

Vehicle Design Optimization Project

Topology Optimization of Chopsticks

박정현 박하람

- Introduction

- Topology Optimization

- Subject 1 : Static load
- Subject 2 : Static load + Thermal effect

- Discussion

Introduction

• Starship



- 민간 우주기업 SpaceX가 개발 중인 수용인원 120명 규모 역대 최대의 우주 발사체
- 완전 재사용을 통한 발사 비용 절감으로 우주비행 비용 절감 및 상용화 목표
- 지구 저궤도, 달, 화성 및 심우주 영역까지 다양한 임무 수행 가능

Starship

Height	121 m
Diameter	9 m
Mass	5,000 t



SPEED 143 KM/H

ALTITUDE 0 KM

T+00:06:43

SPEED 16219 KM/H

ALTITUDE 144 KM

es will be attempting the first ever return to launch site and catch of the Super Head

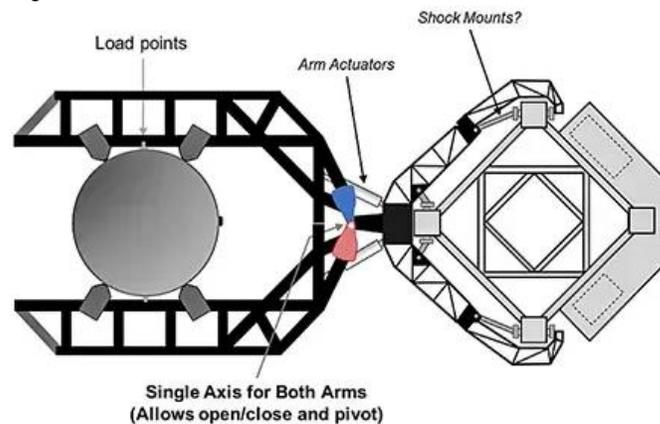
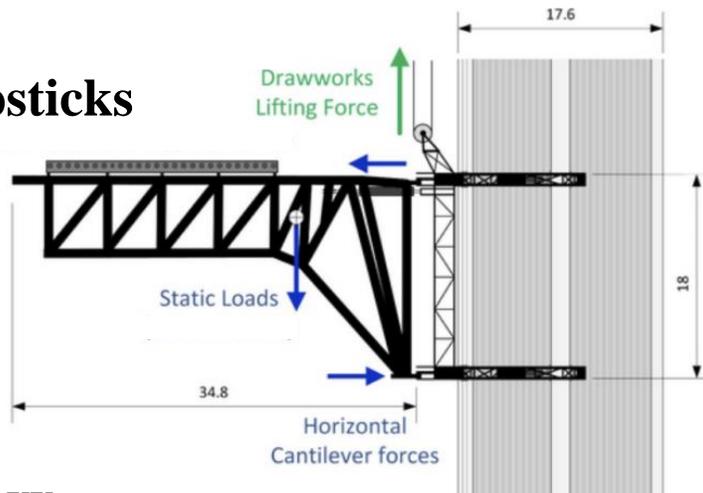
Introduction

• Mechazilla and Chopsticks



Mechazilla
Height 140 m

Chopsticks
Superheavy

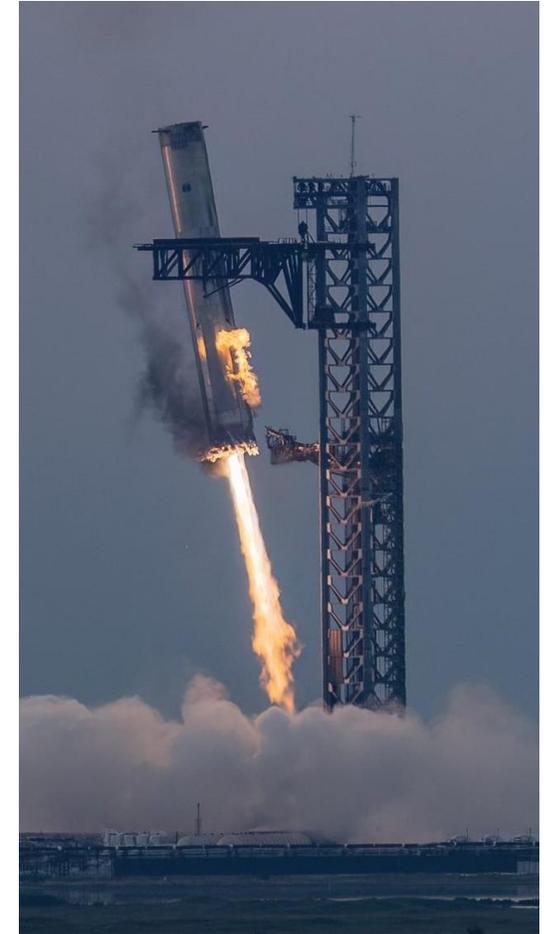


- Starship의 발사와 Starship의 Superheavy 부스터 착륙을 위한 타워
- Starship과 함께 완전 재사용을 통한 발사비용절감 목적
- 하중 및 열 영향에 대한 저항을 높여 경제성, 안전성 확보 필요

Introduction

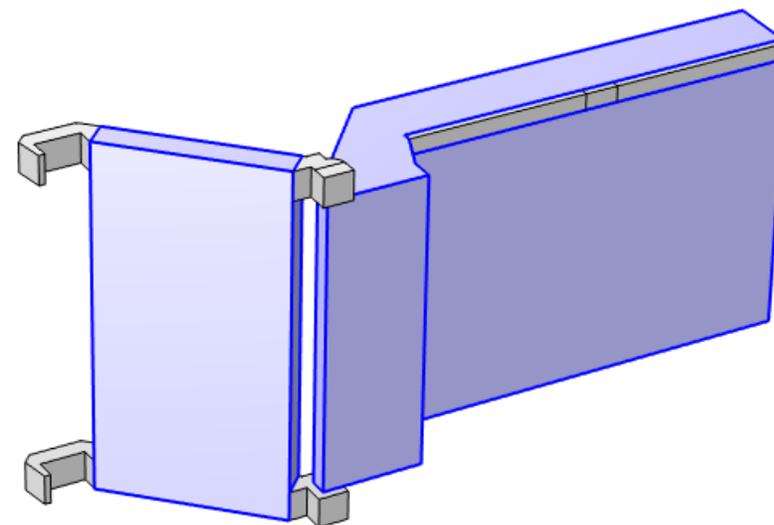
• Optimization Target : Chopsticks

- 200톤의 Superheavy 부스터의 무게와 역추진으로 인해 600K의 온도까지 온도가 올라감
- 안전계수를 고려하고, SpaceX 측의 시험 실패 기록이 있는 300톤의 무게와 약 600K의 온도를 부여하여 해석 및 위상 최적화
- Subject 1에서 Static load만 고려한 위상 최적화 진행 후, Subject 2에서 Thermal expansion과 Thermal weakening을 추가하여 위상최적화



Topology Optimization - Subject 1

- Model



material: high-strength alloy steel

Property	Variable	Value	Unit
<input checked="" type="checkbox"/> Density	rho	7850[kg/...]	kg/m ³
<input checked="" type="checkbox"/> Young's modulus	E	200e9[Pa]	Pa
<input checked="" type="checkbox"/> Poisson's ratio	nu	0.30	1

mechazilla tower의 기둥과 맞닿는 부분 및
starship의 하중을 받쳐주는 부분을 설계영역에서 제외

Topology Optimization - Subject 1

• Formulation

$$\min_{\theta} : c(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\theta_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e$$

$$\text{subject to : } \frac{V(\boldsymbol{\theta})}{V_0} = f$$

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}$$

$$0 \leq \boldsymbol{\theta} \leq 1$$

← modified SIMP

$$E_e(\theta_e) = E_0 \{ \theta_{\min} + (1 - \theta_{\min}) \theta_e^p \}$$

Objective Function		
Expression	Description	
comp1.solid.Ws_tot	Total elastic strain energy	
Constraints		
Expression	Lower bound	Upper bound
comp1.dtopo1.theta_avg		0.12

Interpolation

Interpolation type: SIMP

SIMP exponent: p_{SIMP} User defined 3

Minimum penalized volume fraction: θ_{\min} User defined 0.001

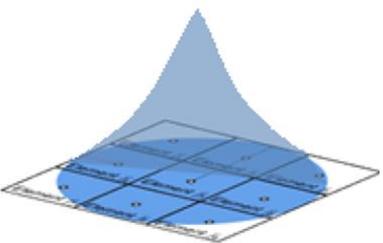
기존 모델과 같은 양의 재료를 사용하기 위해
volume fraction 값에 반영

