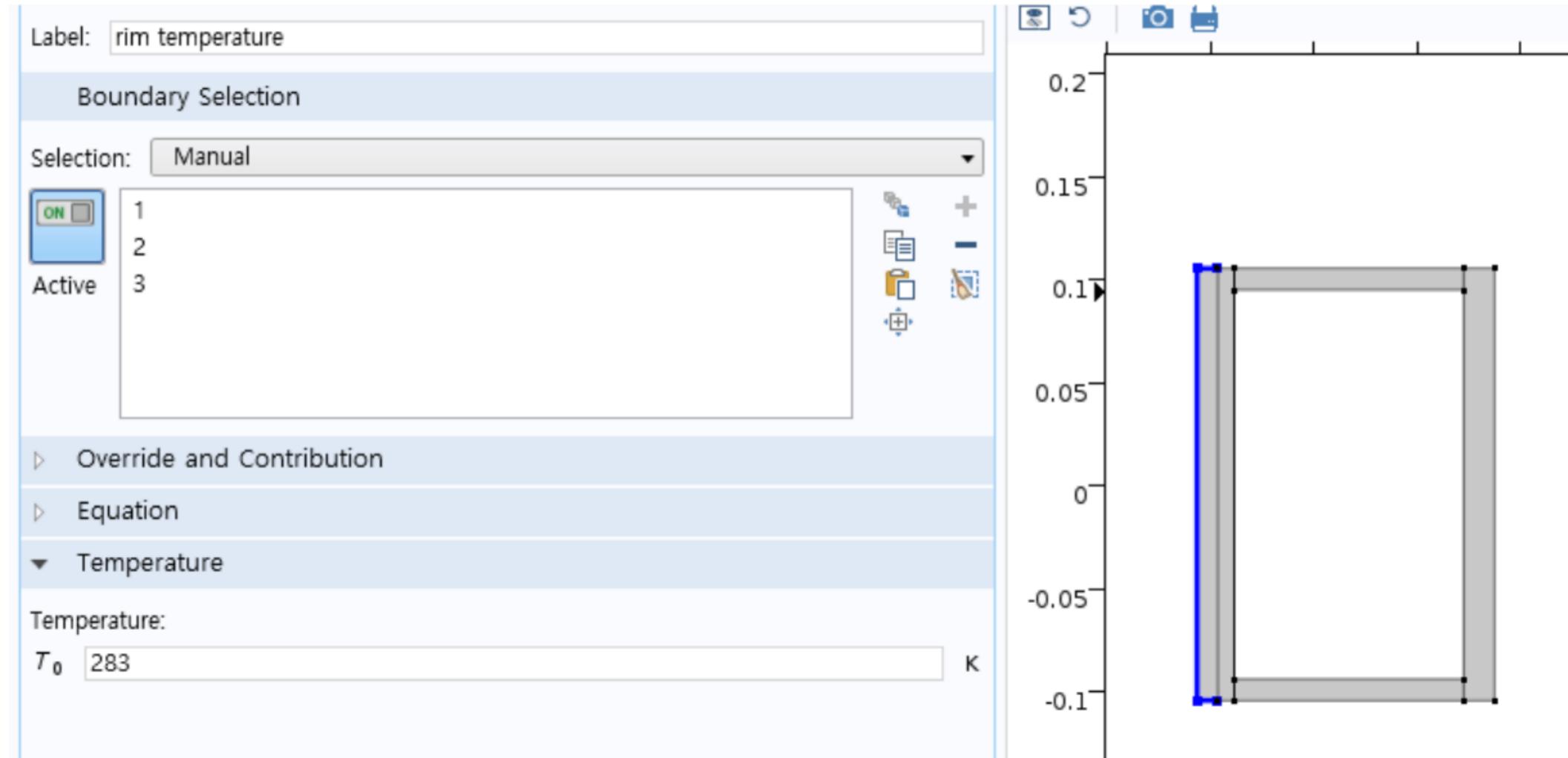
Overall heat transfer rate

$q_0 = \frac{P_0}{A}$

- 자동차 주행 시 외기 대류계수는 대략 20~100 W/m<sup>2</sup>K 범위에 들어가는 것으로 알려져 있고, 10→60 정도면 과하지 않은 수준.
- 속도에 따라 선형 증가로 잡은 건 근사한것이지만 "정지 시보다 고속에서 훨씬 잘 식는다"는 중요한 효과는 표현 가능

림 Boundary condition

림이 공기/브레이크 쪽으로 열을 빼앗기는 열저수지



- 열이 트레드에서 발생 → 고무/공기/림을 통해 퍼지고 → 대류로 빠져나가는 구조는 실제 물리와 방향성이 같고
- 트레드/사이드월/림을 분리해서 온도 구배를 보면 속도 증가 → 트레드 고온, 림은 상대적으로 저온이라는 질적으로 맞는 결과를 얻을 수 있음

# COMSOL-2D axi symmetric

5.0000	283.07
10.000	283.03
15.000	283.02
20.000	283.02
25.000	283.02
30.000	283.02
35.000	283.02
40.000	283.01
45.000	283.01
50.000	283.01
55.000	283.01
60.000	283.01
65.000	283.01
70.000	283.01
75.000	283.01

림

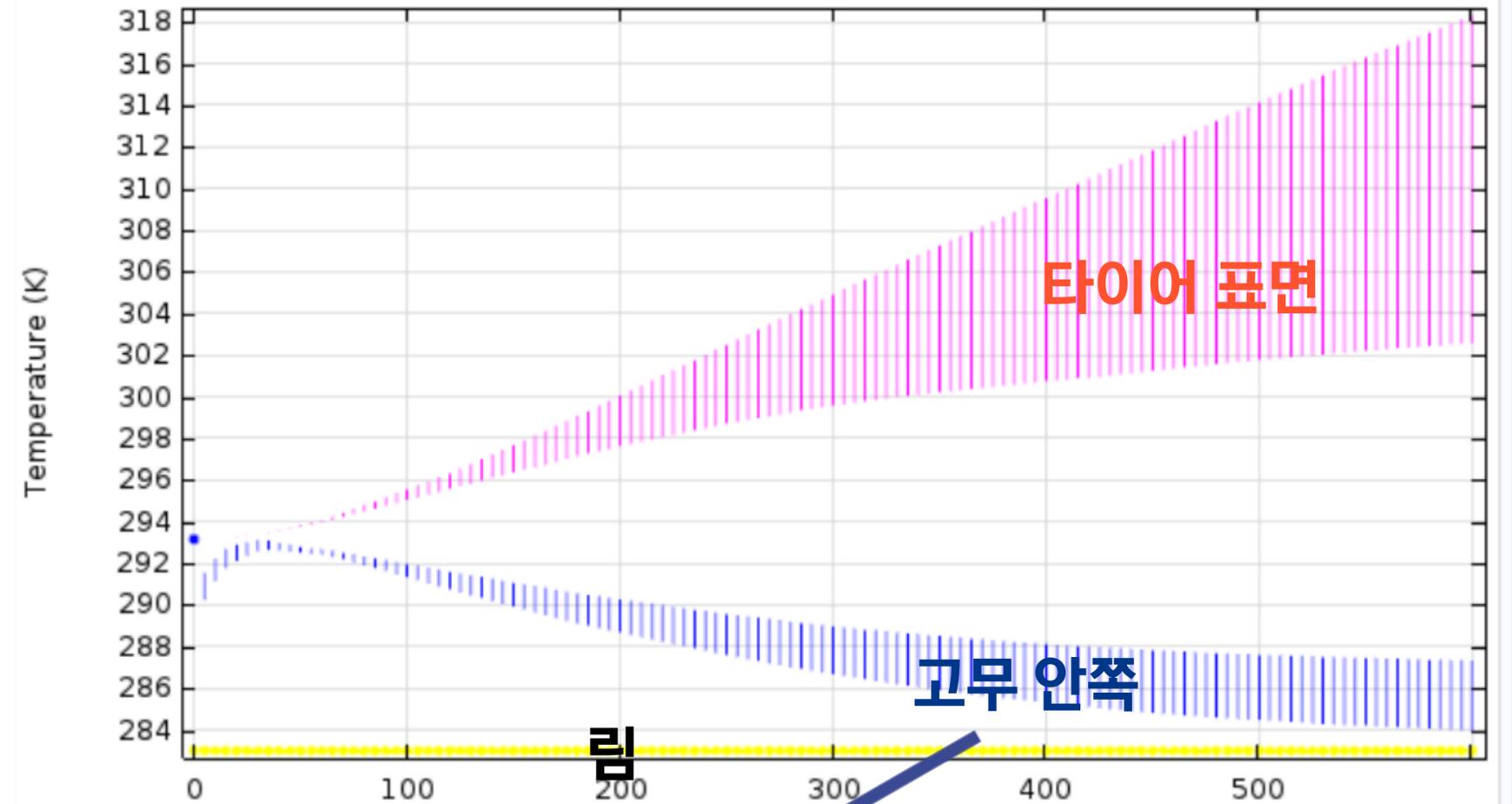
5.0000	291.07
10.000	291.84
15.000	292.36
20.000	292.62
25.000	292.77
30.000	292.93
35.000	292.93
40.000	292.84
45.000	292.76
50.000	292.68
55.000	292.59
60.000	292.51
65.000	292.39
70.000	292.25

고무 안쪽

Time (s)	Temperature (K)
0.0000	293.15
5.0000	293.16
10.000	293.18
15.000	293.21
20.000	293.27
25.000	293.33
30.000	293.40
35.000	293.49
40.000	293.61
45.000	293.72
50.000	293.84
55.000	293.95
60.000	294.07
65.000	294.22
70.000	294.40
75.000	294.59

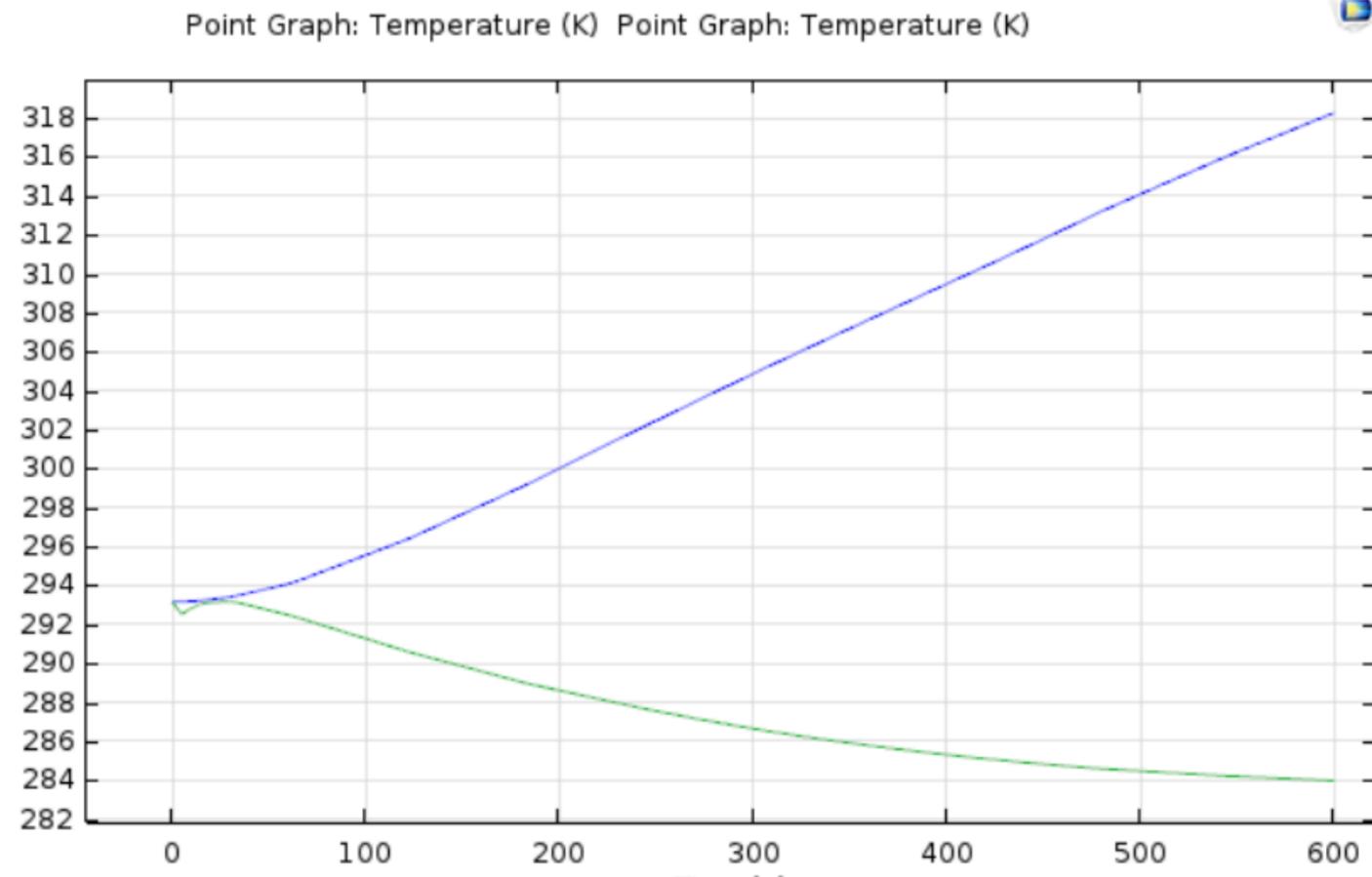
바퀴

Line Graph: Temperature (K) Line Graph: Temperature (K) Line Graph: Temperature (K)



온도가 오르는 것보다 식는 것이 더 빠름

# COMSOL-2D axi symmetric



이전 그래프에 대한 평균을 나타낸 그래프

qscale	0.02	0.02
t_end	3600[s]	3600 s

General inward heat flux  
 $q_0$   $qscale*eta\_heat*Crr*Fz*v\_fun(t)/A\_contact$

3540.0	294.30	60.000	293.17
3545.0	294.31	65.000	293.17
3550.0	294.31	70.000	293.17
3555.0	294.31	75.000	293.18
3560.0	294.31	80.000	293.18
3565.0	294.31	85.000	293.18
3570.0	294.31	90.000	293.19
3575.0	294.31	95.000	293.19
3580.0	294.31	100.00	293.20
3585.0	294.31	105.00	293.20
3590.0	294.31	110.00	293.21
3595.0	294.31	115.00	293.21
3600.0	294.31	120.00	293.21

수렴하지 않는 이유 -> 마찰발열 q가 너무 세게 설정됨

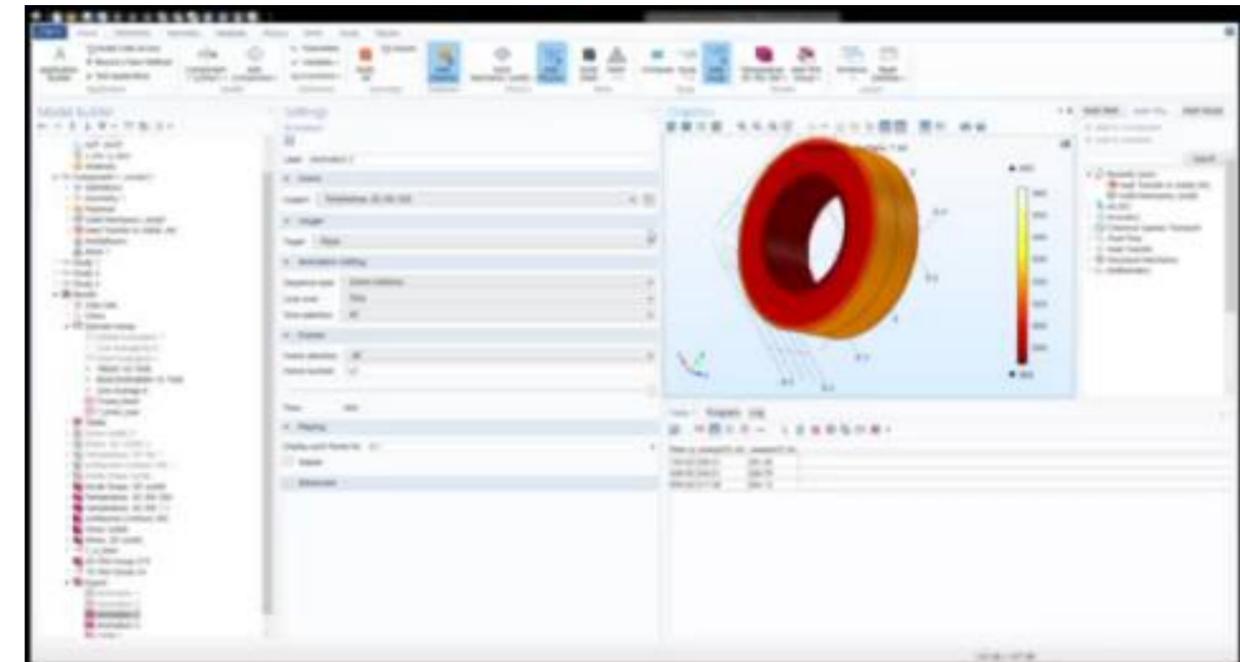
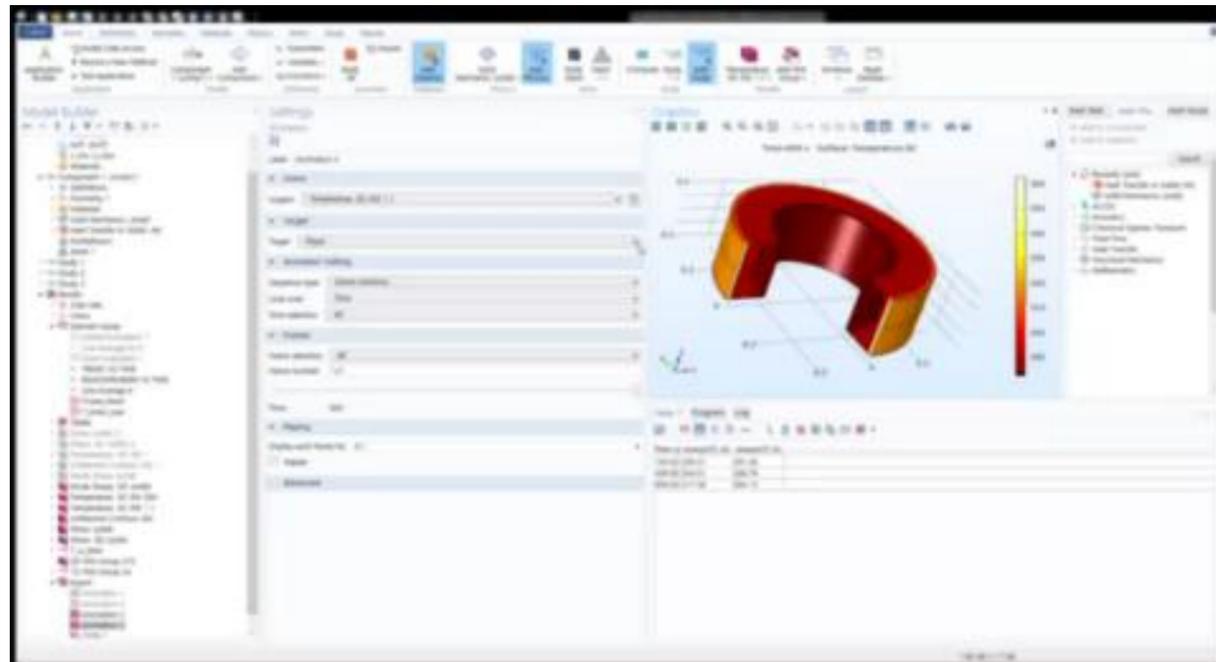
타이어가 계속 미끄러지면서 브레이크를 밟고 있는 상황 (SLIP RATIO 고려 X) -> 열 시간상수가 길어서 600s로는 평형을 못 보는 상황

열이 빠져나가는 경로가 제한적

허브, 서스펜션, 공기 내부 유동, 복사 무시 -> SLIP RATIO 첨가+ 시간이 증가할 수록 기울기가 감소하는 것 확인가능

# COMSOL-2D axi symmetric

---



$$\frac{dT}{dt} \approx \frac{P}{C_{th}} \approx \frac{160}{30\,000} \approx 0.005 \text{ K/s}$$

열용량과 파워를 계산하여 대략적인 온도상승값을 고려했을때 -> 10분에 3K 정도 오름

우리가 가정한 소나타의 주행 환경을 고려했을때 -> 실제 타이어온도 변화도 극적으로 변하지않음

극단적인 타이어 온도 변화가 일어나려면 F1 처럼 300KM/S 에 육박하는 고속으로 장시간 레이싱을 수행하는 조건으로 설정하고 값을 반영해야 가시적인 온도 상승과 수렴을 관찰 할 수 있음

하지만 우리는 온도에 따른 강성 변화를 비교하고 싶어  
100초일 때와 300초일때, 600초일때 타이어 표면의 평균온도를 기준으로 삼음

	표면	내부
Time (s)	aveop2(T) (K)	aveop3(T) (K)
100.00	295.51	291.36
300.00	304.51	286.76
600.00	317.28	284.12

Time (s)	aveop2(T) (K)
100.00	294.73
300.00	300.72
600.00	309.23

Time (s)	aveop3(T) (K)
100.00	291.36
300.00	286.76
600.00	284.12

Rear

Rear(Inner)

T_tread_1	295.51 [K]
T_tread_2	304.51 [K]
T_tread_3	317.28 [K]
T_inner_1	291.28 [K]
T_inner_2	286.76 [K]
T_inner_3	284.12 [K]

강성

t	f(t)
253	1.5e7
273	1.2e7
293	1.0e7
313	7.0e6
333	4.5e6
353	3.0e6
373	2.0e6
393	1.5e6

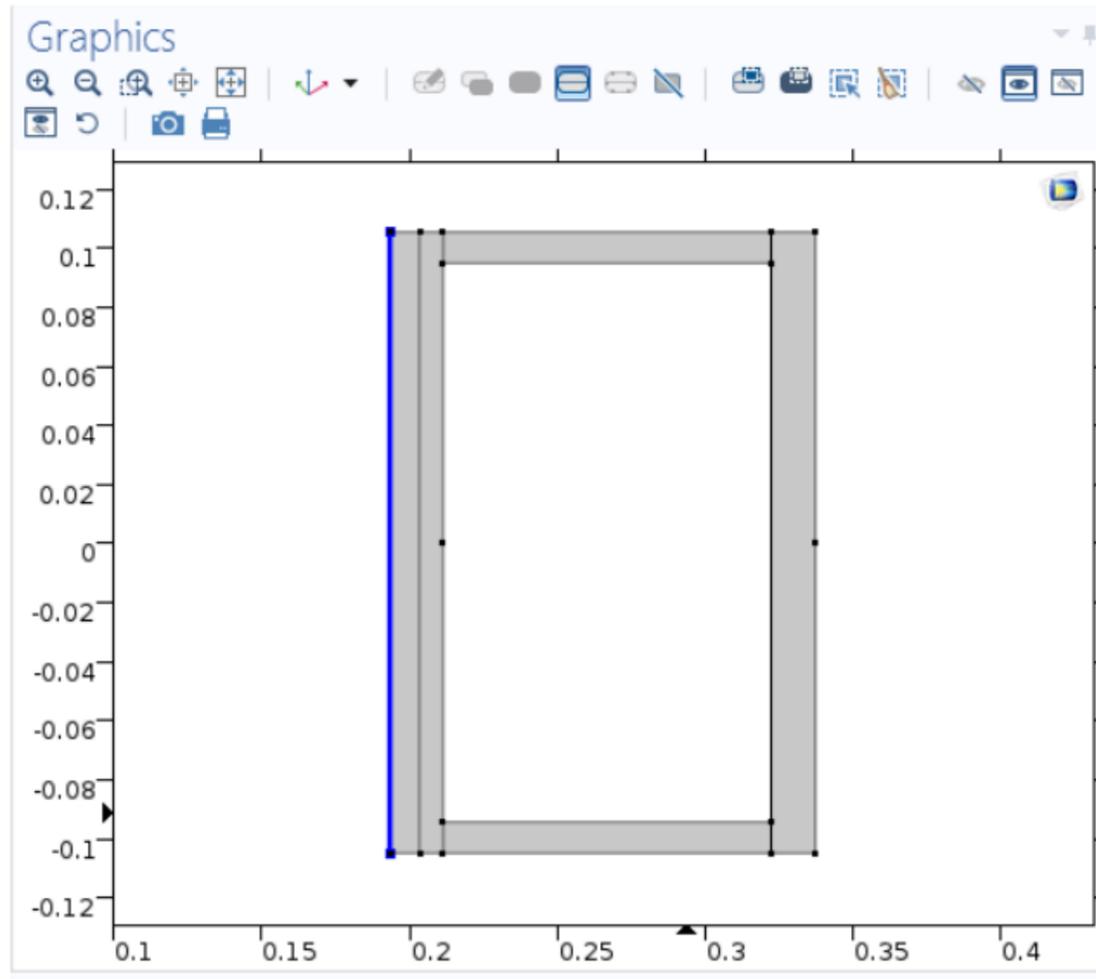
온도에 따른 E값

## Solid Mechanics을 시작하기 전 Parameter 정의

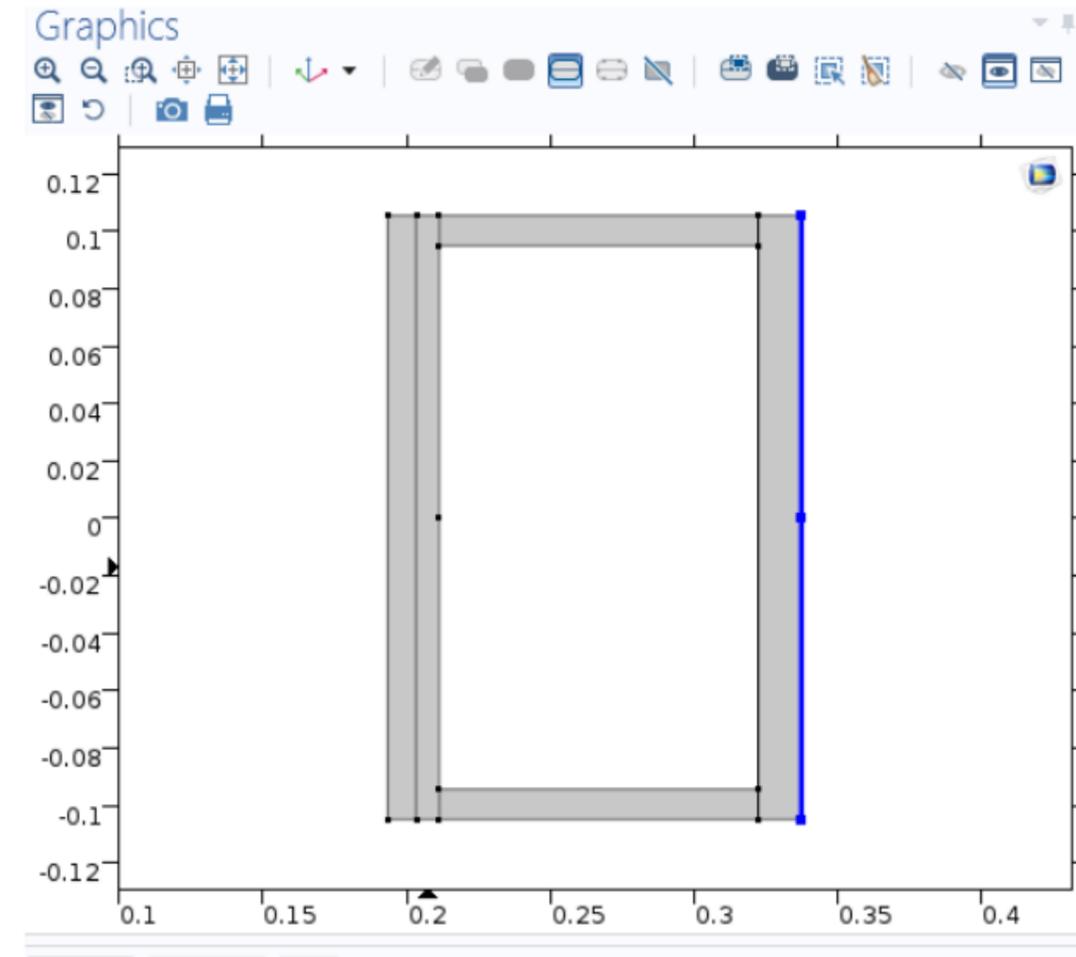
Name	Expression
R_rim	203[mm]
R_out	337[mm]
W_tire	210[mm]
R_hub	34[mm]
Tcase	313[k]
Fz	4415[N]
T_tread	if(caseID==1, T_tread_1, if(caseID==2, T_tread_2, T_tread_3))
T_inner	if(caseID==1, T_inner_1, if(caseID==2, T_inner_2, T_inner_3))
t_rubber	15[mm]
R_air_out	R_out - t_rubber
W_air	0.9*W_tire
z_air0	-W_air/2
z_tire0	-W_tire/2
t_cav	8[mm]
T0	283[K]
Crr	0.012
mu	0.8
v1	60[km/h]
v2	120[km/h]

L_contact	0.12[m]
A_contact	W_tire*L_contact
eta_heat	0.9
R_mean	(R_out+R_rim)/2
t_tread	0.015[m]
A_loss	t_tread * W_tire
V_loss	2*pi*R_mean*A_loss
t_s1	100[s]
t_s2	300[s]
t_s3	600[s]
caseID	1
T_tread_1	295.51[K]
T_tread_2	304.51[K]
T_tread_3	317.28[K]
T_inner_1	291.28[K]
T_inner_2	286.76[K]
T_inner_3	284.12[K]