Topology Optimization - Subject 1

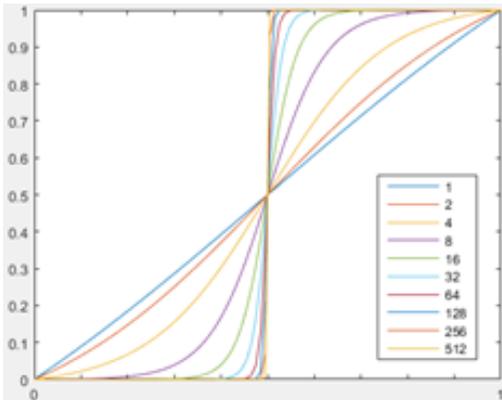
- Formulation



helmholtz
filer

$$R^2 \Delta \tilde{\theta} + \tilde{\theta} = \theta$$


hyperbolic tangent
projection

$$\bar{\theta} = \frac{\tanh(\beta\theta_\beta) + \tanh(\beta(\tilde{\theta} - \theta_\beta))}{\tanh(\beta\theta_\beta) + \tanh(\beta(1 - \theta_\beta))}$$


Filtering

Filter type: Helmholtz

Filter radius: R_{min} From mesh

Milling

Projection

Projection type: Hyperbolic tangent projection

Projection slope: β beta 1

Projection point: θ_β 0.5 1

Optimization Solver

Method: MMA

Optimality tolerance: 0.001

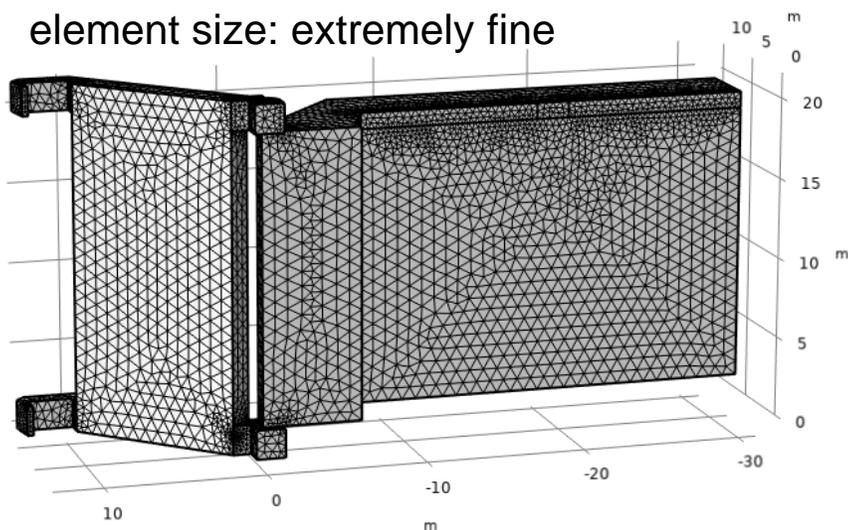
Maximum number of iterations: 100

Parameter name	Parameter value list	Parameter unit
beta	1 2 4 8 16 32 64 128 256	

beta update (every 100 iterations)

Topology Optimization - Subject 1

• Model



- 왜곡도를 통해 element quality 계산
- element quality는 1에 가까울수록 좋음
- 0.1 이하일 경우 poor quality로 판단

Mesh

Build All

Geometric Entity Selection

Geometric entity level: Entire geometry

Element Quality

Quality measure: Skewness

Statistics

Complete mesh

Mesh vertices: 18218

Element type: All elements

Tetrahedra: 91292

Triangles: 12581

Edge elements: 1207

Vertex elements: 108

Domain element statistics

Number of elements: 91292

Minimum element quality: 0.2139

Average element quality: 0.6629

Element volume ratio: 3.232E-4

Mesh volume: 3056 m³

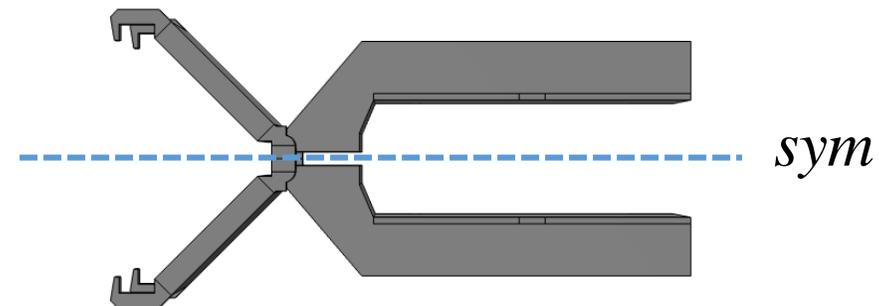
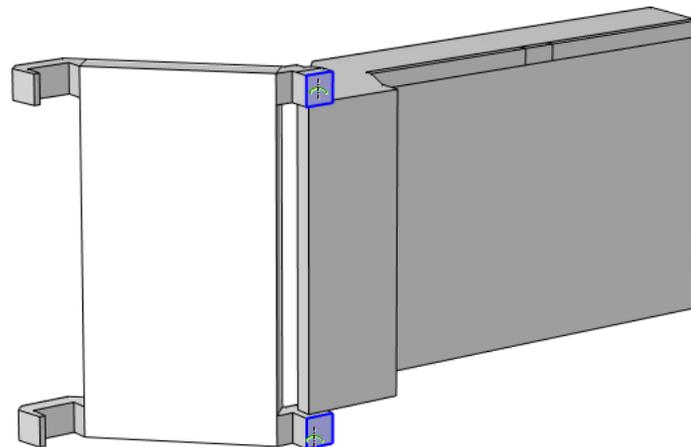
Element Quality Histogram

Topology Optimization - Subject 1

• Model

- Linear Elastic Material 1
 - Free 1
 - Initial Values 1
 - Symmetry 1
 - Added Mass 1
 - Spring Foundation
 - Spring Foundation
 - Spring Foundation
 - Gravity 1

(1) Symmetry

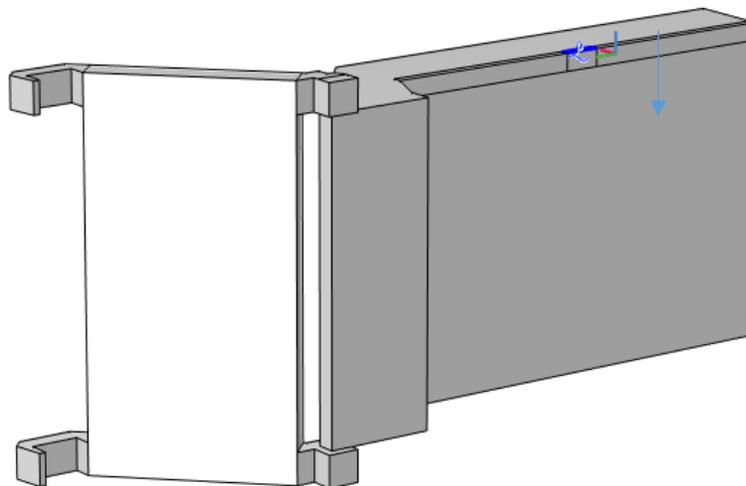


Topology Optimization - Subject 1

• Model

- ✓ Solid Mechanics (solid)
 - Linear Elastic Material 1
 - Free 1
 - Initial Values 1
 - Symmetry 1
 - Added Mass 1**
 - Spring Foundation 1
 - Spring Foundation 2
 - Spring Foundation 3
 - Gravity 1

(2) Added mass



Superheavy mass : 200 t

→ 안전계수를 고려하여 300 t으로 설정

Added Mass

Mass type:

Total mass

m 150e3 kg

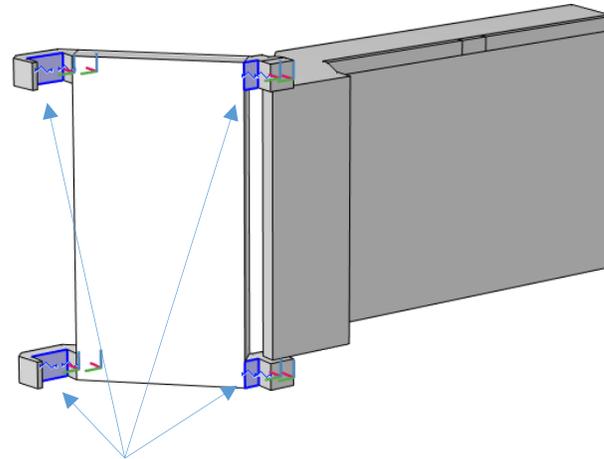
Isotropic

Topology Optimization - Subject 1

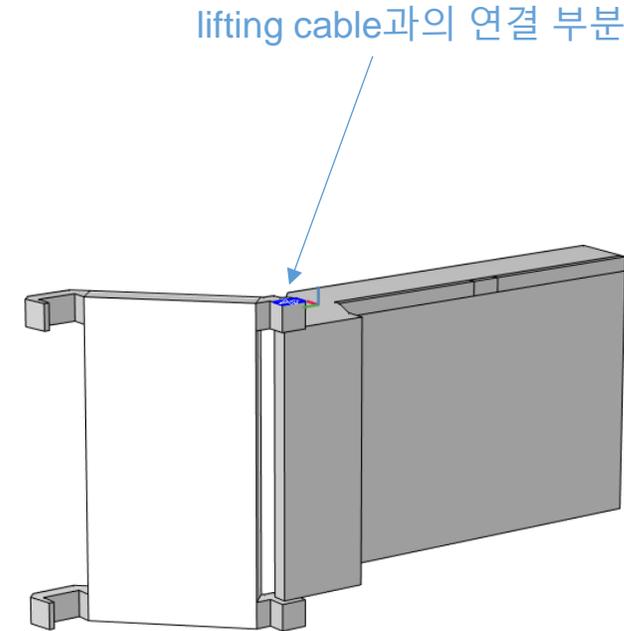
• Model

- Linear Elastic Material 1
 - Free 1
 - Initial Values 1
 - Symmetry 1
 - Added Mass 1
 - Spring Foundation 1
 - Spring Foundation 2
 - Spring Foundation 3
 - Gravity 1

(3) Spring Foundation



tower 기둥과 chopstick connector가 맞닿는 부분



lifting cable과의 연결 부분

변위를 고정시키면 높은 값의 응력집중이 발생하기 때문에
 높은 강성을 갖는 스프링으로 구속조건을 주어
 다른 물체와 상호작용을 반영하며 응력집중을 완화함

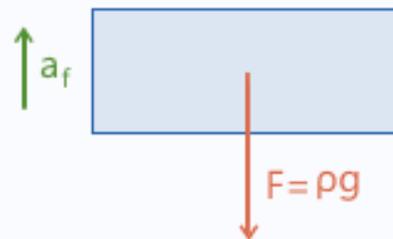
Topology Optimization - Subject 1

• Model

- Linear Elastic Material 1
 - Free 1
 - Initial Values 1
 - Symmetry 1
 - Added Mass 1
 - Spring Foundation 1
 - Spring Foundation 2
 - Spring Foundation 3
 - Gravity 1

(4) Gravity

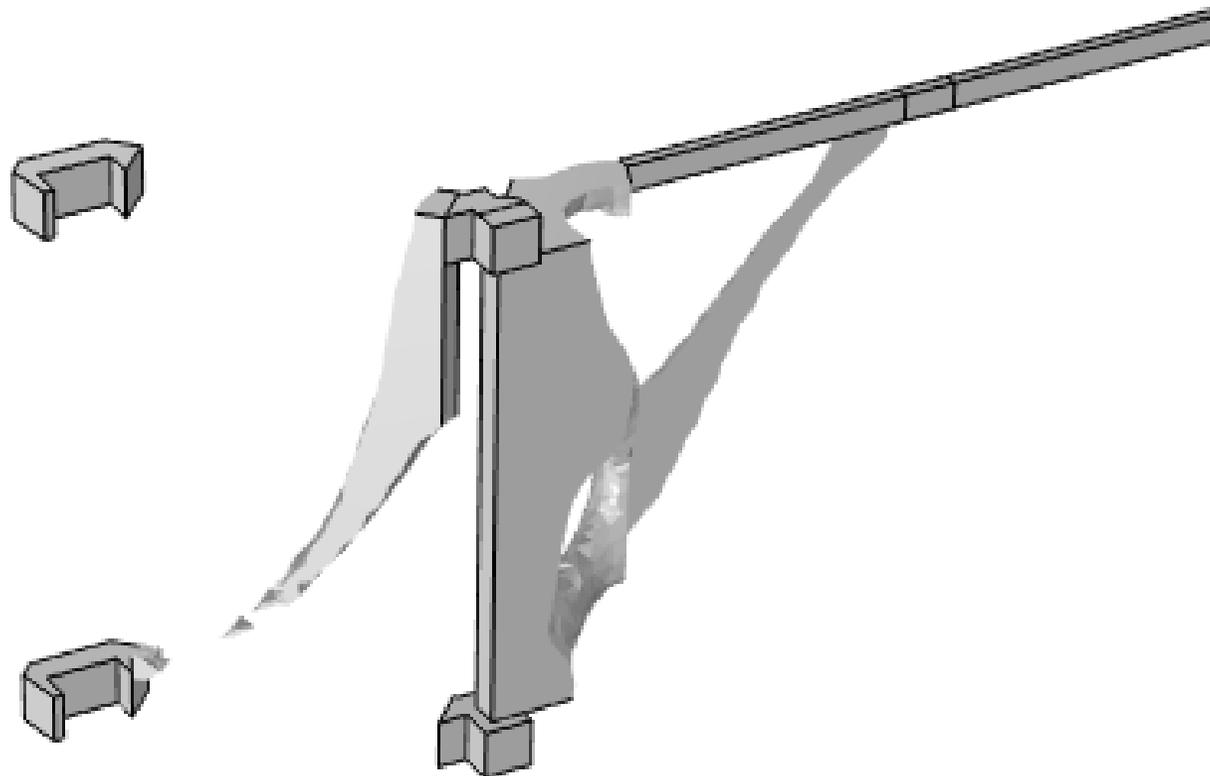
g	0	x	m/s ²
	0	y	
	-g_const	z	



구조물의 자중을 고려

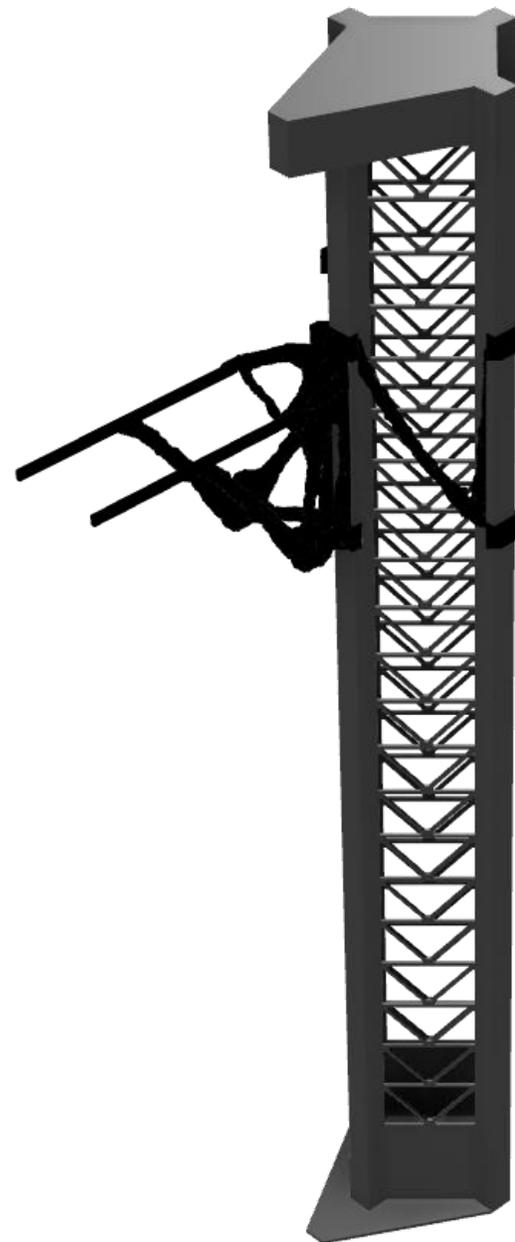
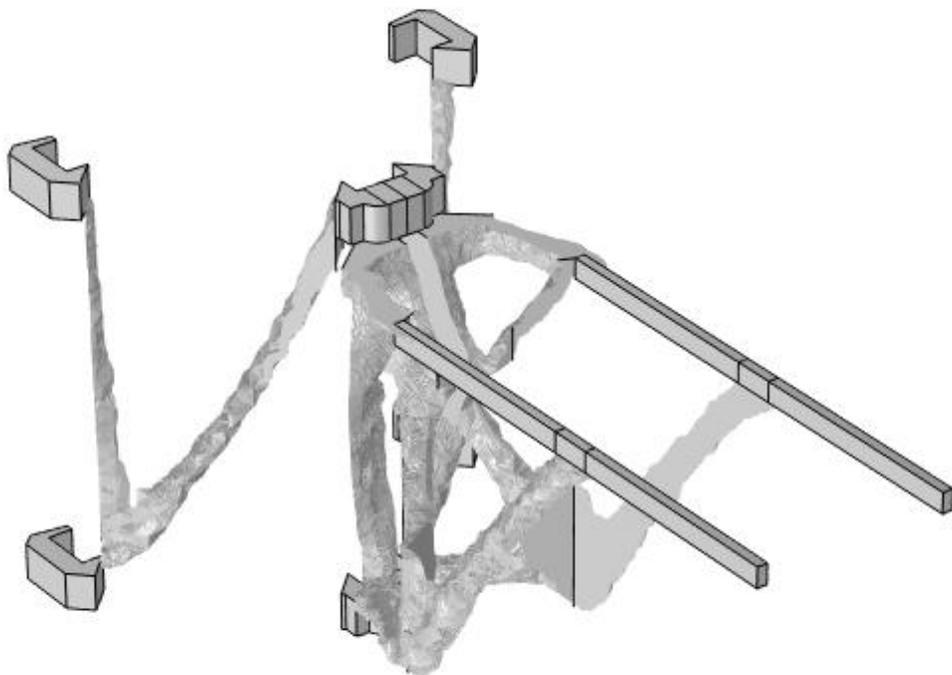
Topology Optimization - Subject 1