solid mechanics

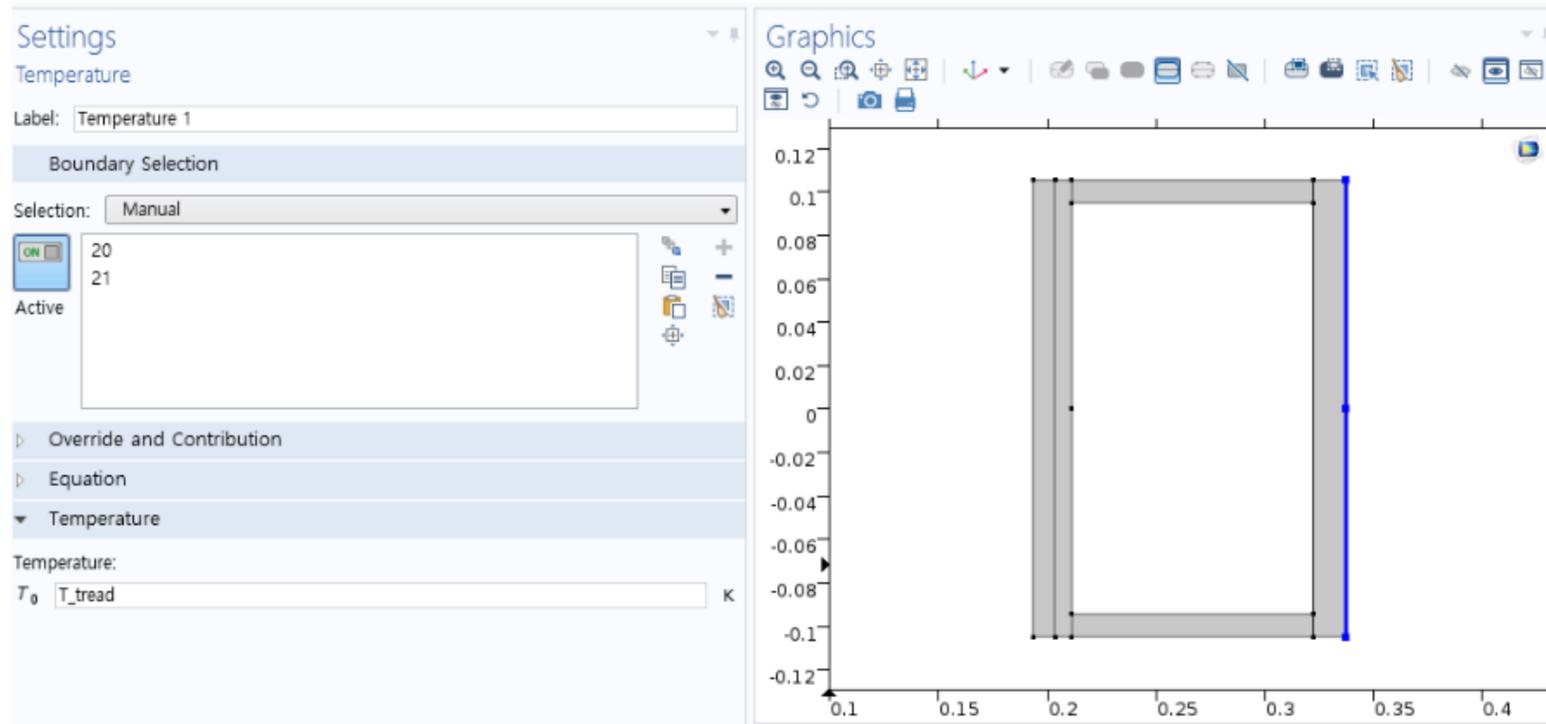


Fixed constraing 림은 변형 거의 없다고 가정했기 때문에 고정

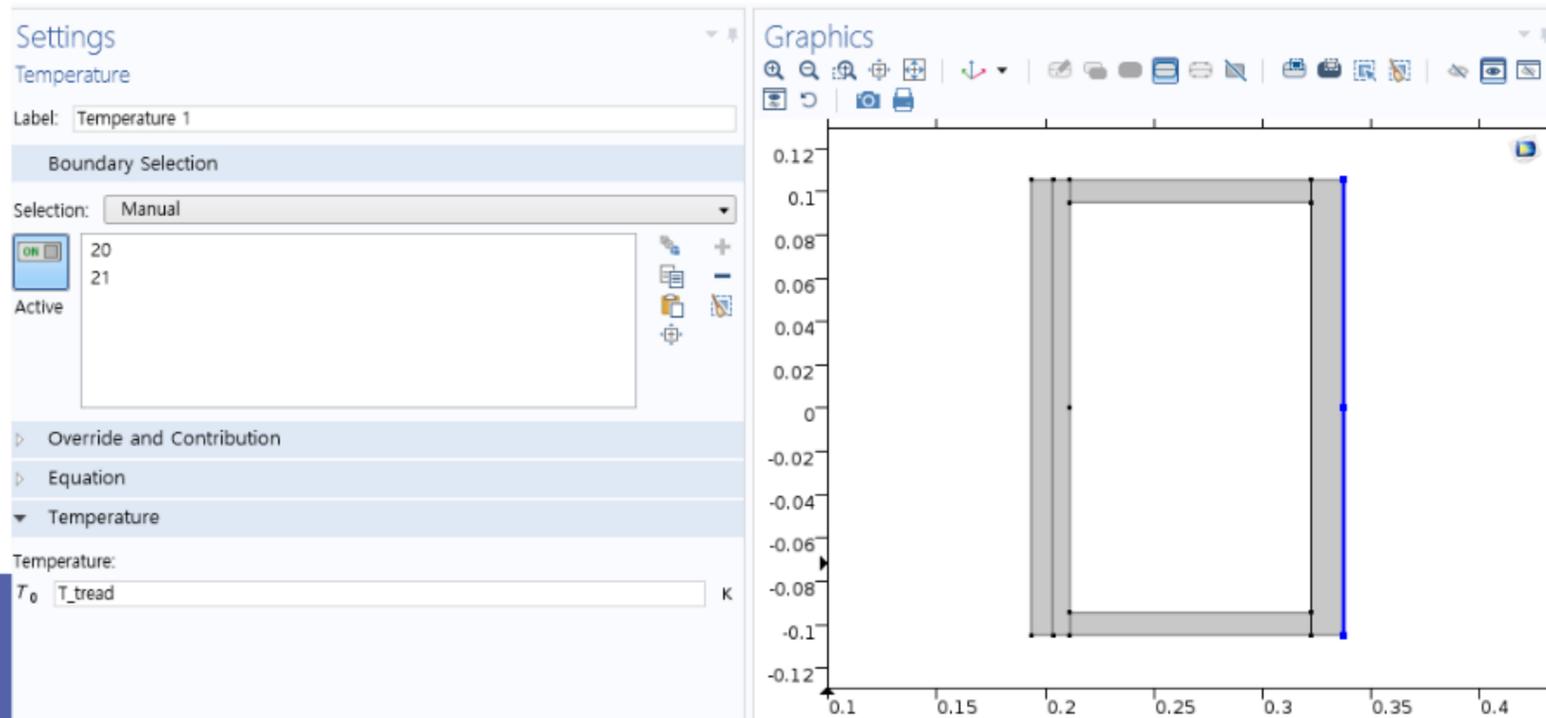


하중 압력의 형태  $F_z / (2 * \pi * R_{out} * W_{tire}) = F_z$  앞바퀴의 경우 (4415N)

# COMSOL-2D axi symmetric Heat Transfer In Solid



앞선 해석에서 정의한 온도 입력



외부 heat flux

Settings  
Heat Flux

Label: Heat Flux outer

Boundary Selection

Selection: Manual

Active

1  
2  
3  
5  
6  
8

Override and Contribution

Equation

Frame Selection

Heat Flux

General inward heat flux

Convective heat flux

$q_0 = h \cdot (T_{ext} - T)$

Heat transfer coefficient:

$h$  20  $W/(m^2 \cdot K)$

External temperature:

$T_{ext}$  293.15[K] K

Graphics

Table 9 Progress Log

multiphysics setting

Stationary

Compute Update Solution

Label: Stationary

Study Settings

Include geometric nonlinearity

Physics and Variables Selection

Modify physics tree and variables for study step

Physics interface	Solve for	Discretization
Solid Mechanics (solid)	<input type="checkbox"/>	Physics settings
Heat Transfer in Solids (ht)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings

Values of Dependent Variables

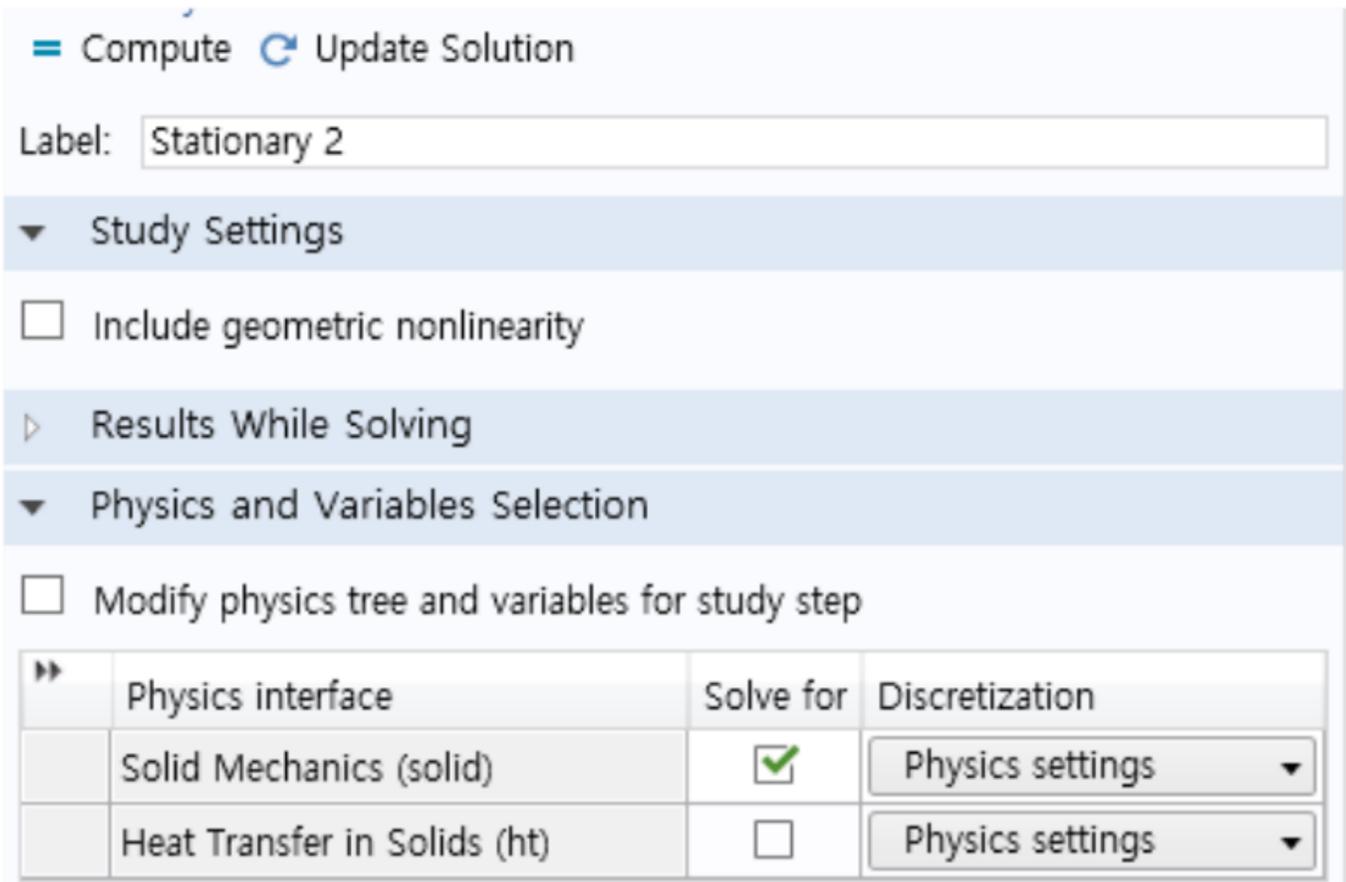
Mesh Selection

Study Extensions

여기선 **Heat Transfer in Solids (ht)** 만 활성화:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = 0$$

온도장  $T(r,z)$ 를 먼저 구해놓는 것



여기선 Solid Mechanics (solid)만 활성화

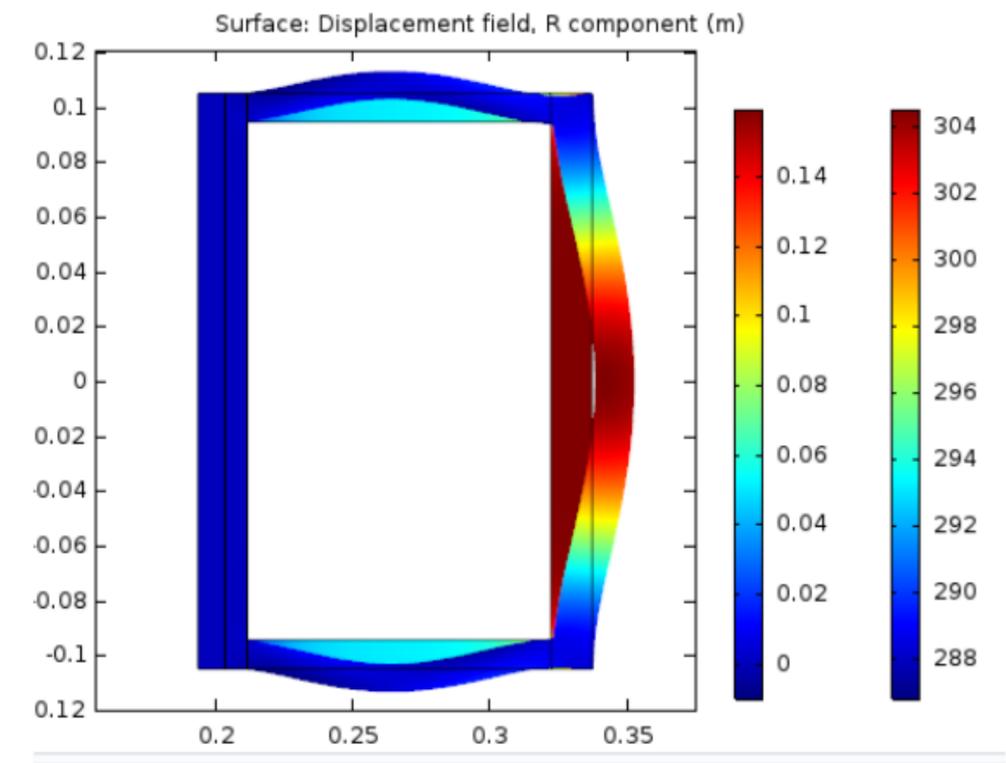
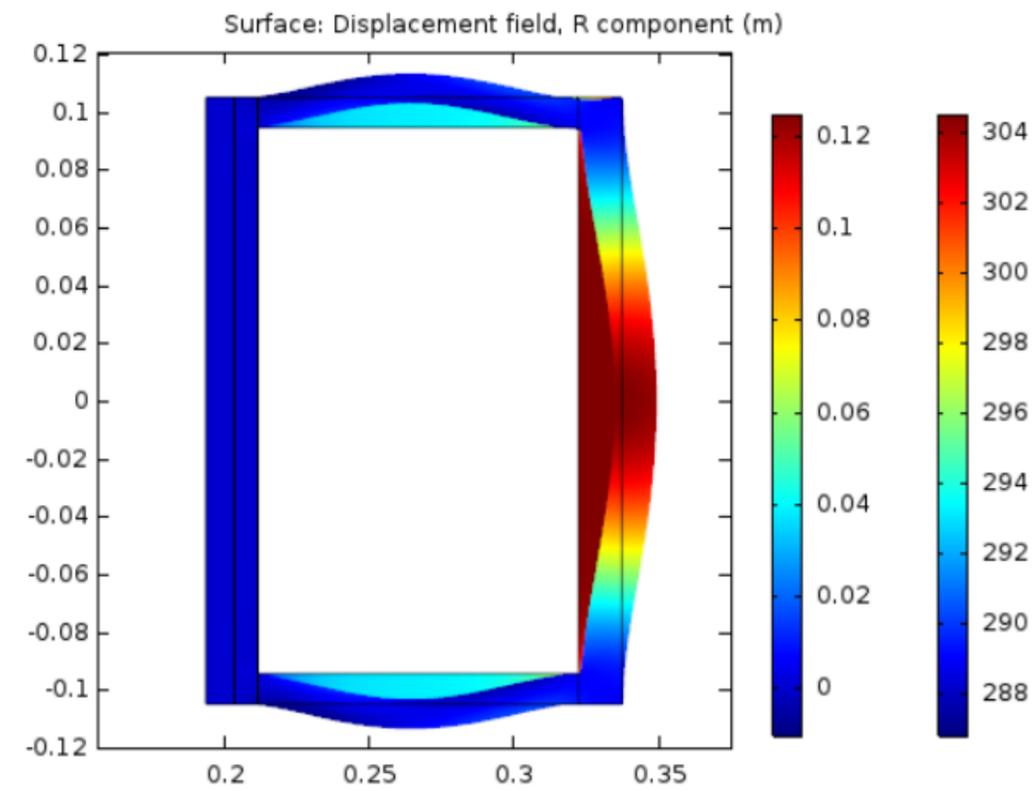
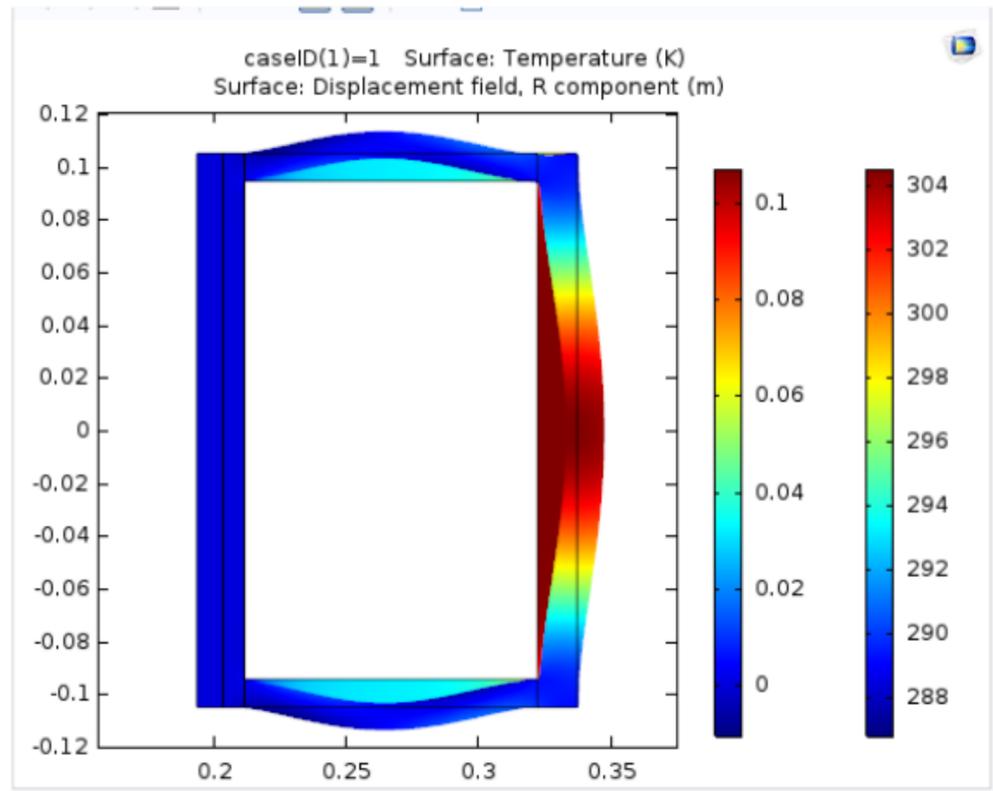
$$\nabla \cdot \sigma(u, T) = 0$$

응력 안에 열팽창 항 들어있음

$$\sigma = C : (\varepsilon(u) - \alpha(T)(T - T_{\text{ref}})I)$$

Step 1에서 구한 T를 "이미 알고 있는 필드"로 가져다가 씀

# COMSOL-2D axi symmetric



caseID	Displacement field, R component (m)
1.0000	0.057678
2.0000	0.066874
3.0000	0.084938



line average 를 이용한 변화

caseID	Fz/(aveop1(u)) (N/m)
1.0000	76546
2.0000	66020
3.0000	51979

강성 구하기

$$k_{\text{model}, i} = \frac{F_z}{|\bar{u}_{r,i}|}$$

- caseID 1 (저온): 76,546 N/m  $\approx$  76.5 N/mm
- caseID 2 (중간): 66,020 N/m  $\approx$  66.0 N/mm
- caseID 3 (고온): 51,979 N/m  $\approx$  52.0 N/mm

실제(180~200N/mm)보다 2~3배 더 많이 늘리는 상태  
 절대 강성: 실차보다 2~3배 "부드럽게" 나옴

코드·벨트·카카스 층이 주는 막 강성이 대부분  
COMSOL 모델은 축대칭 고무 도메인 + 간단한 재료 E(T) 구조,  
코드 각도/레이어/강성, 벨트층(스틸·폴리에스터) 등  
**E(수십~수백 GPa)가 들어가있지 않음**

→ 이를 고려해서 모델링 시도하려 했지만,  
각각의 소재에 대한 온도에 따른 E를 구할 수 없거나 comsol 에서 지원하지  
않아 고무로 근사했다

내부 공기압(220 kPa)을 상수 압력으로만 줬기 때문에 생기는 차이

실차 타이어는 부피가 줄어들면 압력이 올라가는 시스템  
공기가 만들어내는 등가 수직강성은 대략

$$pV = \text{const}$$

$$k_{\text{air}} \sim \frac{p A^2}{V}$$

내부 공기를 캐비티 도메인 + 압축성 유체로 풀어서  
p-V 연동을 준 게 아니라 내부 벽에 항상 220 kPa인 고정 압력만 줬기 때문에  
타이어가 눌러도 V 감소 → p 증가 효과가 빠져있어 위의  $k_{\text{air}}$  항이 거의 반영이  
안 됨

→ 실제보다 공기로 받쳐주는 효과가 적게 들어가고, 전체 등가 강성 k가 더 작게  
나올 수 있음

접촉부에  $p = \frac{F_z}{2\pi R_{out} W_{tire}}$  의 균일 링 압력 줌

360° 전체 둘레에 걸쳐서 일정하게 눌러 있는 링

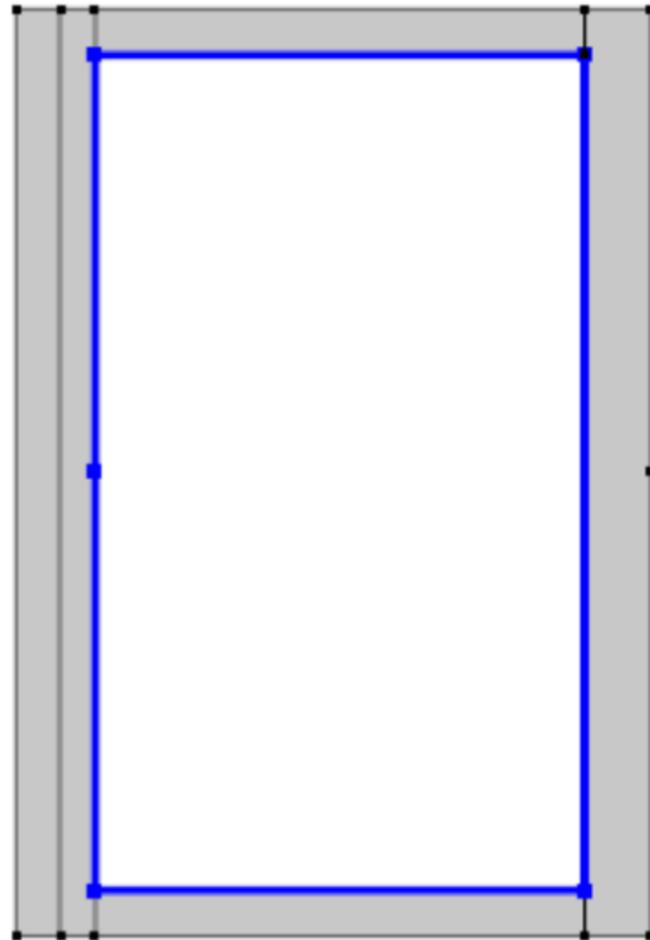
실제는 약 10-15% 정도의 둘레만 노면에 닿고, 나머지는 공중에 떠 있으면서 벨트/코드와 공기압으로 힘을 전달

타이어 전체가 더 골고루 눌러는 모드를 유도해 일부 에너지가 불필요한 영역 변형에 쓰이고 실제보다 더 부드러운 스프링처럼 보임

압력 개선한 모델

$$R_{cav} = R_{air\_out} - \frac{t_{cav}}{2} \quad V_0 \approx 2\pi R_{cav} \cdot (W_{air} \cdot t_{cav}) \quad A_{inner} \approx 2\pi R_{cav} W_{air}$$

R_cav	$R_{air\_out} - t_{cav}/2$	0.318 m	CAVITY 평균 반지름
V0_cav	$2 \cdot \pi \cdot R_{cav} \cdot W_{air} \cdot t_{cav}$	0.0030211 m <sup>3</sup>	캐비티 부피 (초기 V0)
A_inner	$2 \cdot \pi \cdot R_{cav} \cdot W_{air}$	0.37763 m <sup>2</sup>	내부 벽 유효 면적 A_inner
p0	220[kPa]	2.2E5 Pa	기준 내부압력



내부 벽의 평균 반경 변위  $\delta_r$   
 내부 벽이 안쪽으로 들어가면 음수 변위

Settings

Variables

Label: Variables 1

Geometric Entity Selection

Geometric entity level: Entire model

ON

Active

Variables

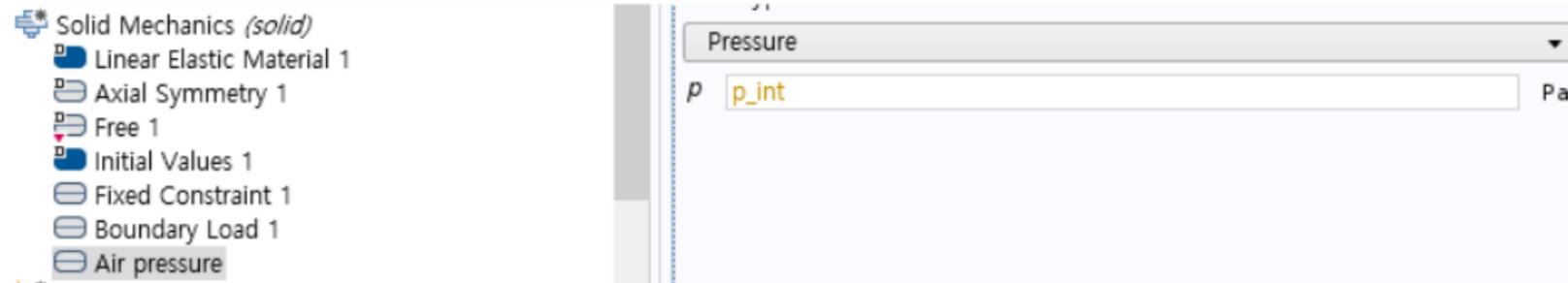
Name	Expression	Unit	Description
deltaV	$-A\_inner*ave\_cav\_u(u)$		
V_cav	$V0\_cav + deltaV$		
p_int	$p0*V0\_cav/V\_cav$		

현재 부피

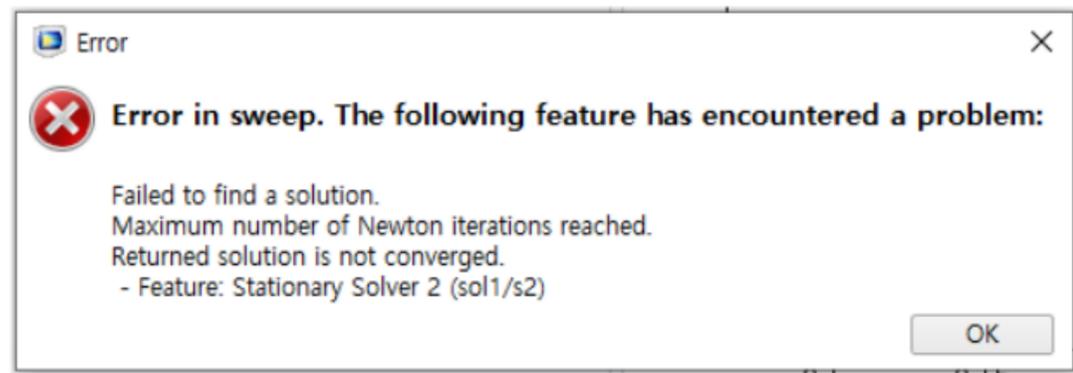
$-A\_inner*delta\_r$   
 $\delta_r < 0 \Rightarrow \Delta V < 0 \rightarrow$  부피 감소

Name	Expression	Unit
deltaV	$-0.1*A\_inner*ave\_cav\_u(u)$	$m^3$
V_raw	$V0\_cav + deltaV$	$m^3$
p_int	$p0*V0\_cav/V\_cav$	Pa
V_cav	$min(1.3*V0\_cav, max(0.7...$	$m^3$

# COMSOL-2D axi symmetric



이제 p\_int가 solid.ur(변위)에 의존하기 때문에, 비선형 방정식이 됨 때문에 SOLVER 변경하여 해결



caseID	Fz/(aveop1(u)) (N/m)
1.0000	1.5462E5
2.0000	1.4392E5
3.0000	1.2704E5

1: 0.93:  
0.82

$$\frac{k_{total}(T)}{k_{total}(T_{cold})} = \frac{k_{rubber}(T) + k_{air}}{k_{rubber}(T_{cold}) + k_{air}}$$

여기서 k\_air가 0이 아니면, 분모/분자에 같은 상수가 더해져 비율이 1에 더 가까워짐

## 초기 모델

내부 공기압 220Kpa의 고정 압력만 적용  
수직강성이 고무 구조에 의해서만 결정되는것으로 가정  
온도 상승 시 고무 탄성계수 감소가 전체 강성 값  $R_k(T)$  짐 1.0 -> 0.68