- Result



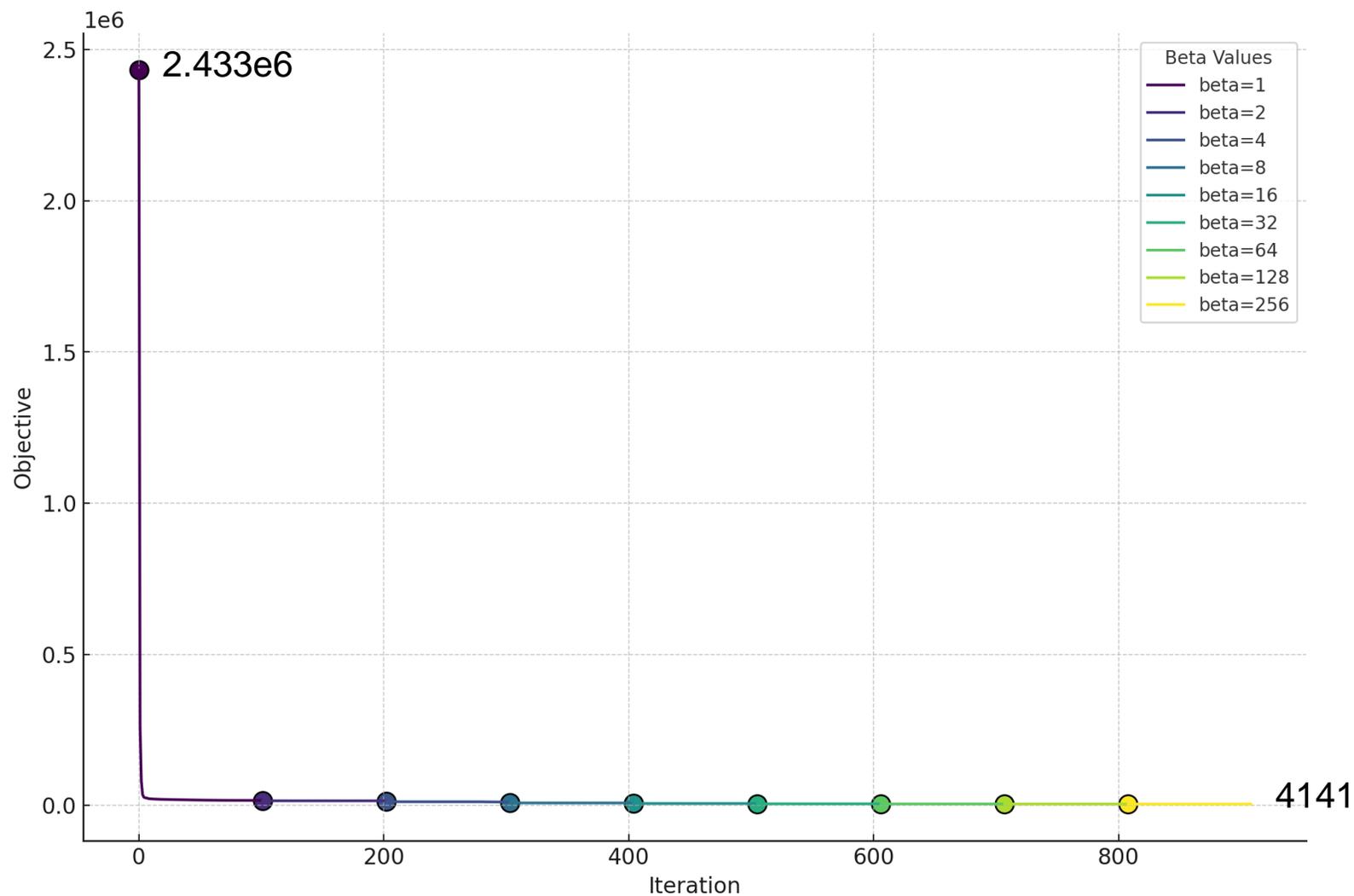
Topology Optimization - Subject 1

- Result



Topology Optimization - Subject 1

• Result



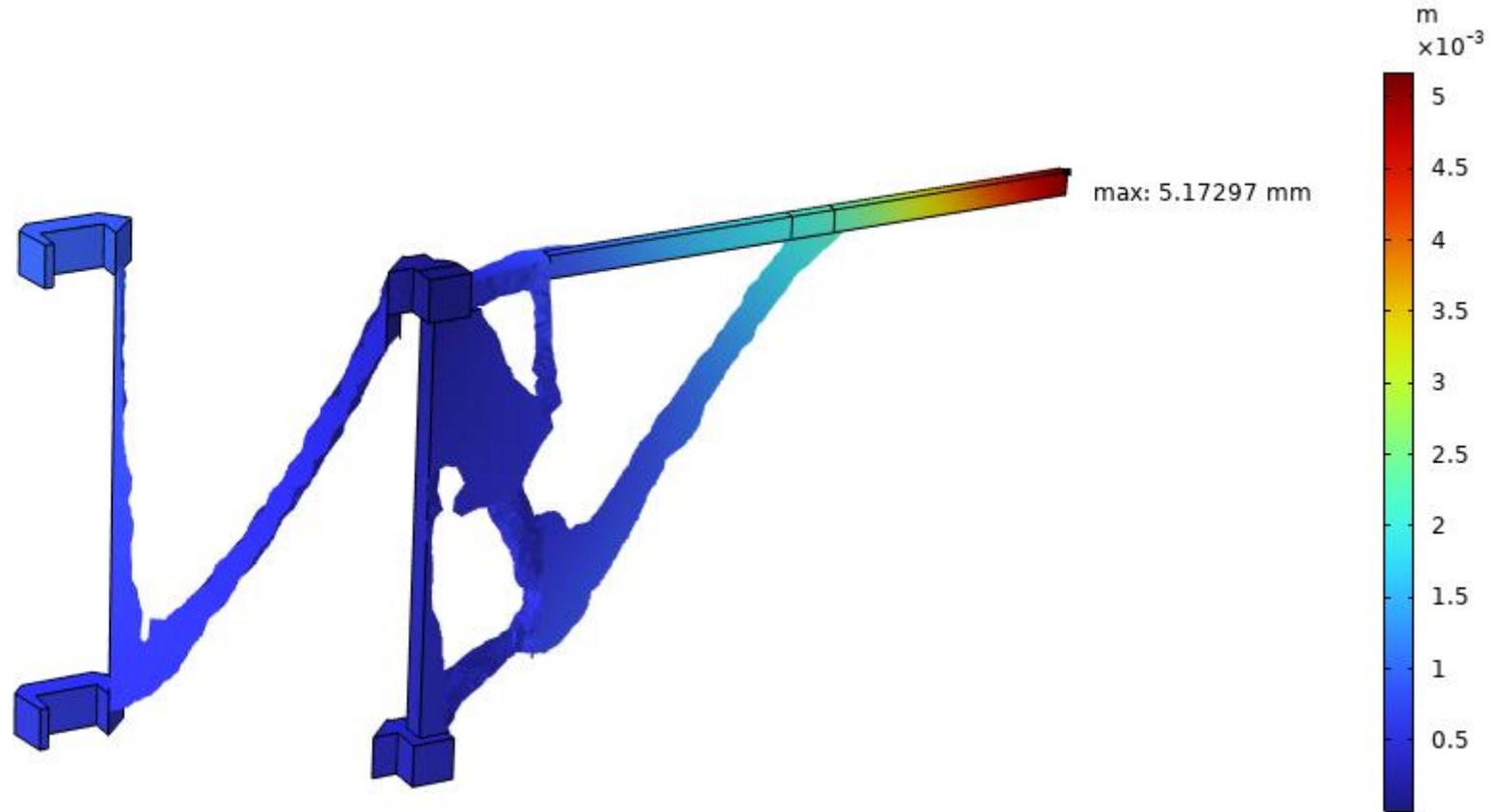


Topology Optimization - Subject 1

• Result

beta(9)=256

Volume: Displacement magnitude (m) Max/Min Volume: Displacement magnitude (mm)