온도의존성 발생

## 중간 모델

실제 타이어 수직강성의 상당 부분은 내부 공기 압축성이 담당  
축대칭 캐비티에 대해 부피-압력 관계

$pV \approx \text{const}$  가정

$$p_{\text{int}} = p_0 \frac{V_0}{V_{\text{cav}}} \quad \text{정의}$$

$$k_{\text{total}}(T) = k_{\text{rubber}}(T) + k_{\text{air}}$$

강성이 분해되어  
온도의존성이 적은  $k_{\text{air}}$  함께 작용

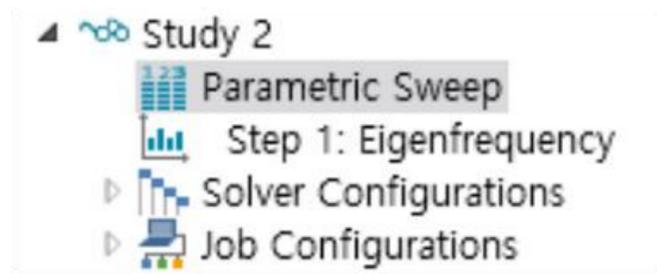
## 최종 모델

온도 의존성 큰 고무 강성과 온도 의존성 작은 공기 강성이 함께 작용

$$R_k(T) \quad 1.0 \rightarrow 0.82$$

절대 강성 값도 문헌에 보고된 승용차 타이어 강성(약 200N/mm)에 근접

eigenfrequency구하기



Settings

Parametric Sweep

Compute Update Solution

Label: Parametric Sweep

Study Settings

Sweep type: Specified combinations

Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
caseID	1 2 3	

Eigenfrequency

Compute Update Solution

Label: Eigenfrequency

Study Settings

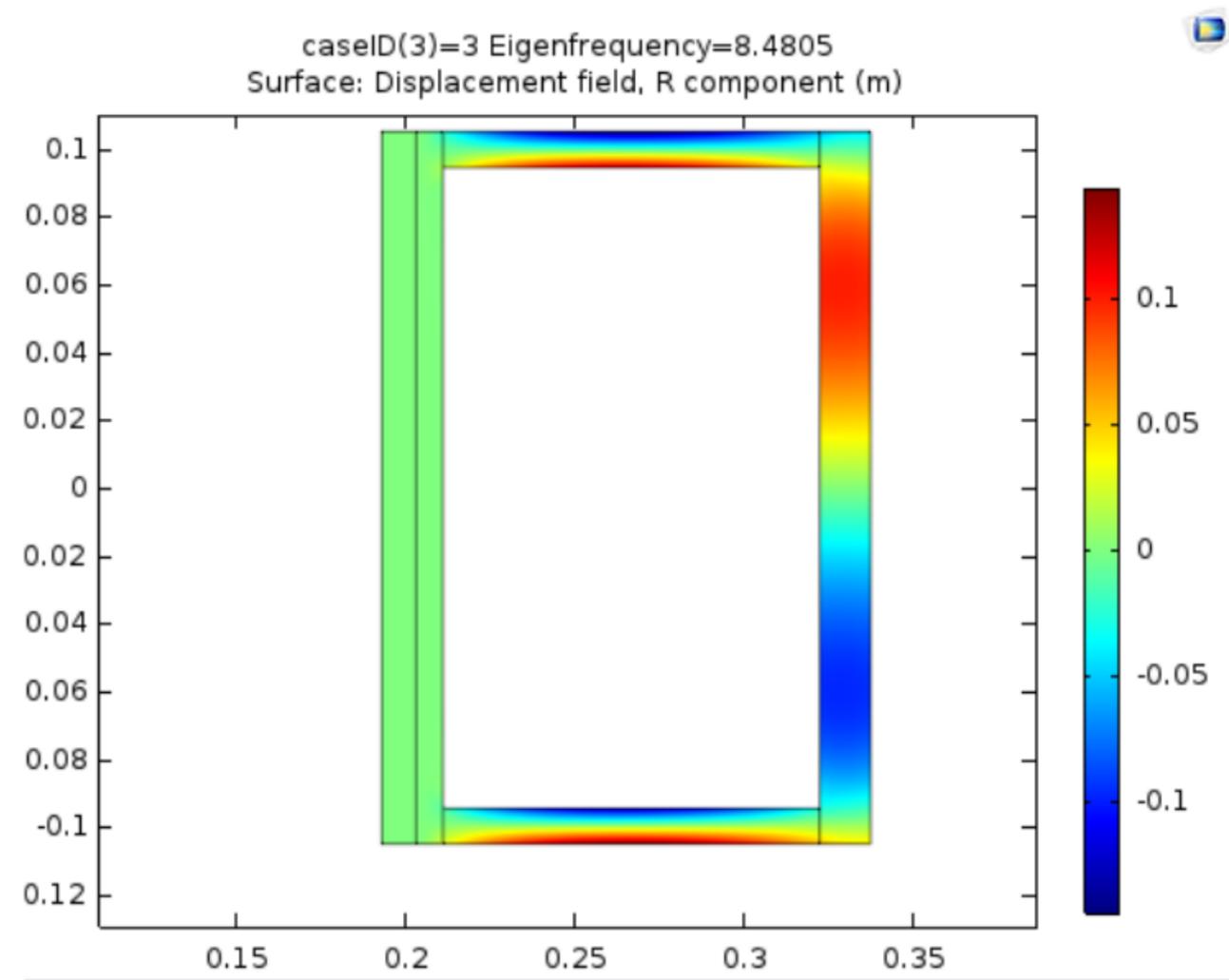
Eigenfrequency search method: Manual

Desired number of eigenfrequencies:  5

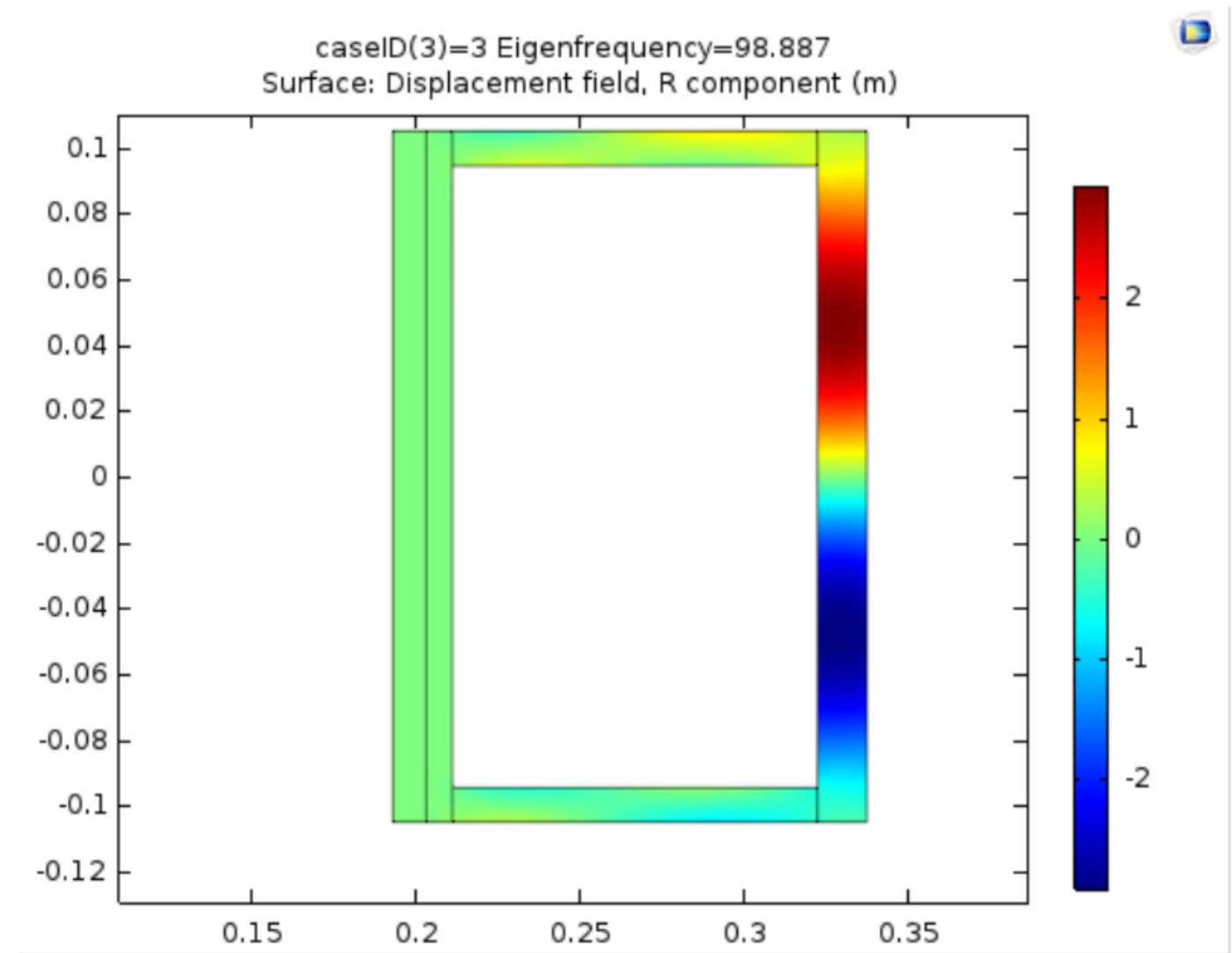
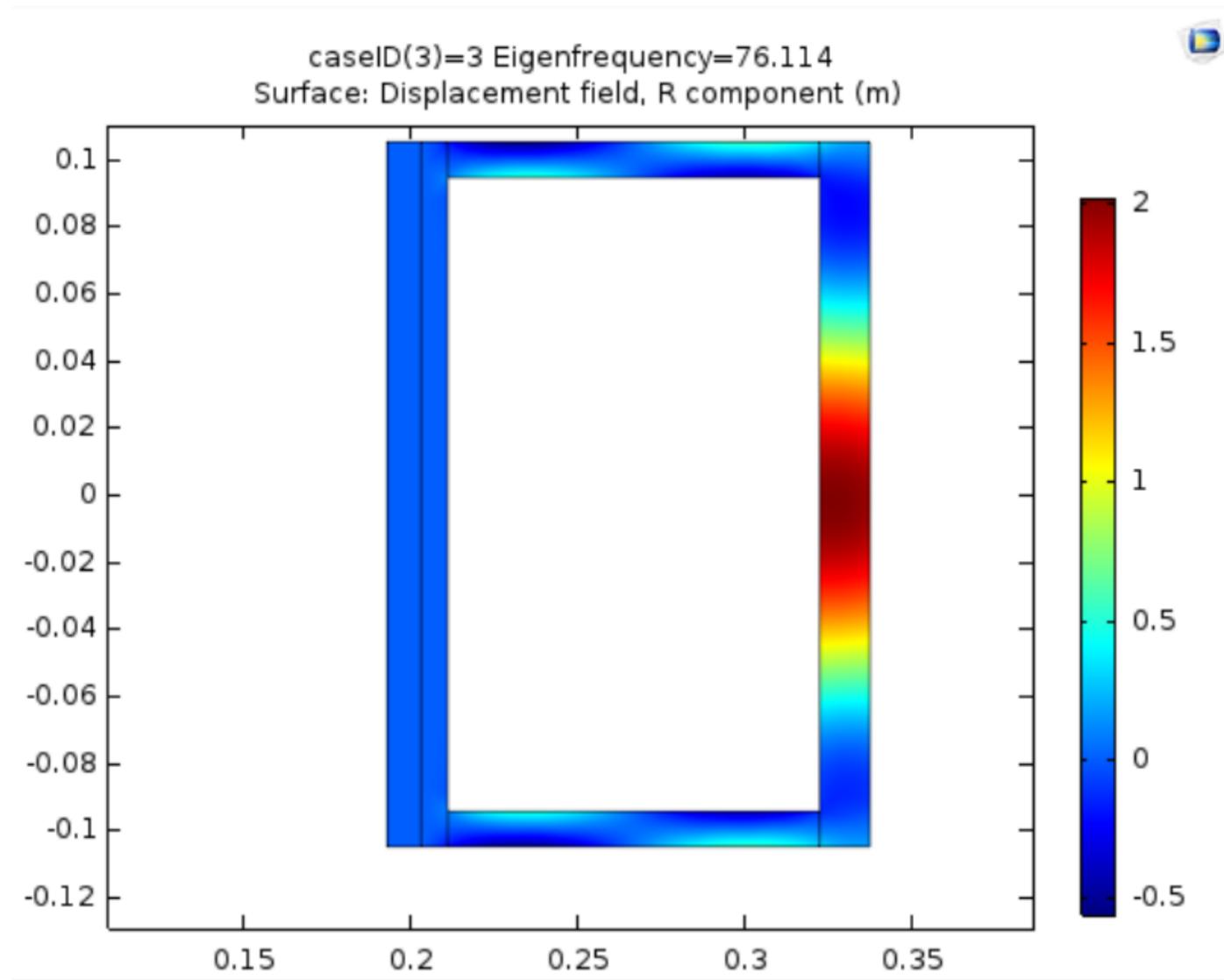
Search for eigenfrequencies around:  0 Hz

Eigenfrequency search method around shift: Closest in absolute value

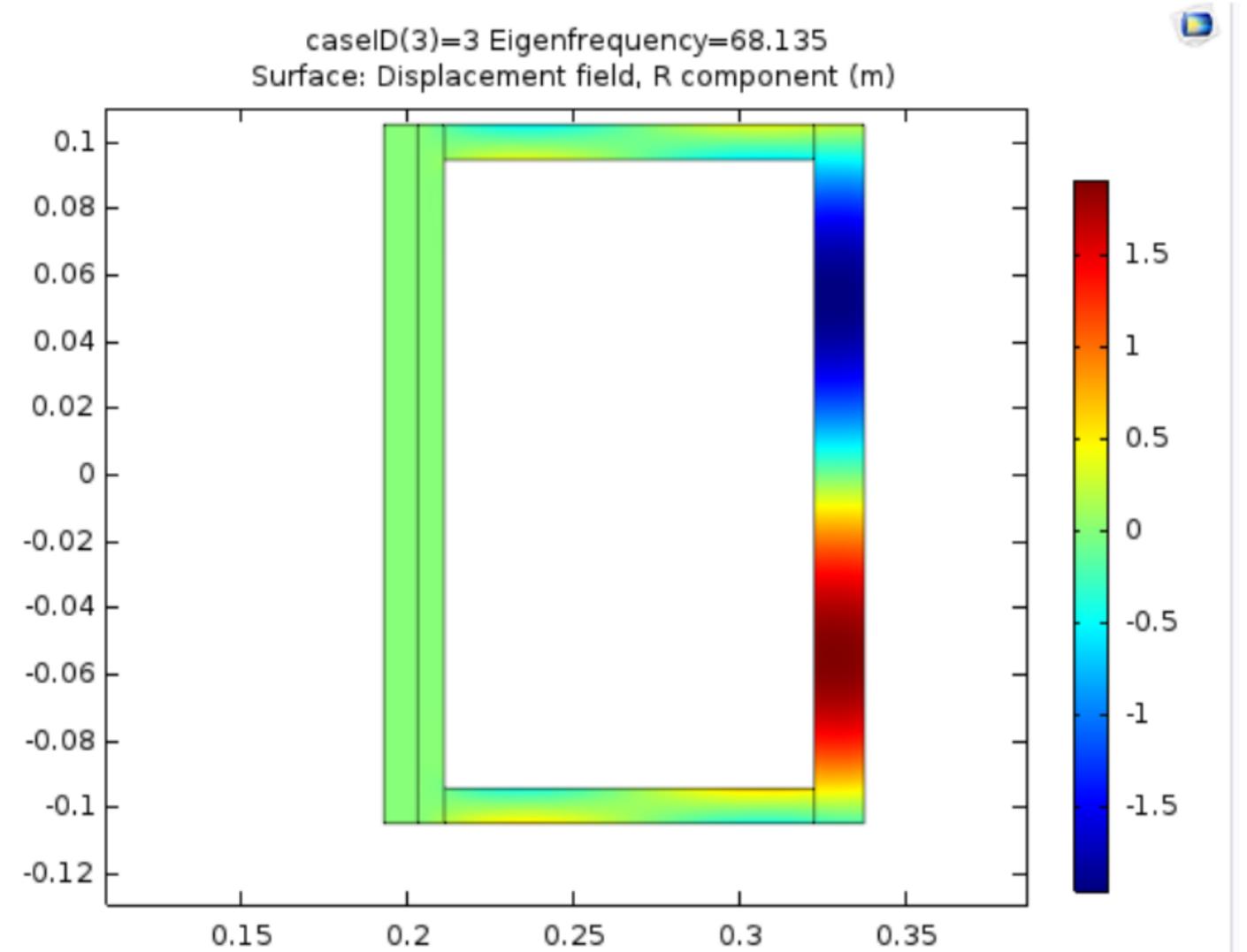
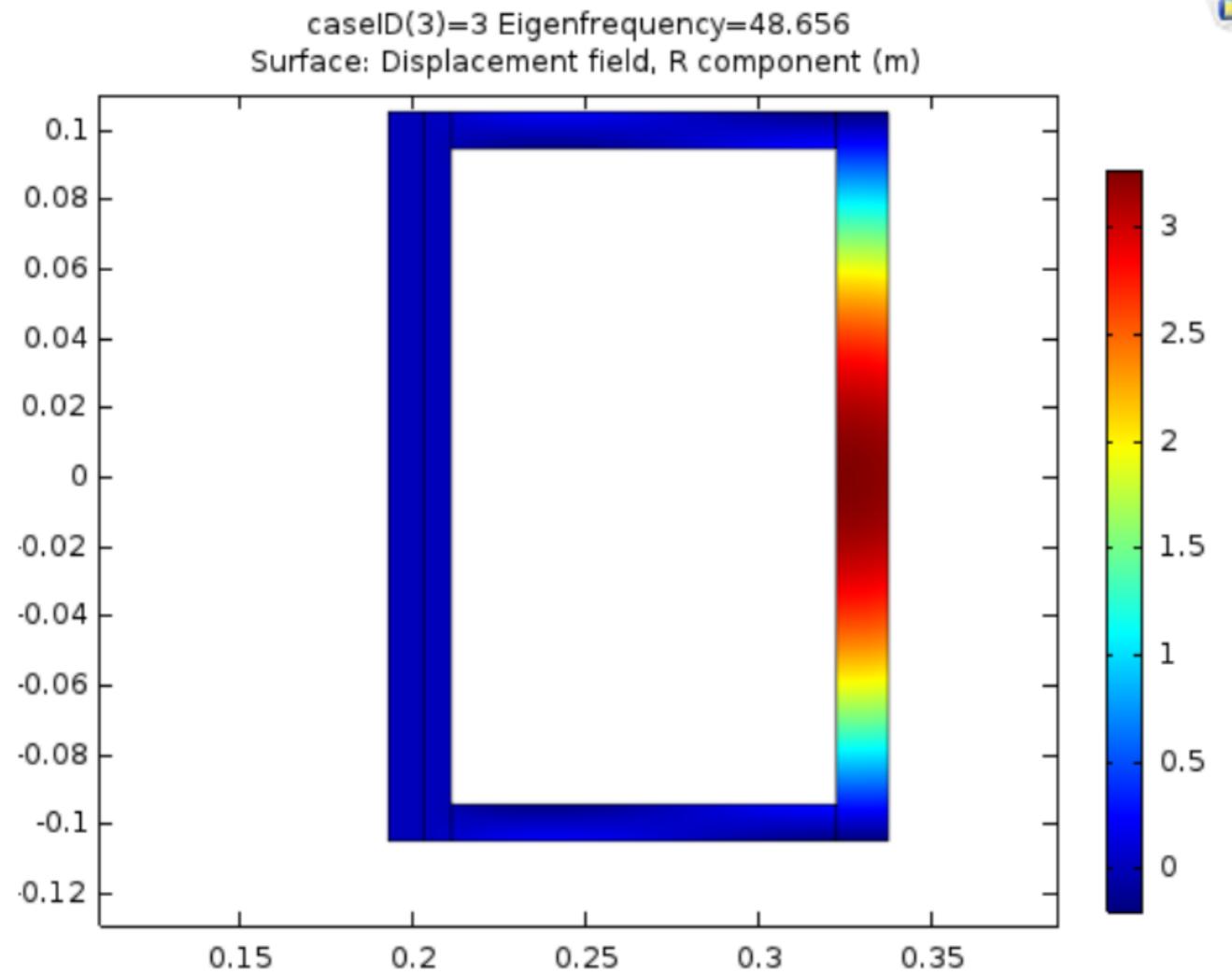
Include geometric nonlinearity



# COMSOL-2D axi symmetric



68.135로 결정



고무 영역 전체가 대체로 한쪽 색(한 부호) 으로 깔려 있고, 반경 방향으로 안팎으로만 크게 움직이고, 축 방향(z)으로는 모양 변화가 거의 없음 즉 전체 링이 동시에 안쪽/바깥쪽으로 부풀었다 줄었다 하는 축대칭 모드



**전형적인 breathing 모드**  
**68.135**

Settings  
Global Evaluation  
Evaluate

Label: mode3

Data

Data set: Study 2/Parametric Solutions 1 (sol3)

Parameter selection (caseID): All

Eigenfrequency selection: Manual

Eigenfrequency (1-5): 3

Table columns: Data only

Expression

Expression: solid.freq

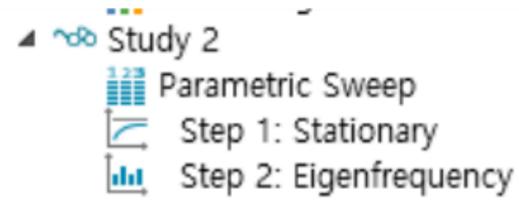
Unit: Hz

caseID	lambda	Frequency (Hz)
1.0000	68.135	68.135
2.0000	68.135	68.135
3.0000	68.135	68.135

$f \propto \sqrt{k}$  관계로 추정된 breathing 모드 주파수 변화

Eigenfrequency 해석은 선형 구조 모델로 수행했기 때문에 COMSOL 자체 결과는 온도에 대해 거의 일정한 68 Hz로 나타남

# COMSOL-2D axi symmetric



온도까지 고려했을 경우

Physics interface	Solve for	Discretization
Solid Mechanics (solid)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings
Heat Transfer in Solids (ht)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings

step 1 setting

step 1 결과 받아서

Physics interface	Solve for	Discretization
Solid Mechanics (solid)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings
Heat Transfer in Solids (ht)	<input type="checkbox"/>	Physics settings

caseID	lambda	Frequency (Hz)
1.0000	1.0000	67.603
2.0000	1.0000	65.258
3.0000	1.0000	61.106

$$R_f(T_1) = 67.603 / 67.603 = 1.000$$

$$R_f(T_2) \approx 65.258 / 67.603 \approx \mathbf{0.965}$$

$$R_f(T_3) \approx 61.106 / 67.603 \approx \mathbf{0.904}$$

수평 진동 계산

$$m\dot{v} = F_x - \underbrace{F_{rr}}_{\text{롤링저항}} - \underbrace{F_d}_{\text{공기저항}} - \underbrace{F_g}_{\text{경사}} \rightarrow \text{경사}$$

(C<sub>rr</sub>mg)      ( $F_d = 0.5 \rho A_f C_d v^2$ )

$m = 1600 \text{ kg}, \rho = 1.2 \text{ kg/m}^3, A_f = 2.2 \text{ m}^2, C_d = 0.28, C_{rr} = 0.012$

유도반경  $R_H = 0.33 \text{ m}$

$\theta = 0^\circ$

$v = 60, 120 \text{ (km/h)}$

60km/h:  $F_d = 0.5 \times 1.2 \times 2.2 \times 0.28 \times 16.7^2 \approx 103 \text{ N}$

120km/h:  $F_d = 0.5 \times 1.2 \times 2.2 \times 0.28 \times 33.3^2 \approx 413 \text{ N}$

필요한 ↑

$T = 291.6 \times 0.33 \approx 96.2 \text{ N}$

$T = 601.2 \times 0.33 \approx 198.4 \text{ N}$

**Fz=4415 N (quarter car 기준) 대비 Fx는 약 2~3% 수준밖에 되지 않는다**

## 수평 진동 계산

Label: Boundary Load X

Boundary Selection

Selection: Manual

ON  20  
Active 21

Override and Contribution

Equation

Coordinate System Selection

Coordinate system:  
Global coordinate system

Force

Load type:  
Load defined as force per unit area

F<sub>A</sub> User defined

0	r	N/m <sup>2</sup>
-tau_x	z	

Fx	73[N]	73 N
tau_x	Fx/A_contact	2896.8 N/m <sup>2</sup>

고려 X

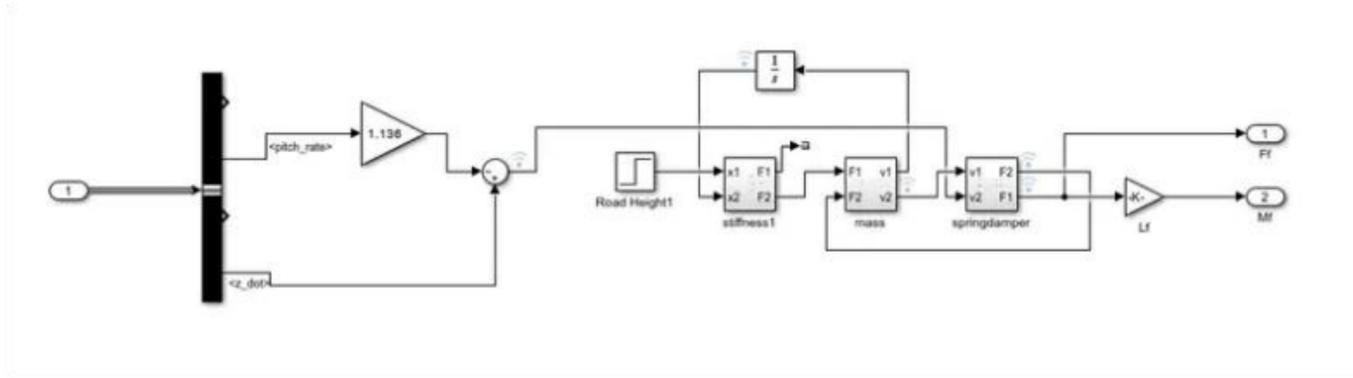
고려 O

caseID	Fz/(aveop1(u)) (N/m)	Fz/(aveop1(u)) (N/m)
1.0000	1.5462E5	1.5472E5
2.0000	1.4392E5	1.4401E5
3.0000	1.2704E5	1.2709E5

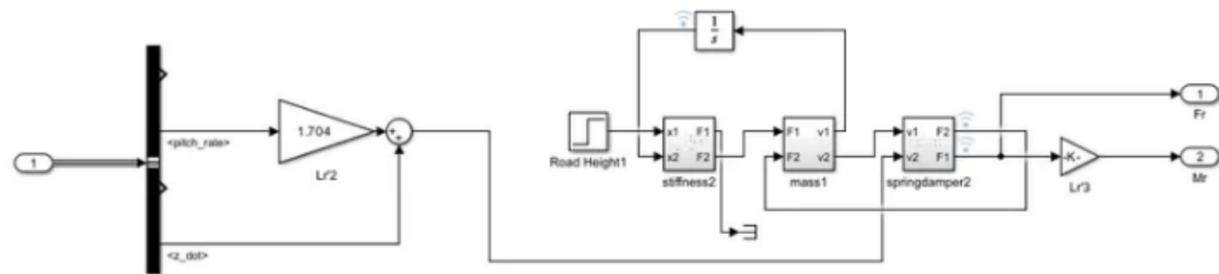
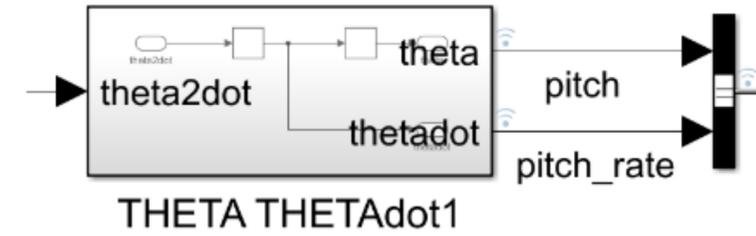
60KM/H 기준으로 걸어줬기 때문에 CASE2 일 때를 보면  
 등가 수직강성 변화는 1% 미만  
 속도가 증가할수록 FX는 증가하지만 모두 등가 수직 강성에  
 미치는 영향은 아주 작음



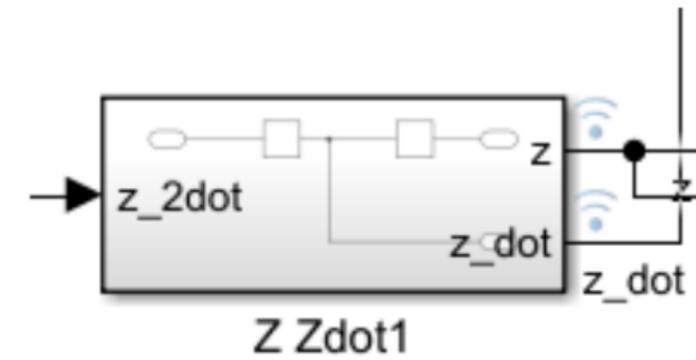
# SIMULINK 훑기 부착 전

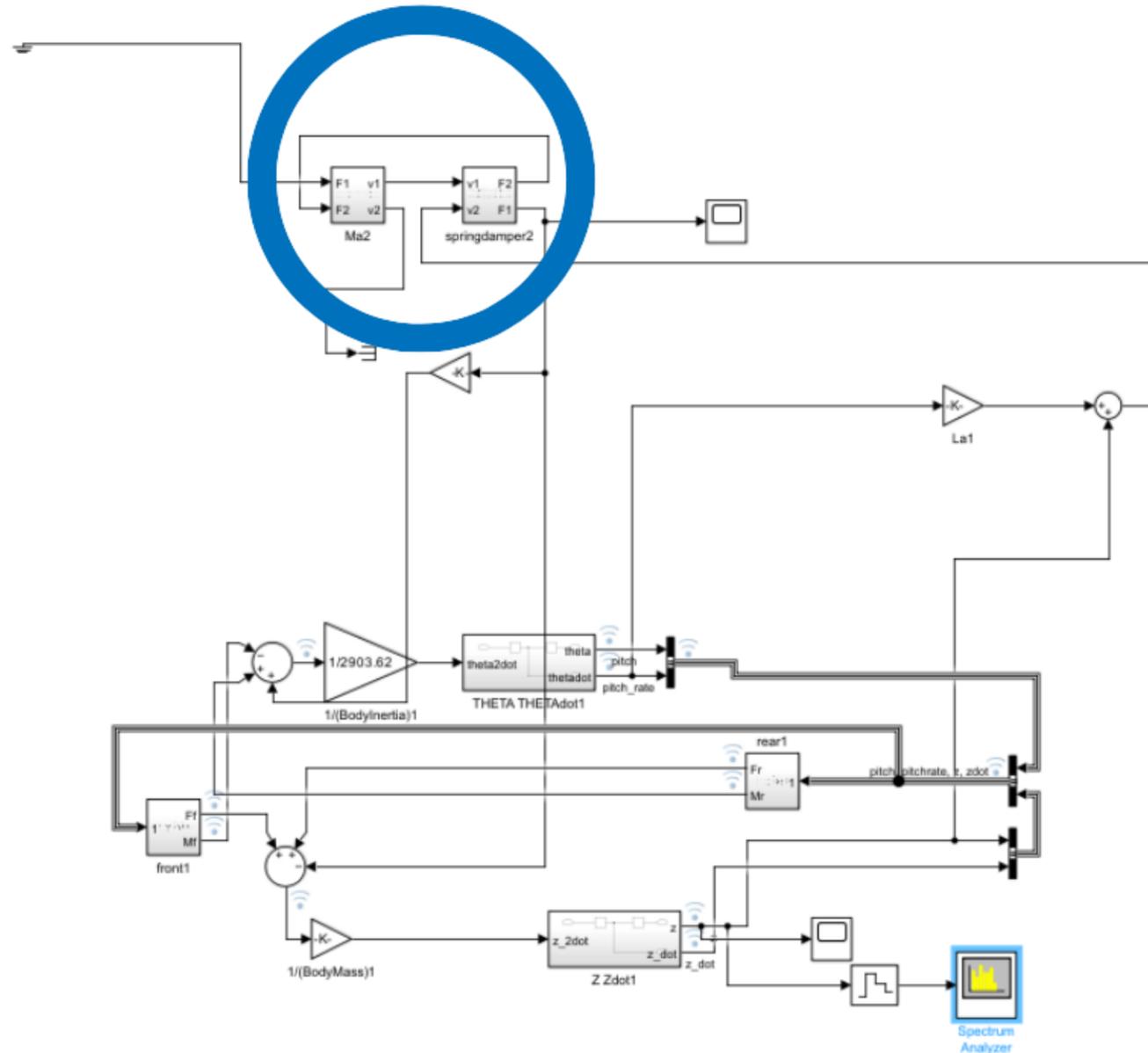


앞바퀴 sprungmass, unsprungmass가 포함된 서브시스템



뒷바퀴 sprungmass, unsprungmass가 포함된 서브시스템

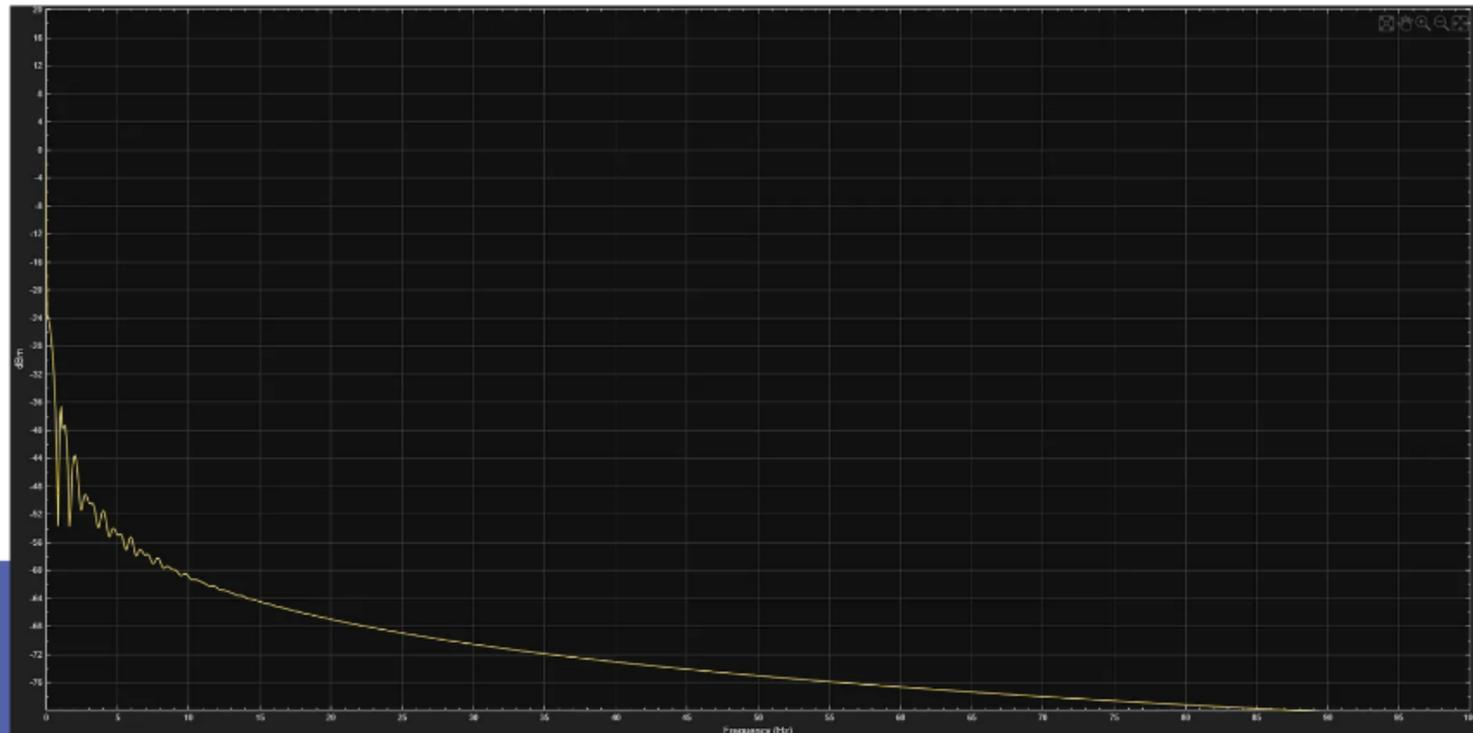
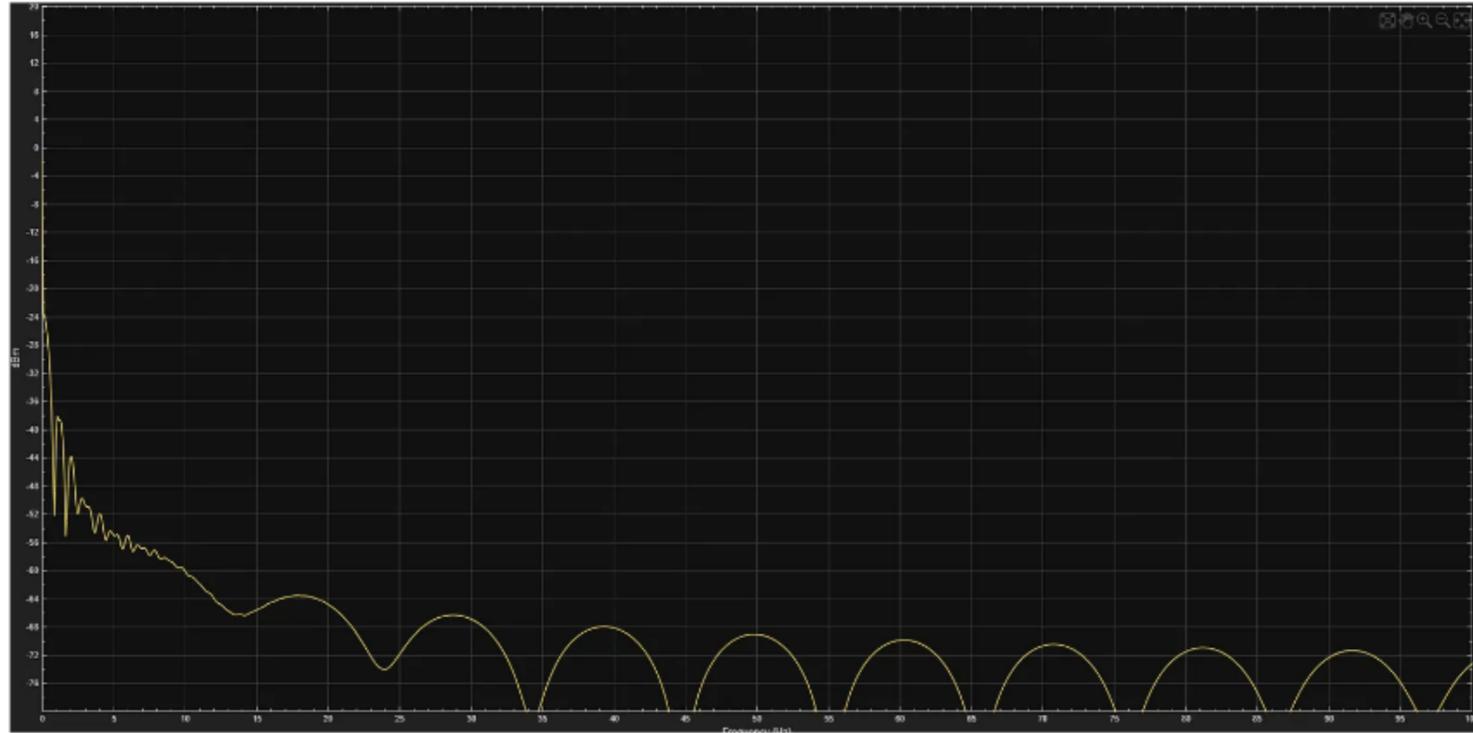