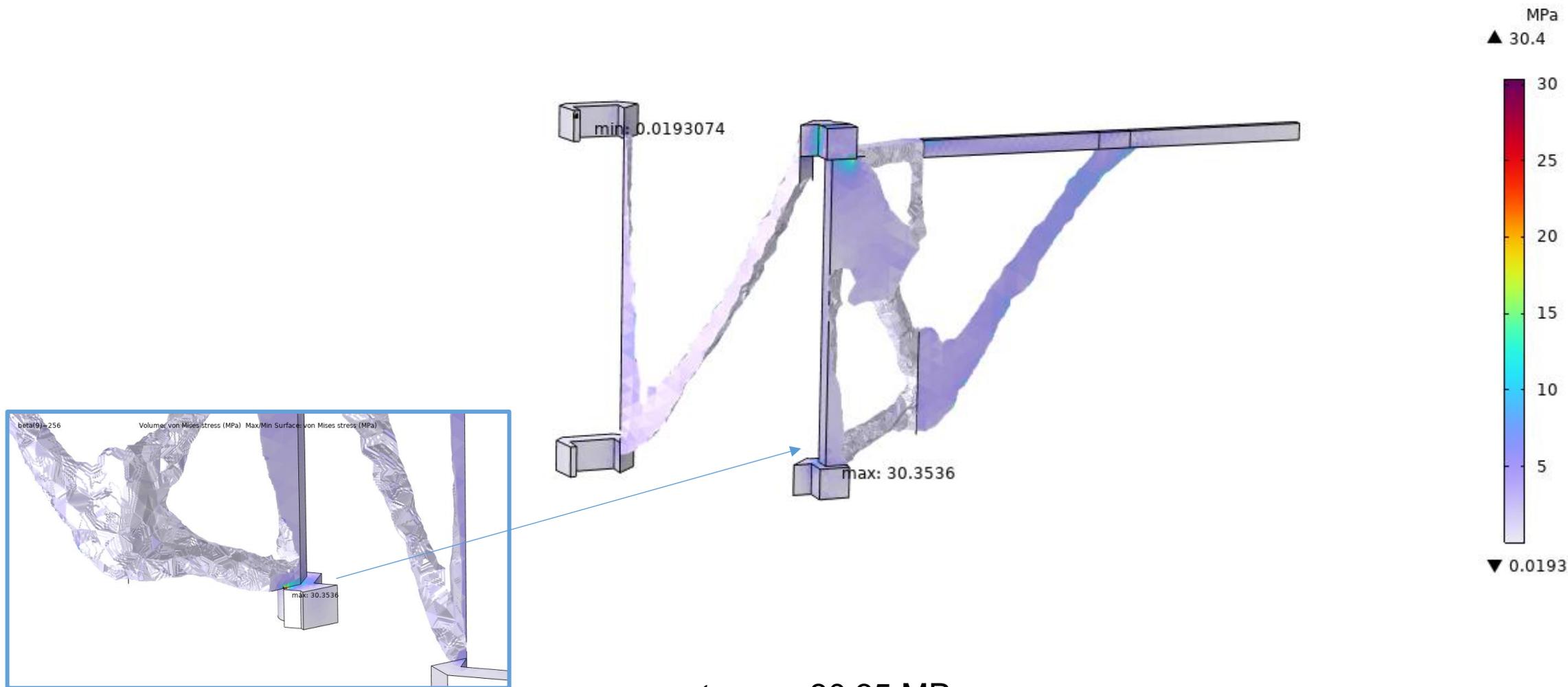
max displacement = 5.17 mm

Topology Optimization - Subject 1

- Result

beta(9)=256

Volume: von Mises stress (MPa) Max/Min Surface: von Mises stress (MPa)

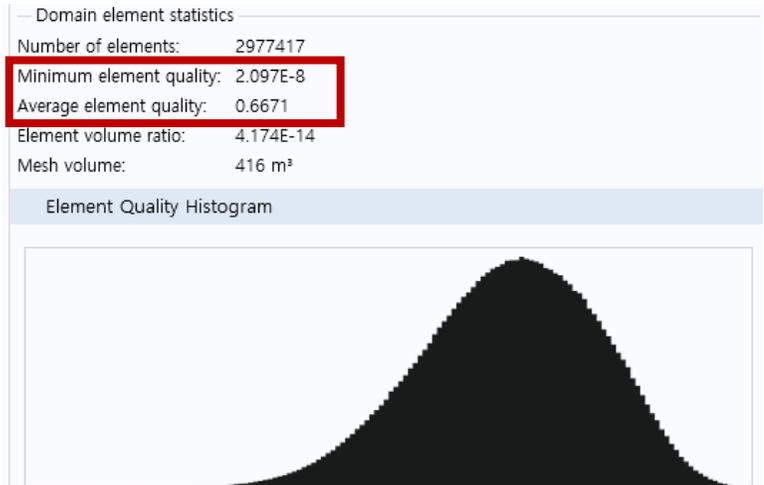
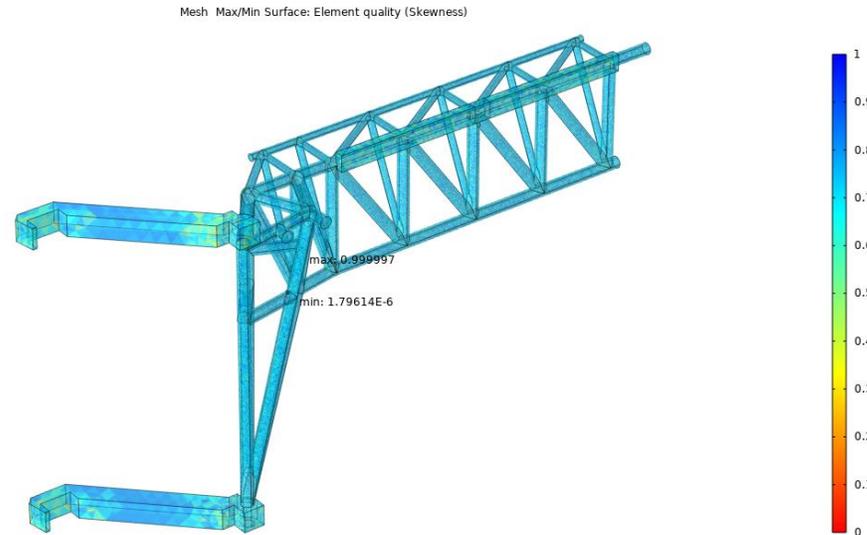
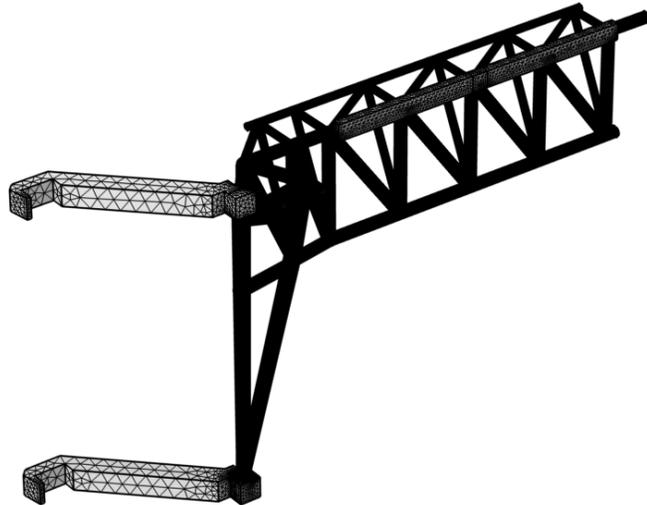


max stress = 30.35 MPa

Topology Optimization - Subject 1

• Result

기존 모델 해석과 비교



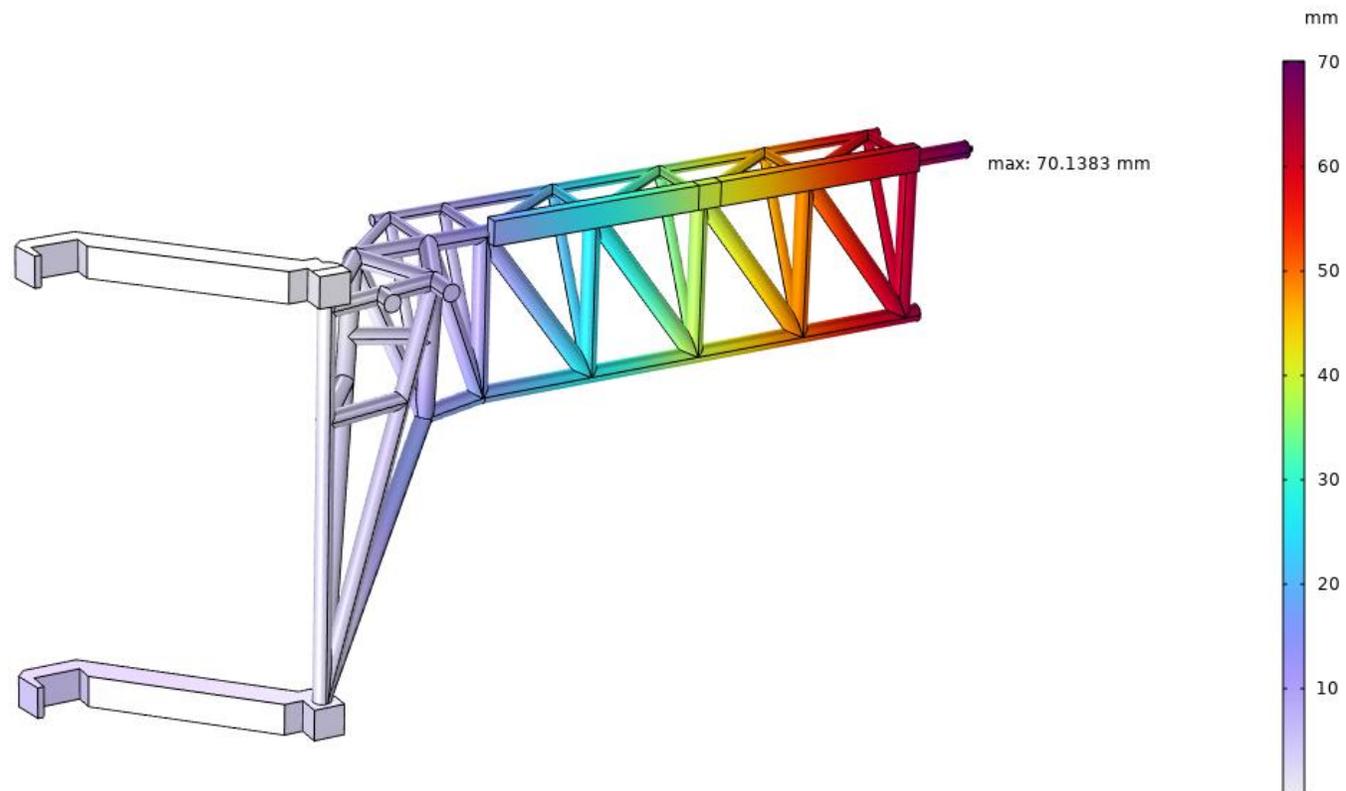
평균적으로는 0.6의 element quality를 갖지만 복잡한 형상의 부분에서는 0에 가까운 값을 가지기 때문에 일부 오차가 크게 나타날 것으로 예상

Topology Optimization - Subject 1

• Result

기존 모델 해석과 비교

Volume: Displacement magnitude (mm) Max/Min Surface: Displacement magnitude (mm)



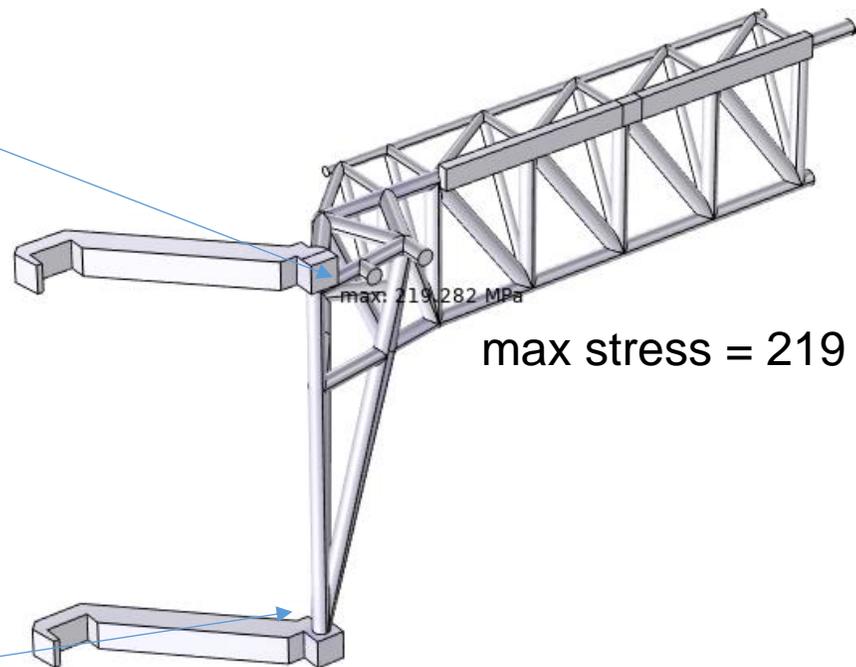
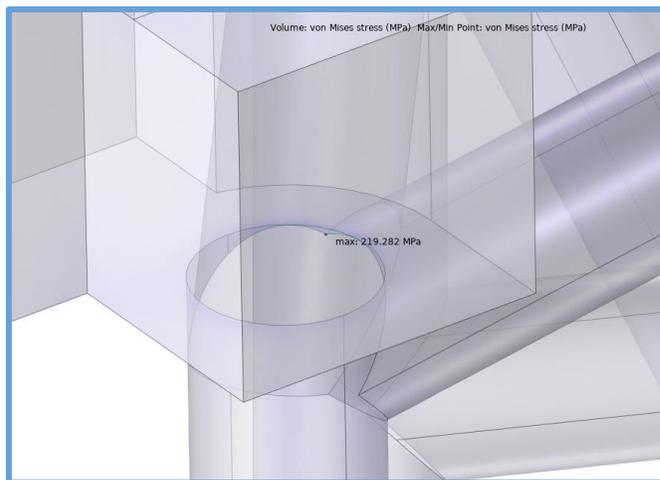
max displacement = 70.14 mm
(최적화된 형상에서의 max displacement = 5.17 mm)

Topology Optimization - Subject 1

• Result

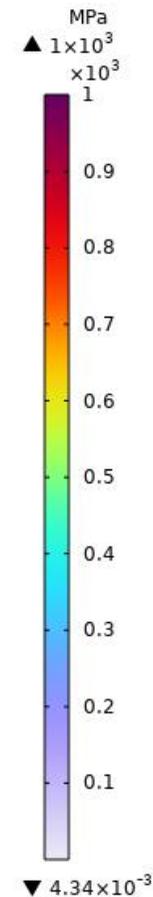
기존 모델 해석과 비교

Volume: von Mises stress (MPa) Max/Min Point: von Mises stress (MPa)



max stress = 219 MPa

von Mises stress (MPa), Point: 55
99.167



최적화된 형상에서 max stress(30.35 MPa)가 발생했던 point 부근의 stress

Topology Optimization - Subject 2

• Model



- Superheavy 부스터의 역추진으로 인해 착륙시 Chopsticks에 온도변화 발생
- 장시간 가장 높은 열을 받는 Chosticks의 상단부터 하단까지 연속적으로 열이 분포하는 상황을 정적 열해석을 통해 모델링
- 열에 의한 열 응력과 열 약화를 추가로 고려하여 compliance 최소화 위상최적화
- SpaceX의 실험데이터를 바탕으로 최대 600K의 열 부여

Topology Optimization - Subject 2

• Formulation

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} : c(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\theta_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e$$

$$\text{subject to : } \frac{V(\boldsymbol{\theta})}{V_0} = f$$

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{thermal}$$

$$0 < \boldsymbol{\theta}_{min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq 1$$

$$\mathbf{K}_t \mathbf{T} = \mathbf{Q}$$

$$E_t = E_e (1 - \alpha_E \Delta T)$$

- 열 부하 벡터 $\mathbf{F}_{thermal}$ 추가
- 열전도 강성 행렬 \mathbf{K}_t , 노드 온도 벡터 \mathbf{T} , 열 부하 벡터 \mathbf{Q} 를 이용해 FEM 열 해석
- 열 약화 계수 α 를 이용해 열에 의해 약화된 Young's modulus E_t 계산

Topology Optimization - Subject 1

• Formulation

FEM에서 열전달 방정식

$$\mathbf{K}_t \mathbf{T} = \mathbf{Q}$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{11} & \cdots & k_{11} \\ k_{11} & k_{11} & \cdots & k_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{11} & k_{11} & \cdots & k_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