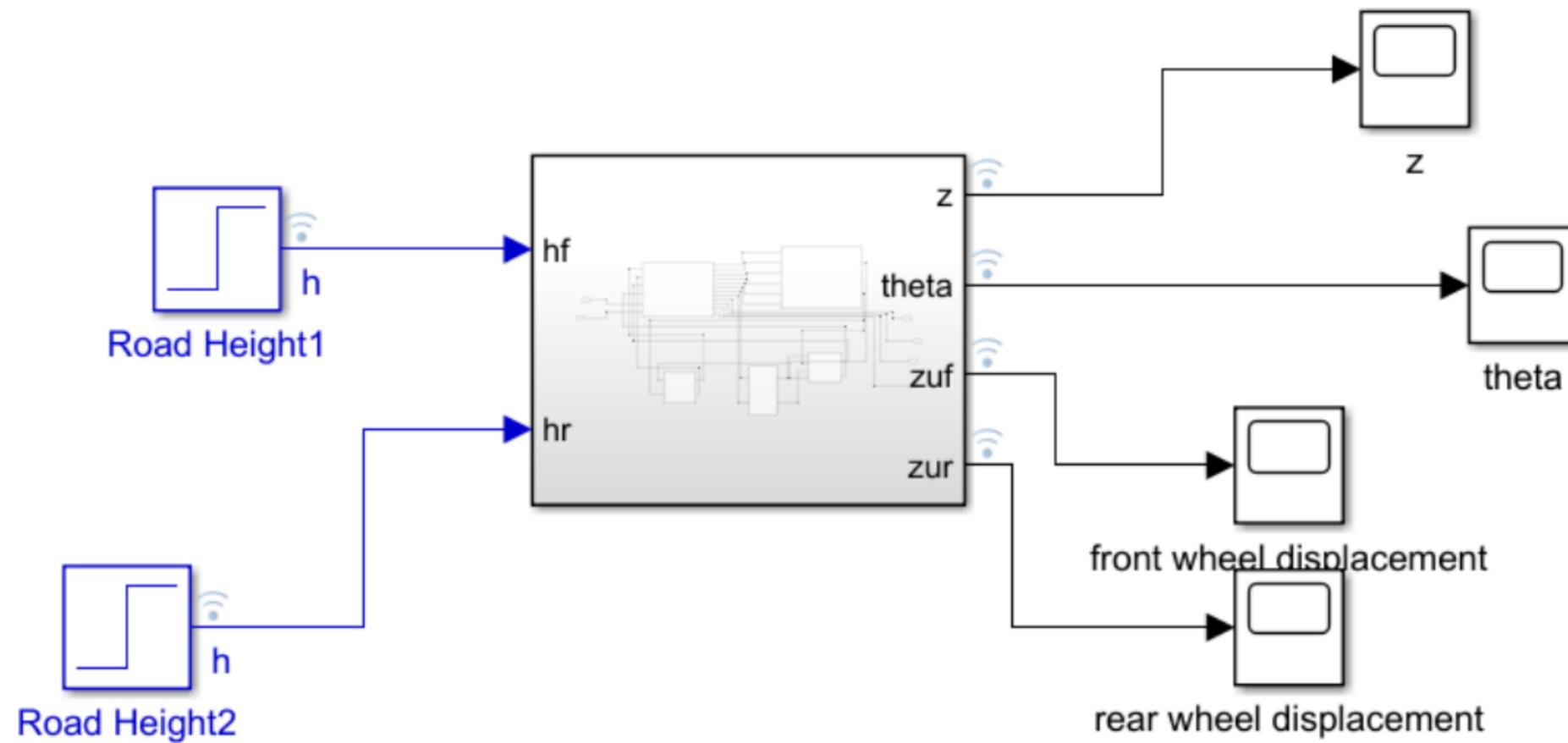
차체가 특정 주파수(공진 주파수)에 진동할 때 흡진기가 그 주파수에 공진하도록 설계되어 흡진기 질량이 크게 진동  
 뉴턴 제3법칙에 의해 흡진기 질량이 흔들릴수록 반작용력이 차체에 전달  
 그 반작용력이 차체의 원래 진동과 반대 위상으로 작용해 차체 진동이 상쇄

건축·기계에서 많이 쓰이는 TMD 설계 연구들을 보면, 질량비 1-7% 정도가 주로 검토되고  
 그 중  $\mu \approx 0.05$  가 "성과와 비용(질량 추가)을 동시에 고려한 실용적인 값"으로 자주 사용  
 최근 논문들에서  $\mu=0.05$  일 때 최적 TMD 감쇠비가 대략 0.08-0.10 수준

차체 → 흡진기 spring/damper → 흡진기 질량으로 에너지 전달  
 흡진기 damper가 그 에너지의 대부분을 소산시켜 차체의 진동을 줄임  
 -> 흡진기는 차체 대신 크게 흔들려서 에너지를 가져가는 장치



흡진기를 달기 전 모델에서 고유진동수를 파악하기 어려웠으나  
과제 문제 모델에서 구한 고유진동수를 바탕으로  $k, c$  값을 계산해  
흡진기를 부착한 후 진폭이 눈에 띄게 줄은 것을 확인할 수 있음



수식적으로 접근한 모델

$$z_{sf} = z + L_f \cdot \theta$$

$$z_{sr} = z - L_r \cdot \theta$$

$$x_f = z_{uf} - z_{sf}$$

$$x_r = z_{ur} - z_{sr}$$

$$y_f = z_{uf} - h_f$$

$$y_r = z_{ur} - h_r$$

$$x_{f\_dot} = z_{uf\_dot} - (z_{dot} + L_f \cdot \theta_{dot})$$

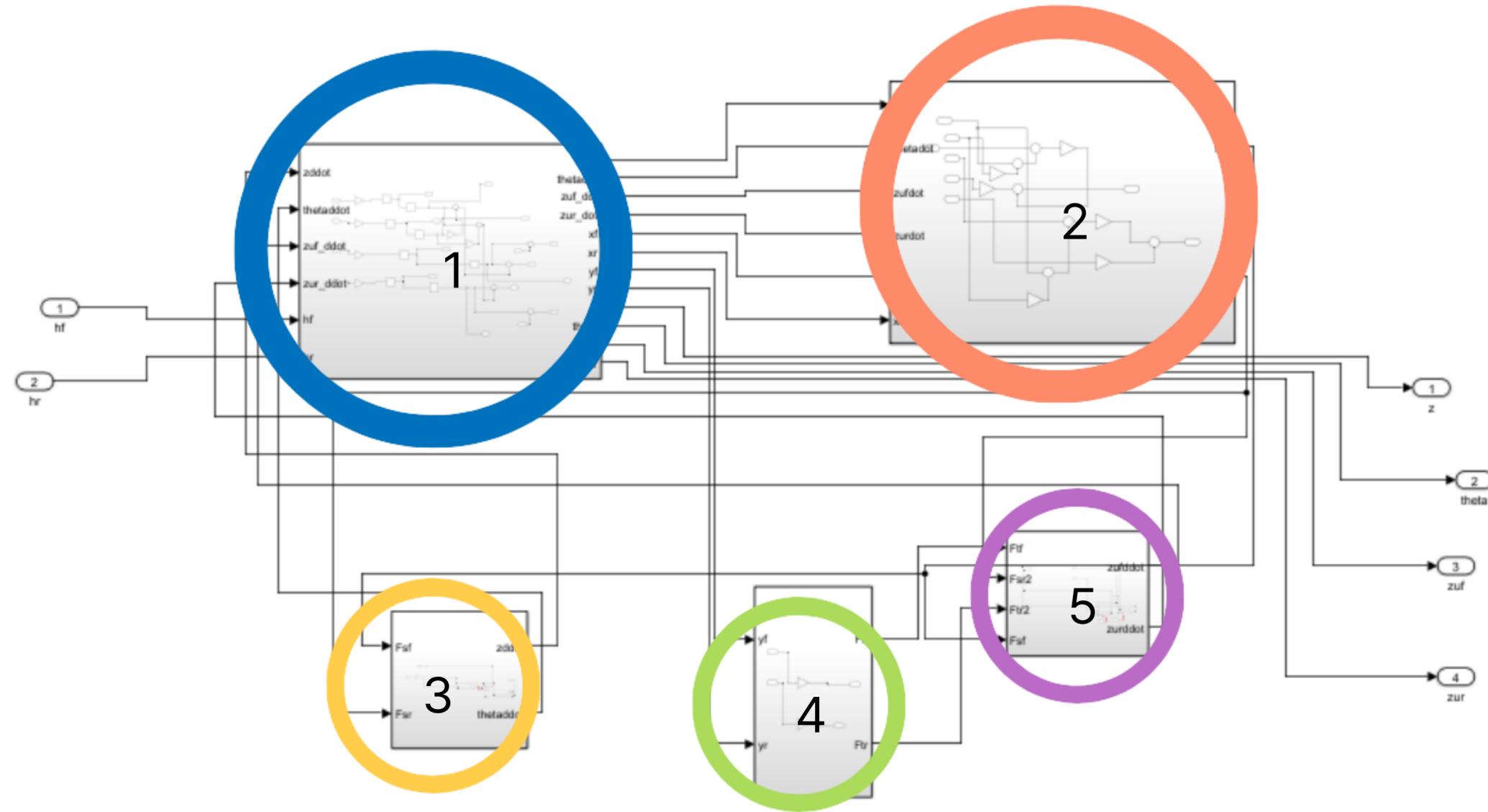
$$F_t = k_t \cdot y_t$$

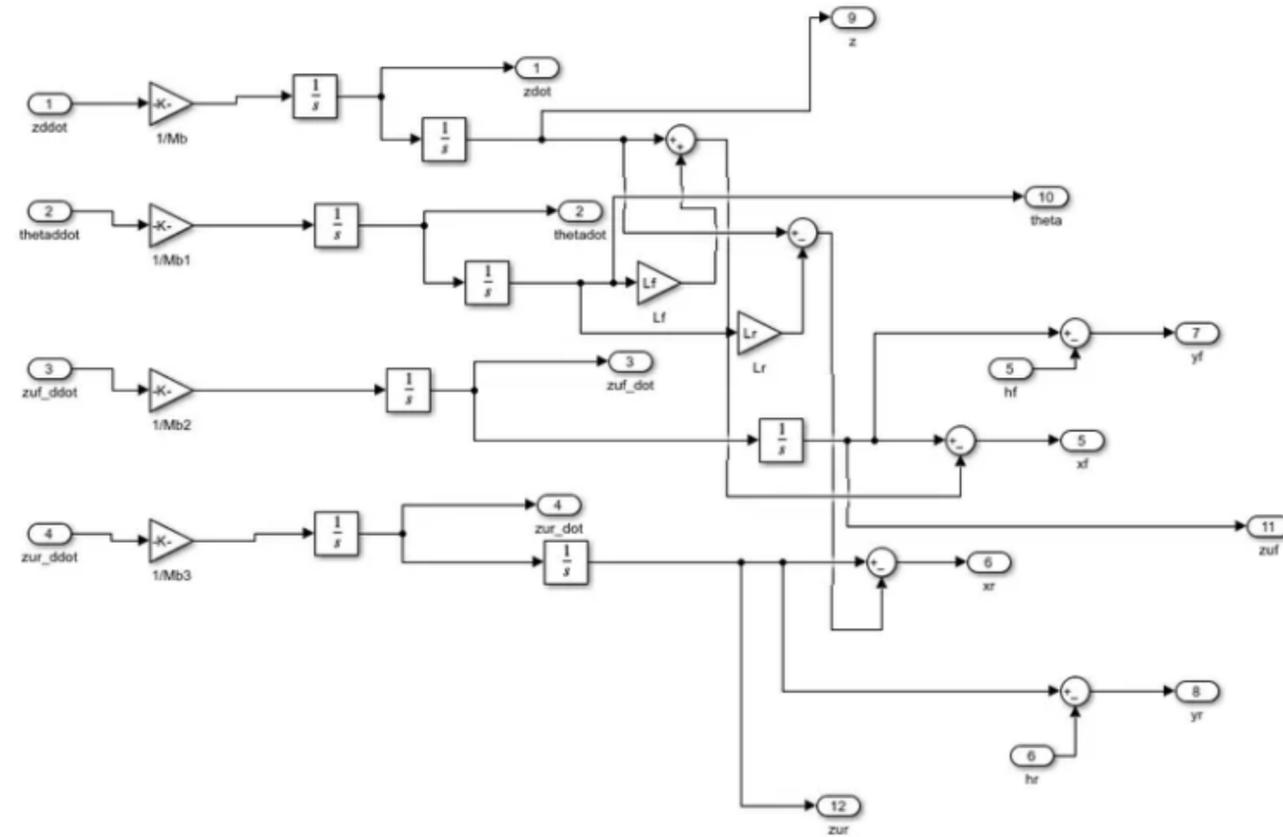
$$z_{ddot} = (F_{sf} + F_{sr} - M_b \cdot g) / M_b$$