\mathbf{K}_t : 열 전도 강성 행렬

$$\mathbf{K}_t = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T k \mathbf{B} d\Omega$$

\mathbf{B} : 형상 함수 도함수 행렬

k : 열전도율

\mathbf{T} : 온도 벡터

\mathbf{Q} : 열원 벡터

$$\mathbf{Q} = \int_{\Omega_e} N^T Q d\Omega$$

N : 형상 함수

Q : 열원 또는 열 흡수 항

Topology Optimization - Subject 1

• Formulation

열 응력을 추가한 방정식

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{thermal}$$

선형 열팽창 방정식

$$\varepsilon_{thermal} = \alpha \Delta T$$

α : 열팽창 계수
12.3e-6[1/K]

열 응력 계산

$$\sigma_{thermal} = \mathbf{D}\varepsilon_{thermal}$$

\mathbf{D} : 탄성 행렬

열 부하 벡터 계산

$$\mathbf{F}_{thermal} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \sigma_{thermal} d\Omega$$

Topology Optimization - Subject 1

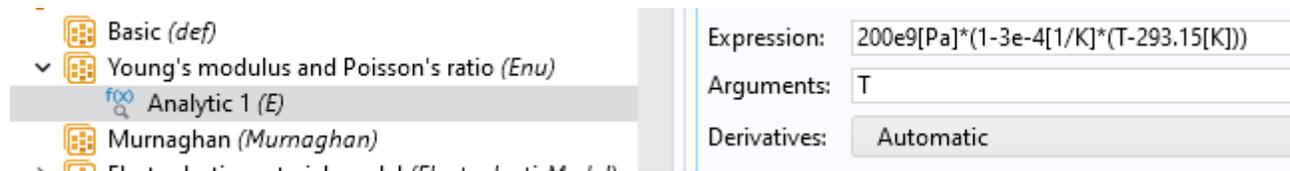
• Formulation

열 약화 방정식

$$E_t = E_0(1 - \alpha_E \Delta T)$$

α_E : 열 약화 계수 $3e-4$

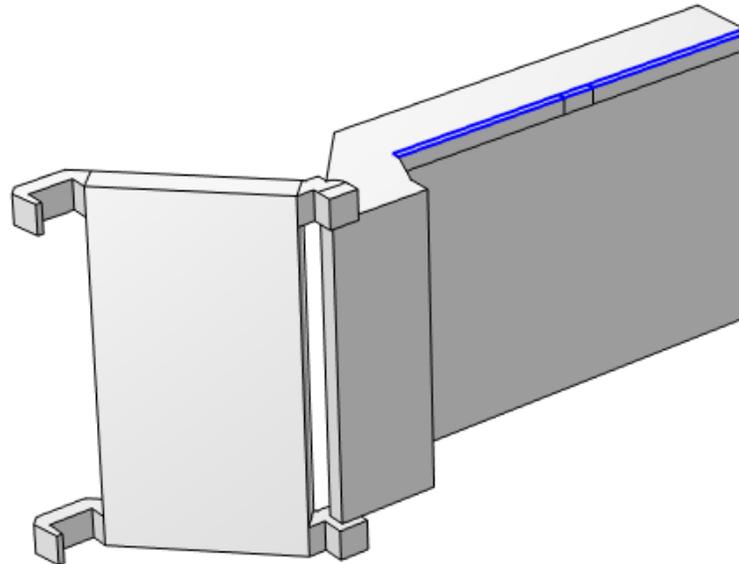
노드 온도 T에 따라 Young's modulus 변화하도록 직접 물성에 입력



Topology Optimization - Subject 1

• Model

- Heat Transfer in Solids (*ht*)
 - Solid 1
 - Initial Values 1
 - Thermal Insulation 1
 - Temperature 1
 - Heat Flux 1
- Multiphysics
 - Thermal Expansion 1 (*te 1*)



▼ Heat Flux

Flux type:
Convective heat flux

Heat transfer coefficient:
User defined

Heat transfer coefficient:
 h 10 W/(m²·K)

External temperature:
 T_{ext} User defined
 293.15[K] K

▼ Added Mass

Mass type:
Total mass

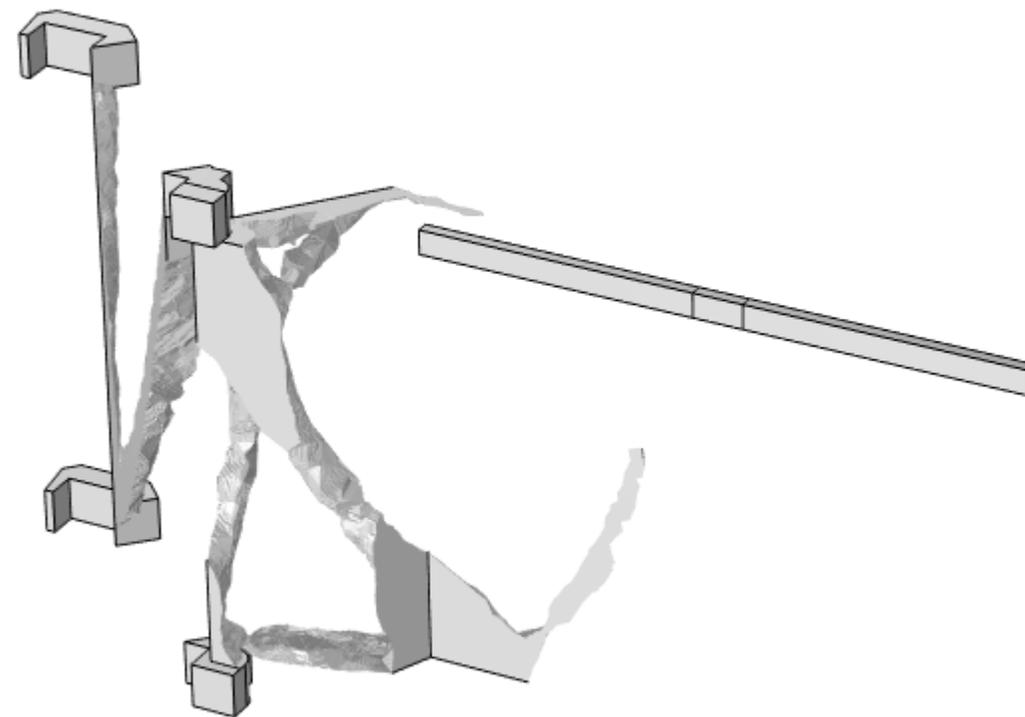
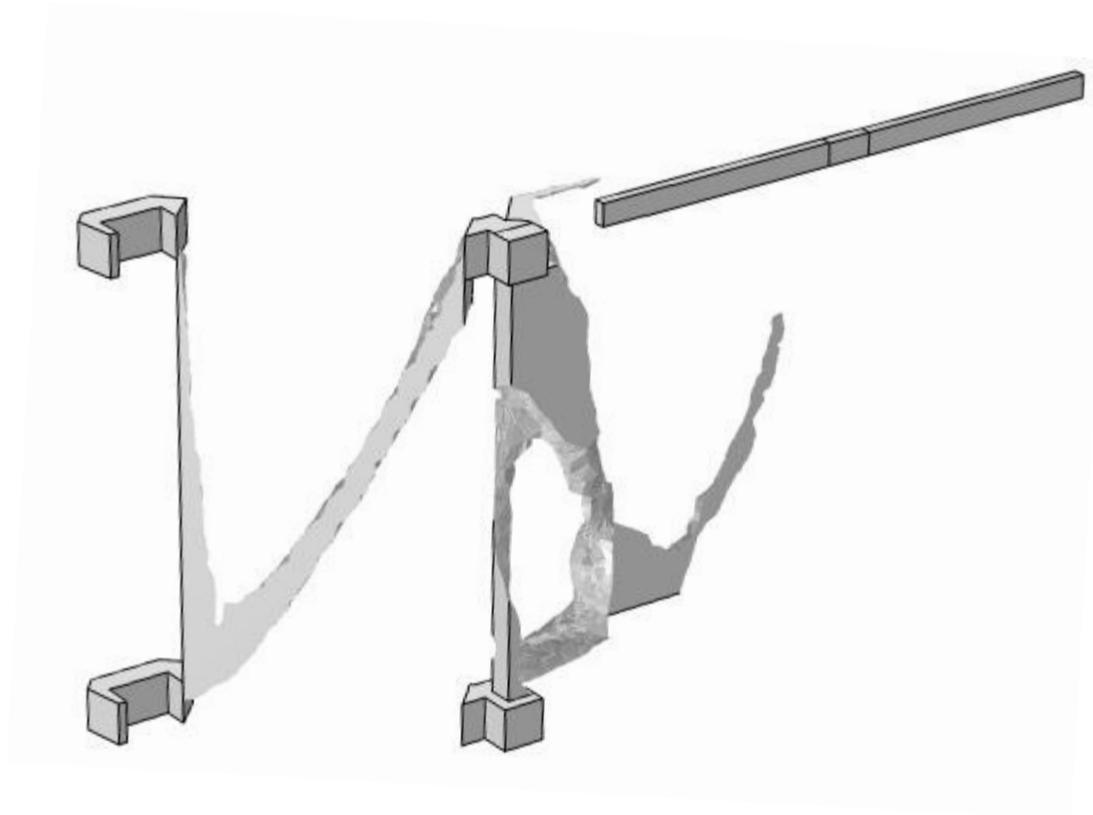
m 150e3 kg