$$\theta_{ddot} = (-L_f \cdot F_{sf} + L_r \cdot F_{sr} + M_y) / I_{yy}$$

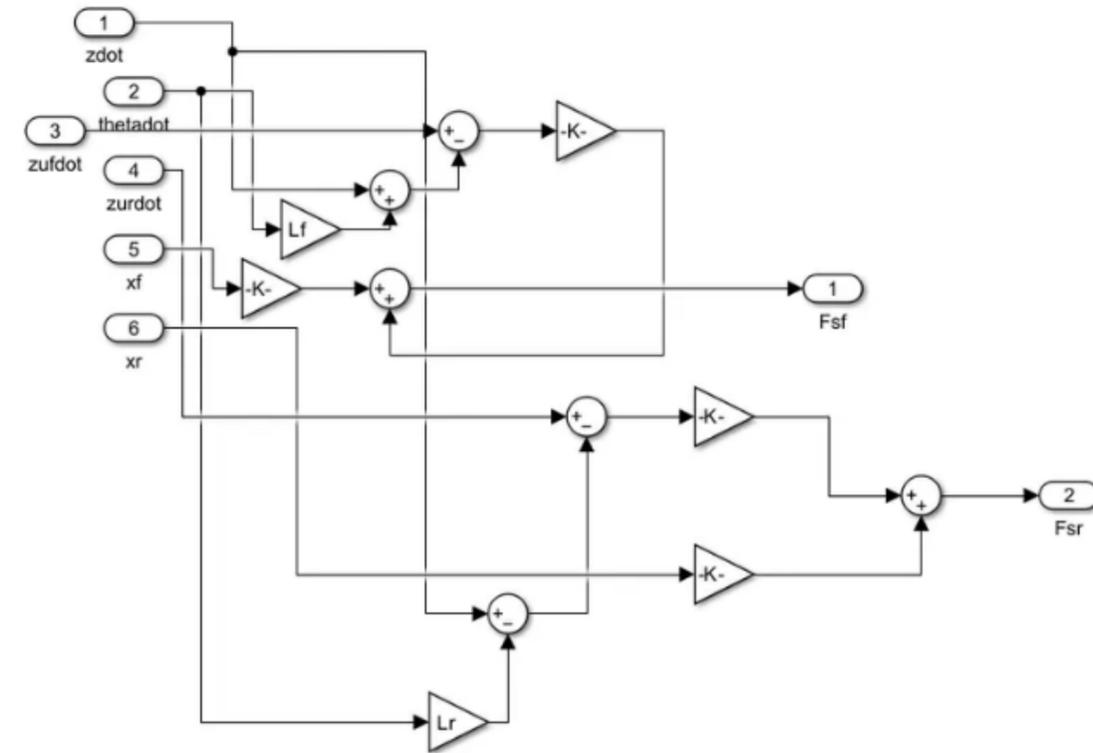
$$z_{uf\_ddot} = (-F_{sf} + F_{tf} - m_{uf} \cdot g) / m_{uf}$$

$$z_{ur\_ddot} = (-F_{sr} + F_{tr} - m_{ur} \cdot g) / m_{ur}$$

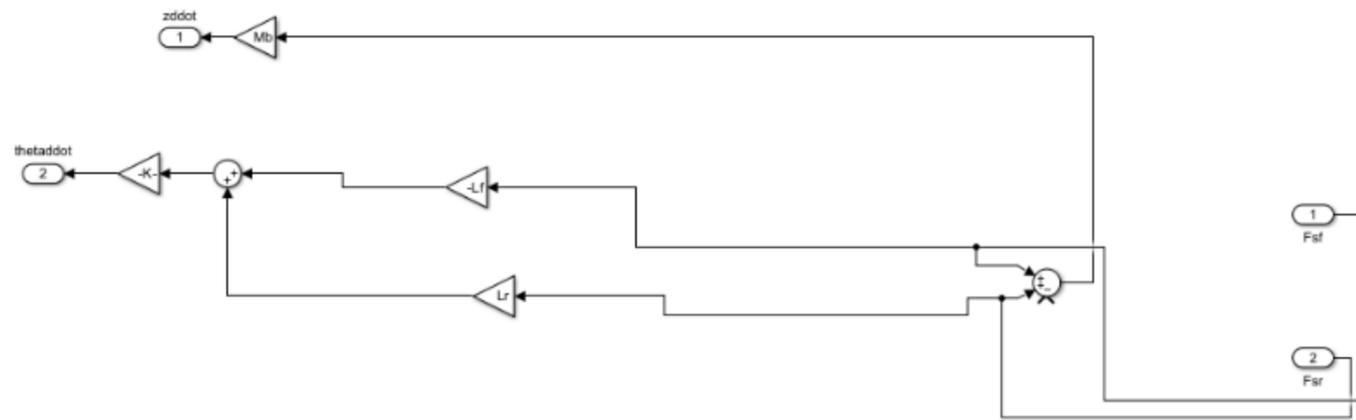




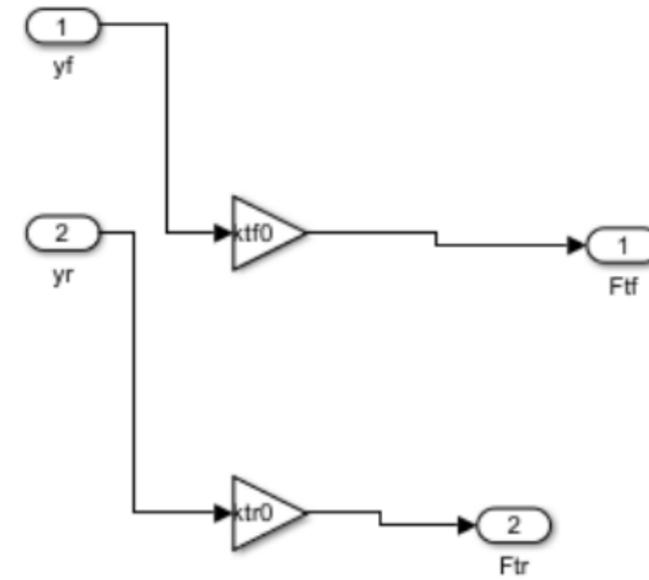
1



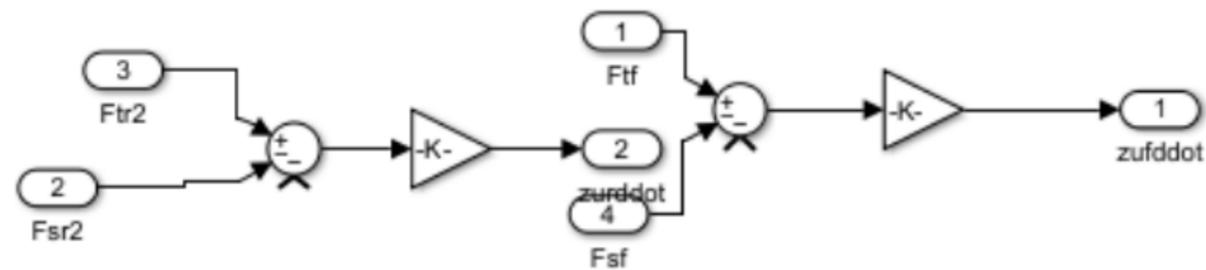
2



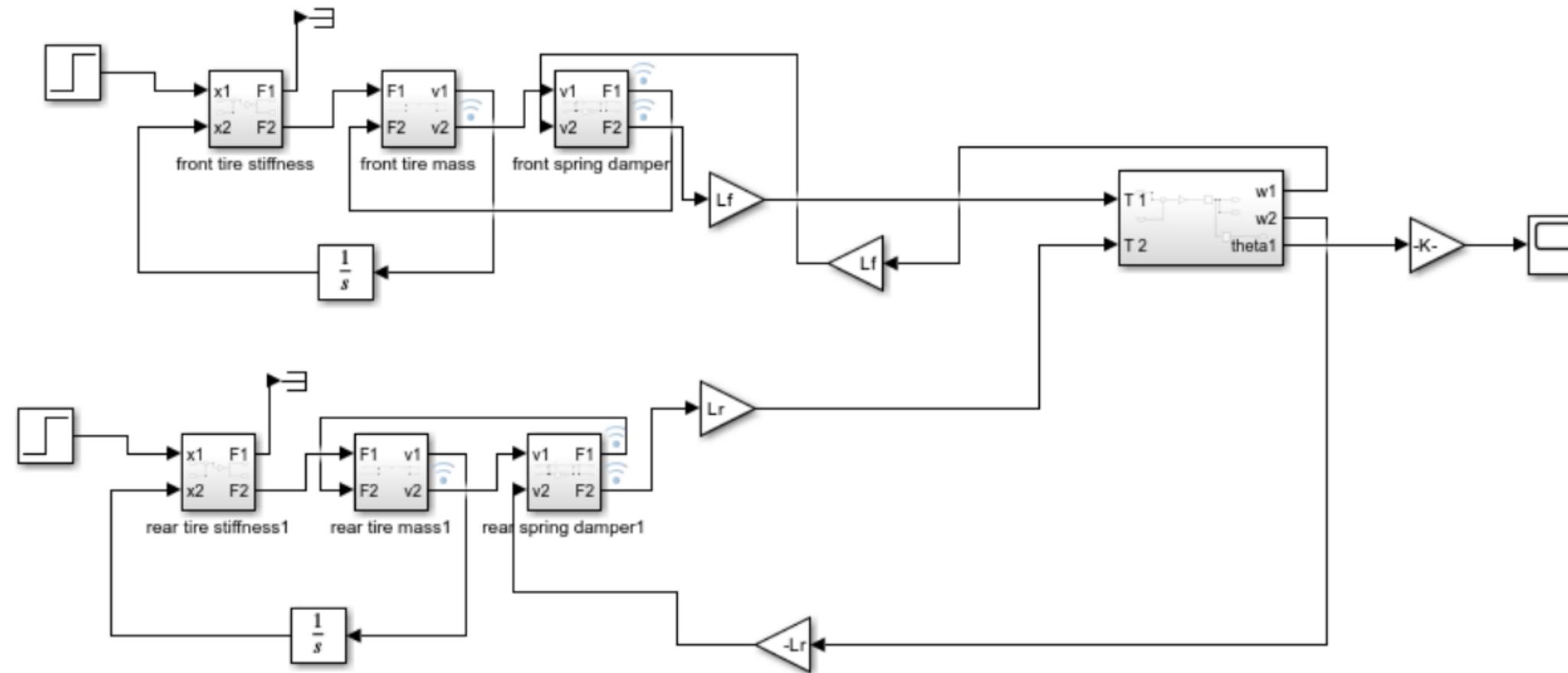
3



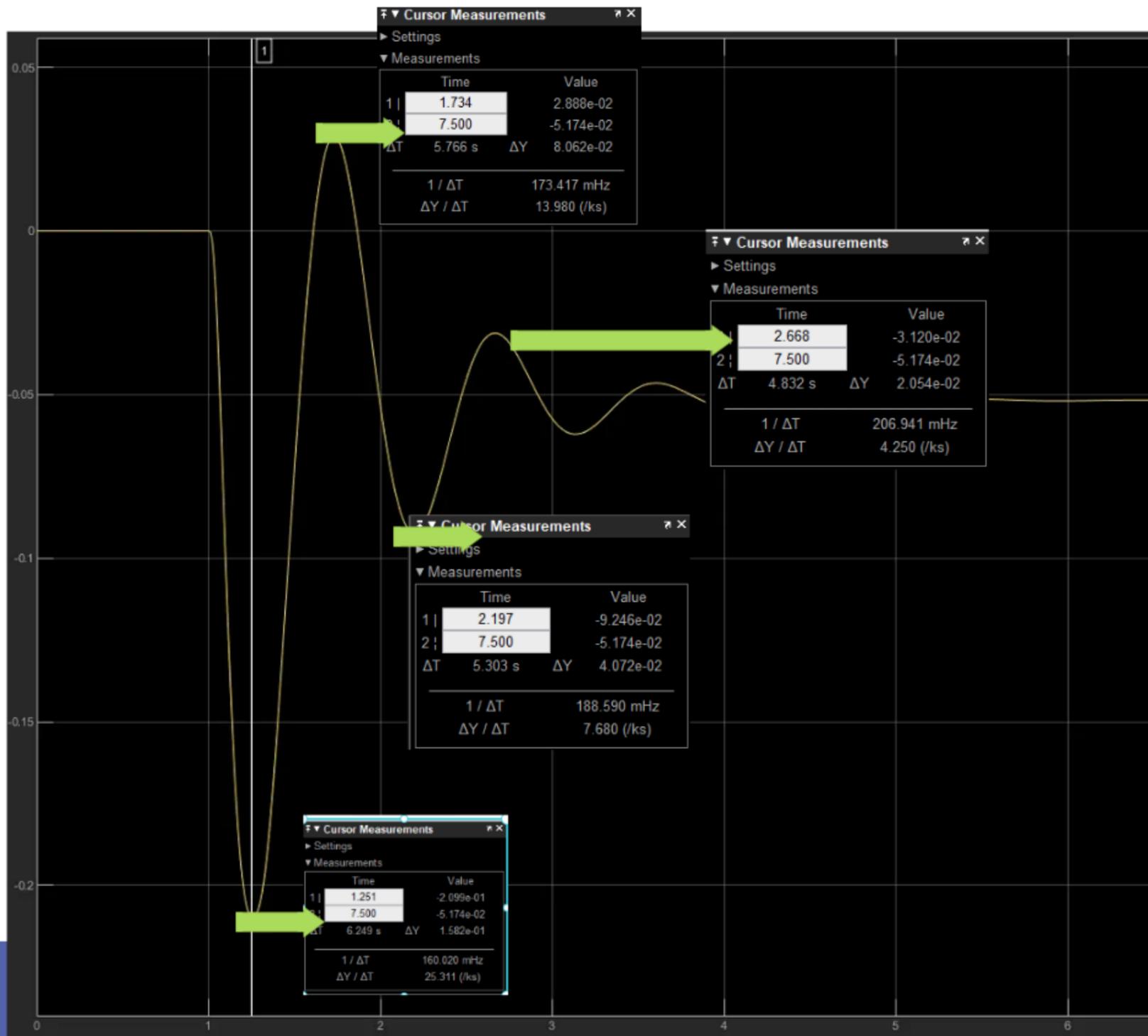
4



5



# SIMULINK-과제 모델 바탕으로 재해석



$$T_{neg} = t_{n2} - t_{n1} = 2.197 - 1.251 \approx 0.946 \text{ s}$$

$$T_{pos} = t_{p2} - t_{p1} = 2.668 - 1.734 \approx 0.934 \text{ s}$$

$$\bar{T} \approx \frac{T_{neg} + T_{pos}}{2} \approx \frac{0.946 + 0.934}{2} \approx 0.94 \text{ s}$$

$$f_d = \frac{1}{\bar{T}} \approx \frac{1}{0.94} \approx 1.06 \text{ Hz}$$

$$\theta(t) = \theta_{ss} + Ae^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t + \phi)$$

피크간 간격은 cos함수의 주기이고, 그 주기의 역수가 시스템이 스스로 흔들리는 고유한 진동수

지금처럼 y축이 dBm일 땐 y축의 값 자체가 더 작아지면, 즉 더 음수로 가면 진동이 줄어든 것  
dBm은 이미 파워 크기를 로그로 바꿔놓은 값

$$\text{dBm} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1 \text{ mW}} \right)$$



## Reference

---

engineercalculator.com

<https://www.youtube.com/watch?v=XscMa7f4yZY&t=45s>

[https://www.youtube.com/results?search\\_query=2D+axisymmetric+model++comsol+tire](https://www.youtube.com/results?search_query=2D+axisymmetric+model++comsol+tire)

<https://www.makeitfrom.com/material-properties/A356.0-F-Cast-Aluminum#:~:text=Elastic>

<https://jkspe.kspe.or.kr/xml/22954/22954.pdf#:~:text=있다,런플랫 타이어의 내구성을 예측하기 위>

<https://razmer-koles.ru/spravochnik/hyundai/hyundai-sonata/hyundai-sonata-2020>

노션 링크 첨부 <https://www.notion.so/2b83b4fb9d35801392cee914be62f366>