Isotropic

부스터에 의한 열을 가장 오래 높게 받는 상단에 600K의 Dirichlet boundary condition 을 부여하고 모든 면에 293.15K의 온도와 10W / (m²K)의 대류 계수를 적용해 상단에서 부터 연속적으로 줄어드는 온도 모델링

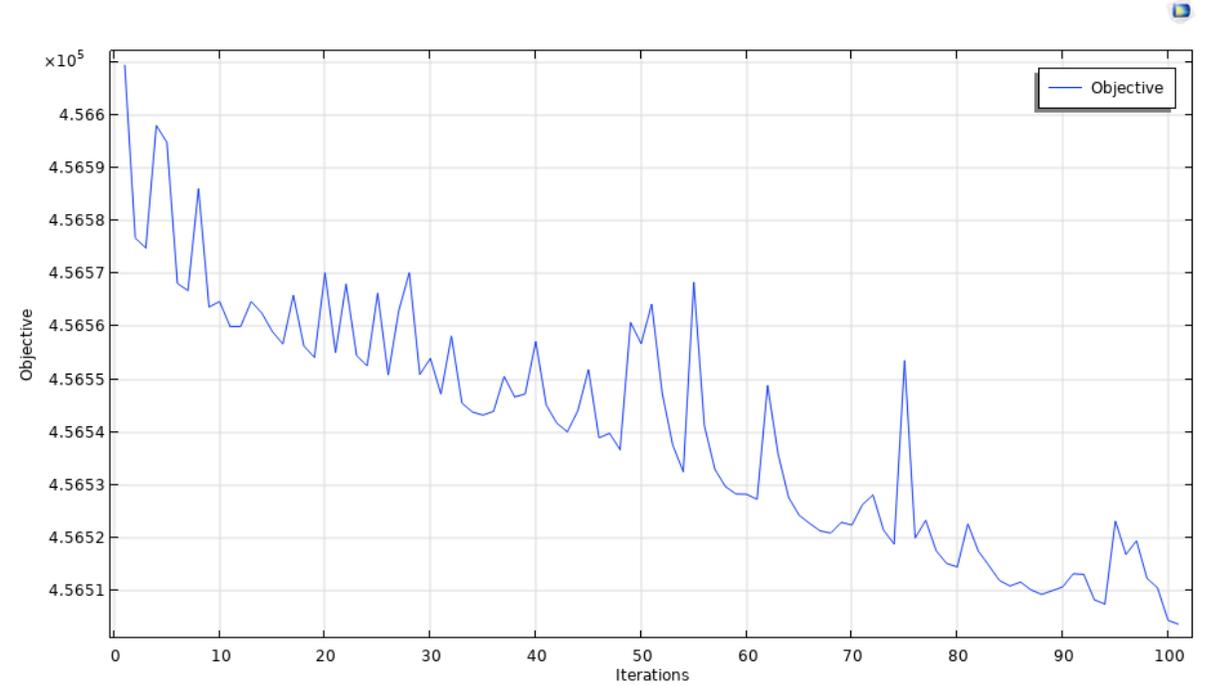
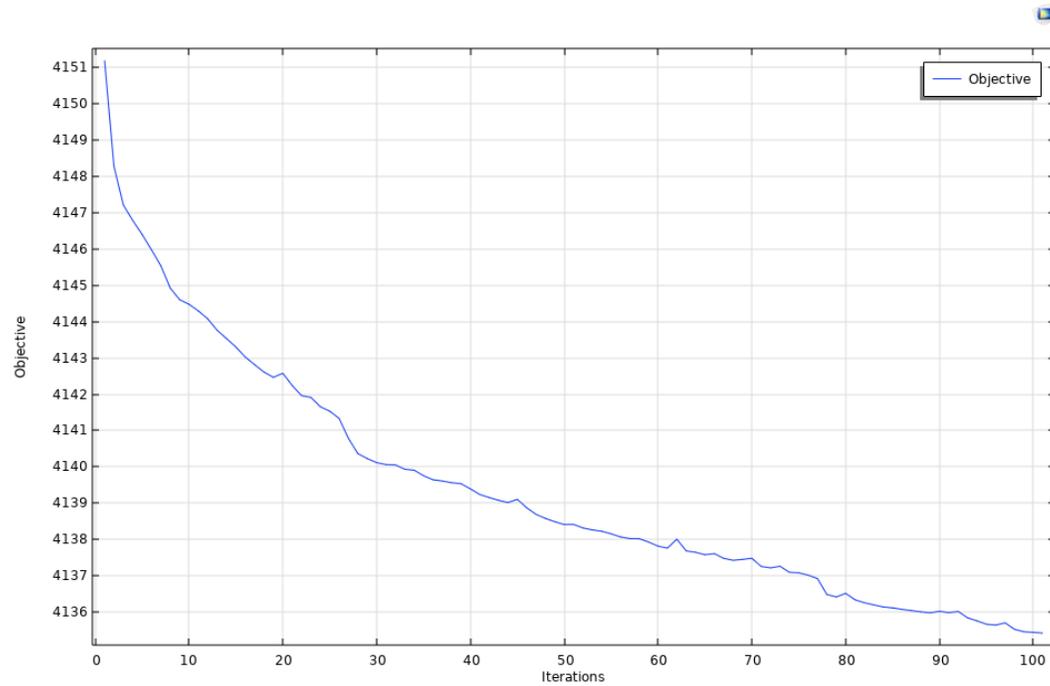
Topology Optimization - Subject 1

- Result



Topology Optimization - Subject 1

• Result



정적 하중만 고려한 목적 함수 그래프(좌)에 비해
열 영향을 고려한 목적 함수 그래프(우)는 수렴이 굉장히 불안정한 모습



수렴성 저하 원인

- 열하중은 요소의 밀도나 재료의 배치에 따라 달라지는 설계 종속 하중으로 단순한 정적 기계하중 해석 최적화에 비해 모델이 굉장히 복잡해짐
- 요소가 재분배 되는 과정에서 하중 벡터와 목적 함수가 달라져 민감도 해석이 불안정 해지고 수렴성이 떨어짐
- 기계하중과 열하중 간의 상호작용을 나타내는 Coupling term으로 인해 목적함수의 비선형성이 증가함
- Coupling term으로 인해 강성 행렬의 조건수가 증가하고 수치적으로 불안정 해짐

수치적 안전성 개선방안

- RAMP(Rational Approximation of Material Properties) 모델 사용

$$E(\theta) = E_{\min} + \frac{\theta}{1 + q(1 - \theta)} (E_0 - E_{\min})$$

q : 보간 함수의 형상을 조절하는 매개변수

- RAMP모델은 SIMP에 비해 θ 값이 작더라도 비교적 E 의 변화율 조절 용의
- E 의 급격한 변화를 방지하여 조건수 개선 및 비선형성 완화
- 감쇠 기법 적용

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha \Delta x^{(k)}$$

α : 설계 변수의 급격한 변화를 줄이는 감쇠 계수



Reference

- www.spacex.com/vehicles/starship
- www.youtube.com/watch?v=8sWomHYJbYQ
- Andreassen et al., 2011, Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code, Struct. Multidisc. Optim. 43, 1-16
- sFengwen Wang, et al. (2011) On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization
- Shengli Xu, et al. (2010) Volume preserving nonlinear density filter based on Heaviside function.
- www.comsol.com/blogs/how-to-inspect-your-mesh-in-comsol-multiphysics
- Weihong Zhang, Jungang Yang, Yingjie Xu, Tong Gao (2014) Topology optimization of thermoelastic structures: mean compliance minimization or elastic strain energy minimization
- Li, X., Zhang, W.H., & Gao, T. (2021) Enhanced SIMP Interpolation for Improved Convergence in Topology Optimization with Design-Dependent Loads.



Thank you

CDL Computational
Design
Lab